

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт
радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии
наук

На правах рукописи



ТЕМНАЯ Ольга Станиславовна

**Управление затуханием волн и колебаний намагниченности
спиновым током в связанных ферромагнитных структурах**

Специальность **1.3.8** –

«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор, академик РАН
Никитов Сергей Аполлонович

Москва – 2025

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Обзор литературы.....	12
1.1 Определение магнитного дипольного момента. Прецессия макроскопической намагниченности.....	12
2.2 Спиновые волны.....	15
2.3 Магнитостатические спиновые волны и методы их расчета.....	16
1.4 Собственное затухание в магнонных структурах.....	20
1.5 Методы компенсации потерь в магнонных структурах.....	24
1.5.1 Управление магнитной анизотропией напряжением	24
1.5.2 Параметрическая накачка.....	25
1.5.3 Перенос спинового момента	27
1.6 Особые точки в магнонике и спинтронике.....	29
1.7 Выводы	34
Глава 2. Исследование влияния спинового эффекта Холла на резонансные частоты и магнитную восприимчивость магнонных наноструктур «ферромагнетик-нормальный металл».....	35
2.1. Постановка задачи	35
2.2 Спиновый эффект Холла	36
2.3 Влияние спинового тока на компоненты тензора магнитной восприимчивости структуры ФМ-НМ.....	37
2.4 Выводы	43
Глава 3. Исследование свойств нормальных мод спиновых волн в системе двух дипольно связанных волноведущих структур ферромагнетик-нормальный металл с особой точкой.....	44
3.1 Постановка задачи	44
3.2 Структура исследуемой системы с особой точкой и математическая модель.....	45
3.3 Динамика особой точки в системе двух связанных структур ферромагнетик-нормальный металл	48

3.4 Динамика намагниченности двух дипольно связанных структур ФМ-НМ с учетом симметричной и асимметричной компенсации затухания.....	52
3.5 Выводы.....	63
Глава 4. Влияние нелинейности на динамику нормальных мод и особой точки в системе связанных спин-трансферных наноосцилляторов.....	65
4.1 Постановка задачи.....	65
4.2 Динамика особой точки в модели связанных осцилляторов Дуффинга ...	66
4.3 Динамика нормальных мод и особой точки в модели дипольно связанных спин-трансферных наноосцилляторов	70
4.4 Исследование влияния нелинейности на характеристики связанных СТНО	73
4.7 Выводы.....	83
Заключение.....	85
Список литературы.....	87
Приложение	95
Список публикаций	99

Введение

Магноника – это междисциплинарная область науки, объединяющая исследования в области физики конденсированного состояния, оптики, спинтроники и микроэлектроники. Она занимается изучением свойств магнонов – квантов спиновых волн, которые представляют собой коллективные спиновые возбуждения в магнитоупорядоченных материалах. В настоящее время магноника вызывает значительный интерес из-за возможности создания более энергоэффективных и быстродействующих функциональных устройств для передачи и обработки информации благодаря уникальным характеристикам спиновых волн. Эти характеристики зависят от множества факторов, в том числе от внешних магнитных полей, свойств материалов и их геометрических форм. Волны намагниченности могут распространяться в магнитных материалах без переноса заряда, а их частоты могут быть на 2-3 порядка выше, чем частоты электромагнитных волн [1]. Магноника занимается исследованием механизмов возбуждения, распространения и преобразования спиновых волн; для улучшения их характеристик изучаются свойства разных материалов, таких как магнитные полупроводники и ферро-, ферри- и антиферромагнетики.

Одной из важнейших задач магноники является исследование эффективных методов управления собственным затуханием [2,3]. Собственное затухание возникает вследствие спин-орбитального взаимодействия между магнитными моментами и решеткой, в результате чего происходит диссипация энергии. В настоящий момент существует несколько методов управления собственным затуханием в магнонных структурах. К ним относятся контроль магнитной анизотропии с помощью напряжения, параметрическая накачка, а также использование спинового эффекта Холла и эффекта переноса спинового момента [4-6]. Снижение собственного затухания позволяет увеличить скорость работы магнитных

устройств и снизить их энергопотребление, что является ключевым фактором в современных технологиях.

Другим важным направлением современной магноники является изучение динамики нормальных мод и собственных частот связанных волноведущих и колебательных структур, которые обладают уникальными свойствами, обусловленными их низкой размерностью и высокой чувствительностью к внешним воздействиям. В частности, спектральные характеристики таких структур могут быть существенно изменены под воздействием нелинейных эффектов. Исследование влияния нелинейности на нормальные моды и собственные частоты магнонных структур имеет фундаментальное значение, так как оно позволяет глубже понять физические механизмы, лежащие в основе их работы.

Отдельный предмет исследований, связанный с изучением спектральных характеристик связанных магнонных систем – возникновение особых точек, которое требует точного баланса вносимых потерь для компенсации собственного затухания в таких структурах. Особые точки – точки в параметрическом пространстве, в которых собственные значения и собственные векторы вырождаются [7-10]. В колебательных и волновых системах это означает вырождение собственных частот и собственных мод. Примерами пространства параметров, где могут возникать особые точки, являются «напряжение-частота», «затухание-частота», «затухание/усиление-показатель преломления» и др. [11-15]. Несмотря на то, что эти точки изначально являлись исключительно математической концепцией, они были теоретически предсказаны и экспериментально наблюдались в различных физических областях, в том числе в магнонике. В особых точках меняются характеристики физических сред и систем, в том числе усиление чувствительности к внешним возмущениям и невзаимность. Главная проблема, связанная с возникновением этих точек, заключается в необходимости строгого выполнения условий одинаковых объемов двух связанных частей физической системы и равноценного усиления и

компенсации собственного затухания. Исходя из перечисленных факторов, можно сделать вывод, что в одной физической системе, состоящей из двух связанных идентичных структур, может существовать только одна фиксированная особая точка, поэтому следует попробовать найти дополнительные параметры, с помощью которых можно менять ее положение.

Цель работы – исследование влияния компенсации собственного затухания колебаний и волн намагниченности на параметры и характеристики магнитных структур, такие как дисперсионные характеристики, длина перекачки энергии, неизохронность и нелинейный сдвиг частоты, а также возникновение критических и особых точек.

Задачи, которые необходимо решить для достижения поставленной в работе цели:

1. Оценка влияния компенсации собственного затухания спиновых волн, распространяющихся в структуре ФМ-НМ, на ее магнитную восприимчивость.
2. Исследование влияния разных типов компенсации собственных потерь на характеристики системы из двух связанных структур ФМ-НМ – симметричной компенсации в обеих структурах и асимметричной, соответствующей случаю равноценного усиления спиновых волн в одной структуре и их затухания в другой. Поиск условия существования особой точки и анализ ее динамики при изменении расстояния между структурами.
3. Анализ влияния вносимого спинового тока на перекачку энергии между двумя структурами ФМ-НМ, связанными магнитным дипольным взаимодействием, а также рассогласования в собственных затуханиях и волновых числах спиновых волн на величину критического постоянного электрического тока, при котором в пространстве параметров «электрический ток-частота» возникает особая точка.

4. Исследование влияния нелинейности на положение особой точки в системе из двух связанных осцилляторов Дуффинга.
5. Исследование системы из двух дипольно связанных спин-трансферных наноосцилляторов (СТНО) с усилением и компенсацией затухания магнитного момента в линейном и нелинейном случаях. Исследование динамики собственных частот единичного СТНО и динамики нормальных мод связанных осцилляторов.
6. Анализ влияния ориентации внешнего магнитного поля и угла поляризации электрического тока на параметры, при которых в пространстве параметров системы двух и трех связанных СТНО возникает особая точка.

Научная новизна работы заключается в том, что в ней впервые:

1. Предложена и разработана математическая модель, описывающая влияние спинового тока на магнитную восприимчивость структуры «ферромагнетик-нормальный металл». Проведено подтверждение модели экспериментальными данными.
2. Предложена и разработана математическая модель, описывающая распространение поверхностных магнитостатических спиновых волн в связанных магнитным дипольным взаимодействием магнитных структурах ФМ-НМ, в которых с помощью спинового эффекта Холла компенсируется и усиливается собственное затухание. Найдены условия существования особой точки в этой системе, проанализирована ее динамика в зависимости от физических параметров структур.
3. Проведен анализ влияния спинового тока на длину перекачки спиновых волн в связанных структурах ФМ-НМ, а также рассогласования в собственных затуханиях и волновых числах спиновых волн на величину критического постоянного электрического тока, при котором в пространстве параметров «электрический ток-частота» возникает особая точка.

4. Проанализирована математическая модель связанных уравнений Дуффинга, найдено условие возникновения особой точки, проанализирована ее динамика.
5. Предложена и разработана математическая модель, описывающая зависимость характеристик дипольно связанных спин-трансферных наноосцилляторов под внешним воздействием от угла внешнего магнитного поля. Проанализировано влияние угла внешнего поля на неизохронность системы, константу связи между структурами, смещение собственных частот и расталкивание нормальных мод.
6. Проведен анализ динамики особой точки в системе дипольно связанных СТНО путем изменения угла внешнего магнитного поля и угла спиновой поляризации.

Научная и практическая значимость работы

В работе представлены результаты теоретических и численных исследований связанных магнитным дипольным взаимодействием магнитных структур с компенсацией собственного затухания. Показано, что в пространствах параметров таких систем могут возникать особые точки, где вырождаются собственные частоты системы и собственные моды. Предложена и обоснована методика расчета характеристик связанных магнитных структур с особой точкой в пространстве параметров «электрический ток-частота». Показано, как положение особой точки зависит от расстояния между структурами. В работе исследованы различные нелинейные эффекты и явления в спинтронных осцилляторах, а именно влияние ориентации внешнего магнитного поля и угла поляризации спинового тока на неизохронность системы и расталкивание нормальных мод, а также на положение особой точки. Такие системы могут использоваться для создания элементов компонентной базы устройств обработки информации, узкополосных фильтров и сенсоров.

Методы исследования

Для получения результатов диссертационной работы предложена математическая модель для описания динамики намагниченности в двух связанных магннных волноводах в магннстатическом приближении. Модель основана на уравнении Ландау-Лифшица-Гильберта, она учитывает дополнительное затухание, вносимое с помощью спинового эффекта Холла на границе раздела ферромагнетик-нормальный металл. Вторая модель, описывающая динамику намагниченности в двух дипольно связанных спин-трансферных наноосцилляторах, основана на том же уравнении. В работе рассчитаны дисперсионные характеристики, зависимость электрического напряжения, при котором в пространстве параметров системы может возникнуть особая точка, от расстояния между структурами, зависимость коэффициента неизохронности от ориентации внешнего магнитного поля и всех остальных параметров исследуемых волноведущих и колебательных систем с помощью программ, созданных в пакетах прикладного программирования.

Научные положения, выносимые на защиту

1. Нормальные моды спиновых волн, распространяющихся в двух связанных структурах «ферромагнетик-нормальный металл», расталкиваются, если векторы поляризации спинового тока, индуцируемого в металле и компенсирующего затухание спиновых волн, равны по модулю и сонаправлены. В случае, когда эти векторы направлены противоположно, возникает несимметричное воздействие: в одной структуре затухание волн компенсируется, а в другой усиливается, что приводит к увеличению амплитуд нормальных мод вплоть до их вырождения в особой точке.
2. При увеличении расстояния между дипольно связанными структурами «ферромагнетик-нормальный металл» магнитное взаимодействие между ними ослабевает. Это приводит к уменьшению электрического тока, приложенного к металлу, необходимого для вырождения нормальных мод распространяющихся в структурах спиновых волн в особой точке.

3. Рассогласование в величинах эффективного затухания спиновых волн, распространяющихся в связанных структурах «ферромагнетик-нормальный металл», уменьшает величину порогового тока в металле, при котором возникает особая точка. Собственное затухание спиновых волн при этом возрастает, что приводит к более быстрому ослаблению их амплитуд вдоль волноводов. Отсутствие синхронизма фазовых скоростей спиновых волн уменьшает действительную часть их волновых чисел, увеличивая длину перекачки энергии между структурами.
4. В системе дипольно связанных спин-трансферных наноосцилляторов, намагниченных внешним полем, направленным под углом к плоскости структур, близким к 90° , критический ток возникновения автоколебаний при поляризации спинового тока почти перпендикулярно поверхности структуры ($\sim 90^\circ$) примерно в два раза меньше, чем при угле поляризации $\sim 5^\circ$ (то есть в случае, когда поляризация спинового тока ориентирована почти вдоль поверхности структуры). В таких системах положение особой точки в параметрическом пространстве «частота-электрический ток» зависит от угла внешнего магнитного поля.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием фундаментальных физических моделей, сравнением с опубликованными данными и применением современных численных методов. Для описания динамики намагниченности решались уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта-Слончевского. Теоретический анализ основан на проверенных математических подходах, включая спектральный анализ, методы возмущений и численные расчеты. Результаты численного моделирования верифицированы тестированием на известных аналитических решениях и проверены на согласованность с экспериментальными данными, представленными в литературе.

Апробация работы и публикации

Автор работы выступал с результатами работы на следующих всероссийских и международных научных конференциях: International Conference «Functional Materials» (4-8 октября 2021, Алушта), 62-я Всероссийская научная конференция МФТИ (21 ноября – 03 декабря 2021, Долгопрудный), EASTMAG VIII «Trends in MAGnetism» (20-22 августа 2022, Казань), 64-я Всероссийская научная конференция МФТИ (01 марта – 03 марта 2023, Долгопрудный).

Материалы работ были опубликованы в научных журналах «Physical Review Applied», «Journal of Magnetism and Magnetic Materials», «Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики», «Радиотехника и Электроника», «Нелинейный мир», а также в трудах конференций. Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 публикациях в журналах, вошедших в перечень изданий, рекомендованных ВАК, 2 из них – публикации в зарубежных рецензируемых журналах, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и Web of Science, в 4 тезисах докладов, опубликованных в материалах всероссийских и международных конференций.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 100 страниц, включая 33 рисунка и 1 приложение. Списки цитируемой литературы и публикаций автора приводятся в конце работы.

Глава 1. Обзор литературы.

Целями обзора литературы, представленного в данной главе, являются:

1. Описание эффектов и явлений, возникающих в магнонных волноведущих и осцилляторных структурах;
2. Рассмотрение основных научных работ, посвященных компенсации затухания в магнонных структурах;
3. Рассмотрение основных научных работ, посвященных особым точкам в связанных магнонных структурах.

1.1 Определение магнитного дипольного момента. Прецессия макроскопической намагниченности

Магнитный дипольный момент – это векторная характеристика, описывающая силу и направление магнитного поля, создаваемого элементарной системой [16]. Прецессию магнитных дипольных моментов можно рассматривать как коллективное движение всех индивидуальных спинов внутри атома или иона. Магнитный дипольный момент μ частицы прямо пропорционален ее угловому моменту и задается уравнением

$$\mu = -g\mu_B\mathbf{J}, \quad (1.1)$$

где полный угловой момент $\hbar\mathbf{J}$ – сумма орбитального $\hbar\mathbf{L}$ и спинового $\hbar\mathbf{S}$ моментов, $\mu_B = e\hbar / 2m$ – магнетон Бора, $\hbar = h/2\pi$ – редуцированная постоянная Планка, g – фактор спектроскопического расщепления, задающийся уравнением Ланде и равный 2 для ионов групп Mn^{2+} и Fe^{3+} с незаполненными внутренними оболочками [16].

Сильное взаимодействие между магнитными моментами ионов существует благодаря взаимному перекрытию их электронных волновых функций. Согласно принципу запрета Паули, полная волновая функция с орбитальной и спиновой компонентами должна быть антисимметричной. Так, если два спина параллельны, то орбитальная волновая функция

антисимметрична в пространстве, а если два спина антипараллельны, то орбитальная волновая функция симметрична. Поскольку электронная волновая функция представляет собой распределение заряда, два спина имеют различные электростатические кулоновские энергии. Разница между этими двумя энергиями зависит от относительной ориентации спинов и называется обменной энергией. Во многих материалах обменная энергия взаимодействия атомов i, j , имеющих электронные спины $\mathbf{S}_i, \vec{\mathbf{S}}_j$, находится из уравнения Гайзенберга

$$U_{\text{ex}} = -2J\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (1.2)$$

где J – константа обменного взаимодействия. В случае, когда $J > 0$, обменная энергия минимальна, если спины параллельны друг другу, что является ферромагнитным упорядочением. В случае, когда $J < 0$, минимальной энергии соответствует антиферромагнитное упорядочение, где спины направлены противоположно друг другу. Помимо обменного взаимодействия, атомные спины в магнитных материалах взаимодействуют с соседями за счет нелокальной магнитной дипольной энергии, также они взаимодействуют с внешними магнитными полями и с электрическими полями решетки за счет спин-орбитальной связи.

Движение магнитных моментов в присутствии внешнего магнитного поля описывается классическими уравнениями электромагнетизма и механики. Рассмотрим магнитный материал, помещенный в постоянное внешнее магнитное поле, с такими размерами, что граничными эффектами можно пренебречь. Энергия магнитного момента $\boldsymbol{\mu}$ в точке i описывается уравнением

$$U_i = -\boldsymbol{\mu}_i \cdot \mathbf{B}. \quad (1.3)$$

Уравнение (1.3) показывает, что энергия магнитного момента минимальна, когда вектор $\boldsymbol{\mu}$ сонаправлен вектору внешнего магнитного поля. Если $\boldsymbol{\mu}$ отклоняется от положения равновесия, он начинает прецессировать, что описывается уравнением

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu}_i \times \mathbf{B}. \quad (1.4)$$

Энергии магнитного момента $\boldsymbol{\mu}$ соответствует угловой момент $\hbar\mathbf{J}$ и его движение определяется из закона Ньютона. Используя его и уравнения (1.1) и (1.4), а также применяя затем усреднение по единичному объему, получаем уравнение, описывающее динамику магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma\mu_0\mathbf{M} \times \mathbf{H}. \quad (1.5)$$

Это уравнение Ландау-Лифшица, описывающее динамику намагниченности \mathbf{M} в отсутствие затухания. Из него следует, что если вектор \mathbf{M} параллелен вектору внешнего магнитного поля \mathbf{H} , то производная по времени равна нулю и вектор намагниченности находится в равновесном состоянии. Когда \mathbf{M} отклоняется от положения равновесия из-за внешнего воздействия, он начинает прецессировать вокруг \mathbf{H} (рис.1.1). В случае малых отклонений от положения равновесия решение уравнений движения вектора $\mathbf{M} (z, m_x, m_y \ll M_z)$ ищется в виде

$$m_x(t) = m_0 \cos(\omega_0 t), \quad m_y(t) = m_0 \sin(\omega_0 t). \quad (1.6)$$

Угловая частота прецессии вектора намагниченности равна $\omega_0 = \gamma\mu_0 H$.

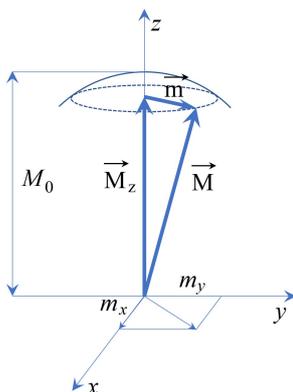


Рис. 1.1. Прецессия вектора намагниченности вокруг положения равновесия.

2.2 Спиновые волны

Спин – собственный момент импульса элементарных частиц. Спин является квантовой характеристикой, которая определяет магнитные свойства частицы и ее поведение в магнитных полях [16].

Рассмотрим цепочку из N спинов S , связанных с ближайшими соседями обменным взаимодействием, однородно распределенных на расстоянии a друг от друга. В таком случае энергия взаимодействия спинов описывается уравнением Гайзенберга (1.2), где J – константа связи с ближайшим спином, \mathbf{S}_i – спин в точке $x_i = ia$. В основном состоянии все спины параллельны и обменная энергия равна $U_0 = -2JNS^2$. Спины электронов в магнитных материалах не зафиксированы на месте и могут взаимодействовать и влиять друг на друга, поэтому коллективное поведение спинов может порождать квантованные возбуждения, известные как *спиновые волны*. Это нелокализованные возбуждения, которые представляют собой коллективное движение множества спинов, способные распространяться в магнитных материалах и нести энергию и импульс без перемещения электронов.

Уравнение движения спина \mathbf{S}_i в случае, когда на цепочку спинов действует постоянное магнитное поле \mathbf{H}_0 , ищется в виде

$$\frac{d\mathbf{S}_i}{dt} = -\gamma\mu_0\mathbf{S}_i \times (\mathbf{H} + \mathbf{H}_{\text{ex}}^{\text{eff}}), \quad (1.7)$$

где $\gamma = g\mu_B/\hbar$ – гиромагнитное соотношение, $\mathbf{H}_{\text{ex}}^{\text{eff}}$ – эффективное поле, действующее на спин. Принимая направление внешнего магнитного поля вдоль координаты z и рассматривая малые отклонения спинов от положения равновесия, в приближении бегущей волны решаем систему уравнений для x - и y - компонент спина $S_i^x, S_i^y \ll S_i^z \approx S$, откуда получаем уравнения для определения действительных частей поперечных компонент спина:

$$S_i^x = A_0 \cos(kx_i - \omega_k t), \quad S_i^y = A_0 \sin(kx_i - \omega_k t). \quad (1.8)$$

Из этих уравнений следует, что спиновые волны, распространяющиеся вдоль цепочки, представляют собой прецессию спинов вокруг их положений равновесия с фазовым сдвигом $\phi_i = kx_i$.

Из квантовой механики известно, что коллективные возбуждения спинов квантованы. Квантами спиновых волн являются *магноны*. Для рассматриваемой цепочки спинов энергия одного магнона выражается в виде

$$\hbar\omega_k = \hbar\gamma\mu_0 H + 4JS(1 - \cos ka). \quad (1.10)$$

Из уравнения (1.10) видно, что при значении волнового числа $k = 0$ энергия магнона определяется только напряженностью магнитного поля $\hbar\omega_0 = \hbar\gamma\mu_0 H$, что соответствует случаю однородного ферромагнитного резонанса, когда все спины прецессируют в одной фазе и вклад энергии обменного взаимодействия отсутствует. С ростом k растет фазовый сдвиг между соседними спинами, вследствие чего увеличивается обменная энергия, которая достигает своего максимального значения при $ka = \pi$, что соответствует границе зона Бриллюэна.

2.3 Магнитоэлектронные спиновые волны и методы их расчета

Рассмотрим изотропную ферромагнитную пленку толщиной L , неограниченную в плоскости xOy , в которой распространяются спиновые волны в направлении z в диапазоне волновых чисел $10 < k < 10^3 \text{ см}^{-1}$, так что эффект обменного взаимодействия не учитывается. Также примем, что $kc \gg \omega$, так что компонентами электрического поля можно пренебречь. Магнитное поле в таком случае описывается уравнениями Максвелла для магнитоэлектронного приближения:

$$\nabla \times \mathbf{h} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{h} = -4\pi \nabla \cdot \mathbf{m}. \quad (1.10)$$

Существует два аналитических метода расчета спектра спиновых волн в пленочных структурах [17]. Первый метод следует из *теории плоских волн* и заключается в получении тензора магнитной восприимчивости $\bar{\chi}$ из

уравнения Ландау-Лифшица. Для этого решается система уравнений (1.10) с использованием соотношения, связывающего векторы \mathbf{m} и \mathbf{h} через $\bar{\chi}$:

$$\mathbf{m} = \bar{\chi} \cdot \mathbf{h}, \quad \bar{\chi} = \begin{pmatrix} \kappa & -i\nu & 0 \\ i\nu & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

где $\kappa = \omega_H \omega_M / (\omega_H^2 - \omega^2)$, $\nu = \omega_H \omega / (\omega_H^2 - \omega^2)$, $\omega_M = \gamma \mu_0 M$, $\omega_H = \gamma \mu_0 H_z$. Так как $\nabla \times \mathbf{h} = 0$, то описать поле \mathbf{h} можно с помощью скалярного потенциала в виде $\mathbf{h} = -\nabla \psi$. Путем подстановки этого выражения в (1.10) получаем

$$-\nabla^2 \psi + 4\pi \nabla \cdot \mathbf{m} = 0. \quad (1.12)$$

Подставляя в (1.12) выражения для κ и (1.11), получаем уравнение Уокера для магнитостатического потенциала:

$$(1 + \kappa) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (1.13)$$

Далее определяется дисперсия магнитной среды $\mathbf{k}(\omega)$ и выводится характеристическое уравнение шестого порядка в виде $f(\mathbf{k}, \omega)$, обладающее шестью решениями для $\mathbf{k}(\omega)$ [18]. Затем из граничных условий определяются поперечные волновые числа, выводится дисперсионное уравнение из определителя матрицы 8×8 и получаются амплитуды парциальных волн из восьми граничных условий.

Второй метод следует из теории спин-волновых мод и заключается в выводе из уравнений Максвелла и электродинамических начальных условий связи между переменной намагниченностью и дипольным магнитным полем [19]. Для пленки, неограниченной в плоскости xOy , система уравнений выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{h}^i &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{h}^i = -4\pi \nabla \cdot \mathbf{m}, \quad -L/2 \leq \xi \leq L/2, \\ \nabla \times \mathbf{h}^e &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{h}^e = 0, \quad L/2 < \xi < +\infty, \end{aligned} \quad (1.14)$$

при этом граничные условия задаются в виде

$$(h_\xi^i + m_\xi) \Big|_{\xi=\pm L/2} = h_\xi^e \Big|_{\xi=\pm L/2}, \quad (1.15)$$

$$h_{\eta}^i \Big|_{\xi=\pm\frac{L}{2}} = h_{\eta}^e \Big|_{\xi=\pm\frac{L}{2}},$$

$$h_{\zeta}^i \Big|_{\xi=\pm\frac{L}{2}} = h_{\zeta}^e \Big|_{\xi=\pm\frac{L}{2}},$$

$$\mathbf{h} \Big|_{\xi=\pm\frac{L}{2}} \rightarrow 0.$$

Решение задачи (1.14,1.15) ищется в виде разложения по плоским волнам $\mathbf{m}(\xi, \zeta) = \mathbf{m}(\xi) e^{-ik_{\zeta}\zeta + i\omega t}$, $\mathbf{h}(\xi, \zeta) = \mathbf{h}(\xi) e^{-ik_{\zeta}\zeta + i\omega t}$. После этого связь между амплитудами намагниченности и магнитного поля представляется в интегральной форме с помощью тензорной функции Грина $\hat{\Omega}_{\alpha\beta}(\xi, \xi'; k_{\zeta})$, $\alpha, \beta = \xi, \eta, \zeta$:

$$\mathbf{h}^d(\xi', k_{\zeta}) = \int \hat{\Omega}_{\alpha\beta}(\xi, \xi'; k_{\zeta}) \mathbf{m}(\xi, k_{\zeta}) d\xi'. \quad (1.16)$$

Далее определяются поперечные волновые числа из обменных граничных условий и получаются амплитуды спин-волновых мод. В итоге выводится бесконечная система уравнений для определения амплитуд спин-волновых мод и точное дисперсионное уравнение $\omega_n(k)$.

В зависимости от направления внешнего магнитного поля, толщины пленки и диапазона частот, в магнетонных волноводах могут распространяться три типа магнитостатических спиновых волн – обратные объемные (ООМСВ), прямые объемные (ПОМСВ) и поверхностные (ПМСВ) (см. рис.1.2) [16,18].

Обратные объемные МСВ возникают в ферромагнитных пленках, намагниченных в плоскости, так что направление распространения спиновых волн совпадает с вектором внешнего магнитного поля. ООМСВ распространяются в частотном диапазоне $\omega_H < \omega < \left[\omega_H (\omega_H + \omega_M)^{1/2} \right]$, параметр κ в этом случае соответствует условию $(1 + \kappa) < 0$. Для пленок, намагниченных в плоскости, так что внешнее поле H_0 направлено вдоль оси кристаллической анизотропии, параметр ω_H становится равным $\omega_H = \gamma\mu_0(H_0 + H_A)$. Волны этого типа распространяются по всей толщине

пленки, при этом с ростом k_z групповая скорость $v_g = \partial\omega_k / \partial k$ этих волн отрицательна. Дисперсионная характеристика данного типа МСВ задается уравнением

$$\omega_k^2 = \omega_H \left[\omega_H + \omega_M (1 - e^{-k_z t}) / k_z t \right]. \quad (1.17)$$

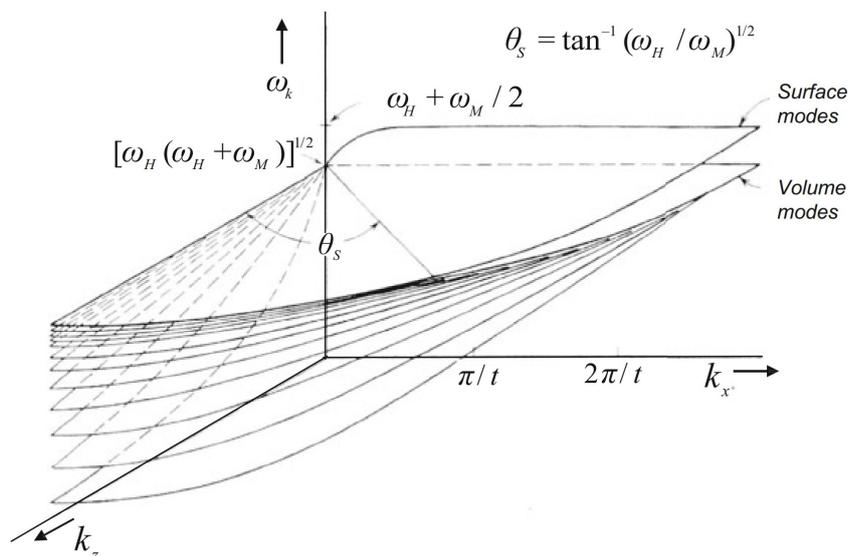


Рис. 1.2. Дисперсионные характеристики спиновых волн в тонких ферромагнитных пленках [17].

Прямые объемные МСВ возникают в ферромагнитных пленках, намагниченных нормально к плоскости. Они распространяются по всей толщине пленки и в том же частотном диапазоне, что и ООМСВ, при этом их групповая скорость положительна, т.к. с ростом волнового числа увеличивается частота. Дисперсионная характеристика данного типа МСВ задается уравнением

$$\omega_k^2 = \omega_H^2 + \omega_H \omega_M \left(1 - \frac{1 - e^{-kt}}{kt} \right). \quad (1.18)$$

Поверхностные МСВ возникают в ферромагнитных пленках, намагниченных в плоскости, так что направление распространения спиновых волн нормально к направлению внешнего магнитного поля. Их частотный диапазон составляет $\left[\omega_H (\omega_H + \omega_M)^{1/2} \right] < \omega < \omega_H + \omega_M / 2$, что делает их самыми

высокочастотными среди всех типов МСВ. Дисперсионная характеристика данного типа МСВ задается уравнением

$$\omega_k^2 = \omega_H^2 + \omega_H \omega_M + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - e^{-2k_x t}). \quad (1.19)$$

1.4 Собственное затухание в магنونных структурах

Одним из важнейших параметров, влияющих на распространение спиновых волн в магنونных структурах, является собственное затухание, которое происходит вследствие диссипации и рассеяния энергии колебаний и волн намагниченности. В магنونных структурах собственное затухание приводит к таким эффектам, как сокращение расстояний, на которые распространяются спиновые волны, увеличение ширины спектральной линии и возникновение дополнительных гармоник [4,16,18]. Правильный учет диссипации и рассеяния энергии играют решающую роль в определении динамических свойств магнитных материалов, особенно в контексте параметров спиновых волн и ферромагнитной релаксации. Ферромагнитная релаксация – процесс установления равновесного значения магнитного момента ферромагнетика. Скорость установления равновесия характеризуется временем релаксации T и частотой релаксации $\omega_r = 1/T$ или соответствующей шириной линии $\Delta H = \omega_r / \gamma$.

Релаксация при ферромагнитном резонансе может быть двух типов. При релаксации продольного компонента намагниченности происходит процесс установления равновесной длины вектора \mathbf{M} за время T_1 . При релаксации поперечного компонента намагниченности вектор \mathbf{M} постепенно приближается к равновесному положению без изменения M_z за время T_2 .

Релаксационный процесс, при котором длина вектора \mathbf{M} сохраняется, то есть при котором вектор \mathbf{M} движется к положению равновесия по сфере диаметром $|\mathbf{M}|$, описывается уравнением Ландау-Лифшица:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma\mu_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \alpha_G \left[\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right], \quad (1.20)$$

где \mathbf{H}_{eff} – полное эффективное поле, влияющее на намагниченность, которое включает в себя все спиновые взаимодействия, α_G – константа затухания Гильберта. В случае, когда длина вектора \mathbf{M} при движении к положению равновесия не сохраняется, описывается уравнениями Блоха-Бломбергена:

$$\begin{aligned} \frac{dM_z}{dt} &= -\gamma\mu_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}]_z - \frac{M_z - M}{T_1}, \\ \frac{dm_{x,y}}{dt} &= -\gamma\mu_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}]_{x,y} - \frac{m_{x,y}}{T_2}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

где $1/T_1$ и $1/T_2$ – времена продольной и поперечной релаксации, соответственно.

Существует более 20 типов рассеяния, влияние которых определяется путем расчета времен релаксации каждого из механизмов и сравнения результата с экспериментальными данными [20]. Механизмы ферромагнитной релаксации можно разделить на собственные и несобственные. Первый тип релаксации возникает в идеальных магнитных кристаллах при отсутствии любых несовершенств структуры. Спин-решеточная связь в таких структурах очень слабая, так что релаксация происходит в два этапа: энергия возбужденного внешней силой магнона распределяется по остальным магنونным модам системы, после чего происходит передача энергии решетке. К появлению несобственных процессов релаксации приводят внешние факторы, такие как влияние границ и геометрии структуры. В тонких пленках и наноструктурах влияние геометрии, наличие шероховатостей и примесей влияет на рассеяние энергии особенно сильно.

Перечислим некоторые источники ферромагнитной релаксации в магنونных структурах. Одним из доминирующих механизмов, обуславливающих затухание, является магнон-фононное взаимодействие, которое возникает из-за связи спиновых волн и квантов колебаний решетки [21]. Параметры этих взаимодействий зависят от перекрытия спектров магнонов и фононов, на которое влияют упругие свойства материала,

магнитная анизотропия и температура. Увеличение температуры приводит к росту популяции фононов, что приводит к увеличению диссипации энергии вследствие более интенсивного рассеяния магнонов.

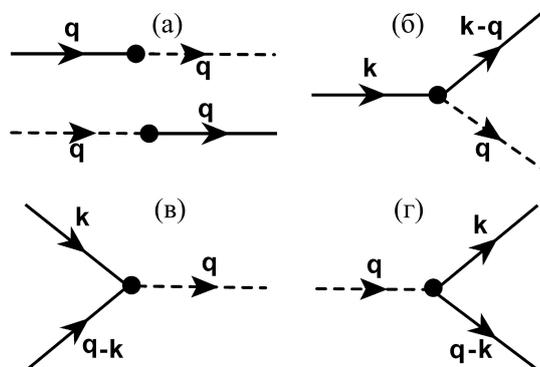


Рис. 1.3. Магнон-фононные взаимодействия. (а) магнон-фононное преобразование; магнон-фононные взаимодействия, (б) сохраняющие и (в,г) не сохраняющие число магнонов [21].

Другим источником затухания намагниченности является магнон-магнонное взаимодействие. При двухмагнонном рассеянии происходит взаимодействие двух спиновых волн на примесях и дефектах, вследствие чего между волнами происходит обмен энергией и рассеяние части энергии на участке неоднородности материала. При рассеянии энергии структурными несовершенствами момент импульса не сохраняется, а общая энергия системы остается неизменной. Этот механизм часто наблюдается в тонких пленках и наноструктурах, где доминируют поверхностные эффекты. При трехмагнонном рассеянии, которое представляет собой собственный процесс релаксации, происходит распад исходной волны на две параметрически рожденные волны либо слияние двух волн. Это нелинейный процесс, который подчиняется законам сохранения энергии и импульса $\omega_k + \omega_{k'} = \omega_{k''}$, $\mathbf{k} + \mathbf{k}' = \mathbf{k}''$, и сильно зависит от дисперсионного соотношения магнитного материала. Трехмагнонное рассеяние появляется, когда происходит параметрическая накачка или высокоамплитудные нелинейные возбуждения магнонов. Наконец, четырехмагнонные процессы представляют собой взаимодействия, при котором происходит процесс рассеяния двух магнонов, слияния трех магнонов либо расщепления одного магнона на три.

Эластичное четырехмагнонное рассеяние сохраняет суммарный момент импульса и энергию системы и проявляется увеличением ширины спектральной линии и перераспределением энергии между гармониками. Неэластичное четырехмагнонное рассеяние сохраняет суммарную энергию системы, однако здесь могут происходить процессы рождения и уничтожения магнонов, которые влияют на их популяцию; например, в процессе рассеяния магноны могут аннигилировать, в результате чего возникнут два новых магнона с другой энергией и моментом импульса. Процессы слияния и расщепления магнонов приводят к рождению магнона с большей энергией и моментом импульса, и к распаду на три более низкоэнергетических магнона, соответственно.

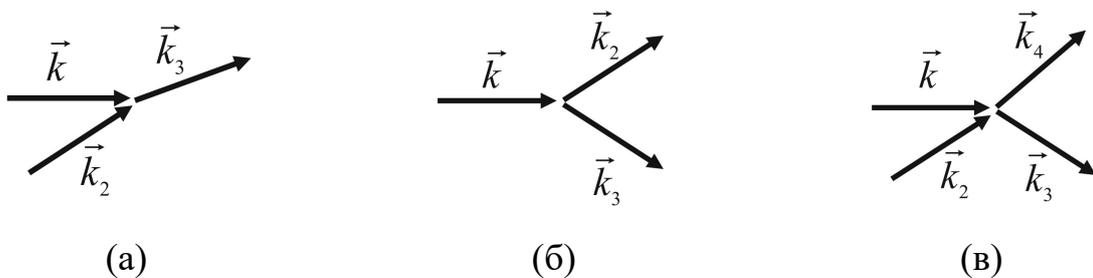


Рис. 1.4. Магнонная релаксация. (а) трехмагнонное слияние, (б) трехмагнонное расщепление, (в) четырехмагнонное рассеяние [16].

Еще одним источником затухания спиновых волн в магнитных материалах является спиновая диффузия – генерируемый в разных областях магнитного материала с пространственно-неоднородной намагниченностью поток электронов проводимости, создающий спиновый ток. Такой спиновый ток может переносить угловой момент из одной области материала в другую, таким образом влияя на собственное затухание. Различают продольную и поперечную спиновую диффузию, которые могут проявляться, когда спиновый ток совпадает с направлением стационарной намагниченности и когда он перпендикулярен ей, соответственно. В структурах типа ФМ-НМ спиновая диффузия создает спиновую накачку, что приводит к увеличению собственного затухания.

В материалах с равномерно распределенной статической намагниченностью в случае, когда вектор \mathbf{M} в процессе релаксации сохраняет длину, коллективное влияние механизмов затухания может быть учтено введением в уравнение движения намагниченности Ландау-Лифшица дополнительного члена в форме Гильберта (ур.1.20), включающего в себя константу затухания Гильберта α_G . Эффективная константа затухания может быть выражена как сумма вкладов от различных механизмов:

$$\alpha_G = \alpha_{in} + \alpha_{ex}, \quad (1.22)$$

где α_{in} включает вклады от магнон-фононного рассеяния, обменных взаимодействий и трехмагнонных процессов, а α_{ex} учитывает диссипацию и рассеяние энергии, возникающие из-за несовершенства структуры, граничных условий и неоднородностей. Коэффициент затухания Гильберта α_G определяется экспериментально с помощью измерения ферромагнитного резонанса и определения ширины его спектральной линии, а также с помощью магнитооптического эффекта Керра с временным разрешением. Уменьшение гильбертова затухания имеет решающее значение для повышения когерентности и длины распространения спиновых волн.

1.5 Методы компенсации потерь в магнонных структурах

1.5.1 Управление магнитной анизотропией напряжением

Управление магнитной анизотропией напряжением (Voltage Controlled Magnetic Anisotropy, VCMA) – эффект, который может возникать в проводящих ферромагнитных пленках, где из-за спин-зависимого экранирования приложенного электрического поля магнитная анизотропия на поверхности пленки изменяется в зависимости от приложенного поля [5]. Изменение энергии K_s поверхностной магнитной анизотропии линейно пропорционально компоненте приложенного электрического поля E , направленного нормально к поверхности пленки: $\Delta K_s = \beta_s E$, где β_s – коэффициент, зависящий от состава и толщины ферромагнитной пленки и

прилегающего к ней диэлектрического слоя. Такая простая линейная зависимость между приложенным сигналом и реакцией системы на него очень привлекательна для создания СВЧ устройств на основе этого эффекта, появление которого также не требует высоких плотностей электрического тока. С помощью VCMA возможно параметрическое усиление распространяющихся в ферромагнитных пленках спиновых волн (рис.1.5) [4,22].

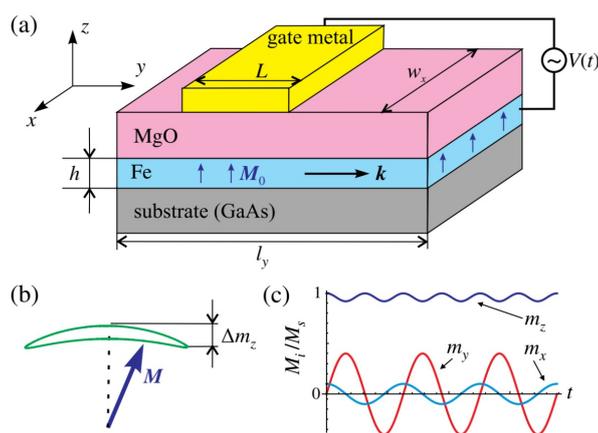


Рис. 1.5. Изображение устройства для параметрического усиления спиновых волн с помощью эффекта VCMA [4].

VCMA является поверхностным эффектом, поэтому он наиболее сильно проявляется в тонких пленках толщиной порядка единиц нанометров. Для таких материалов, например, структур Fe/MgO, магнитная анизотропия может быть эффективно изменена даже при сравнительно малых величинах приложенного электрического поля. Этот эффект уже нашёл применение в создании устройств магниторезистивной оперативной памяти, где VCMA используется для переключения намагниченности слоёв, а также для управления движением доменных стенок.

1.5.2 Параметрическая накачка

Параметрическая накачка – метод усиления спиновых волн с помощью локального магнитного поля с частотой, примерно вдвое превышающей частоту волн [16,23,24]. Параметрическая накачка возникает вследствие дипольного взаимодействия между спиновыми волнами,

распространяющимися под углом θ_k к внешнему магнитному полю. Микроволновое внешнее магнитное поле в таком случае должно быть направленно параллельно статическому полю, намагниченность и магнитное поле равны $\mathbf{M}(\mathbf{r},t) = \mathbf{z}M_z + \mathbf{m}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{z}H_z + \mathbf{h}_{\text{dip}}(\mathbf{r},t)$. Тогда компоненты вектора намагниченности становятся неодинаковыми:

$$\frac{m_x}{m_y} = i \frac{\gamma\mu_0 (H_z + Dk^2 + M \sin^2 \theta_k)}{\omega_k}, \quad (1.23)$$

где $D = (2Jsa^2/g\mu_B\mu_0)$ – параметр обмена. Видно, что при $\theta_k > 0$ у компонента больше x компоненты, $m_x < m_y$, что приводит к возникновению эллиптичности e прецессии магнитного момента вокруг \mathbf{M} :

$$e = \frac{\gamma\mu_0 (H_z + Dk^2 + M \sin^2 \theta_k)}{\omega_k}. \quad (1.24)$$

В результате z компонента намагниченности M_z становится непостоянной и варьируется с частотой $2\omega_k$:

$$M_z \approx M - \frac{m_0^2}{4M} (1 - e^2) \cos 2\omega_k t, \quad (1.25)$$

где $m_0 \ll M$ – амплитуда прецессии вектора намагниченности, ω_k – частота прецессии z компоненты намагниченности. В процессе параметрической накачки происходит генерация фотоном двух магнонов с частотой, составляющей половину частоты фотона. Схема усиления спиновых волн с помощью параметрической накачки приведена на рис.1.6.

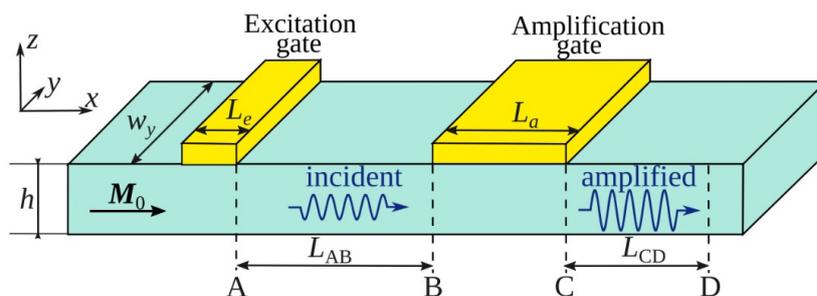


Рис. 1.6. Изображение параметрического усилителя с областями распространения возбужденных и усиленных спиновых волн [23].

1.5.3 Перенос спинового момента

Перенос спинового момента (ПСМ) – процесс, при котором спиновый момент частицы переносится из одной точки пространства в другую или передается другой частице. В результате STT в магнитных структурах могут возникать спин-поляризованные токи – электрические токи, в которых электроны имеют предпочтительное направление спинов. Концепция ПСМ была теоретически предложена в 1996 г [25,26]. Протекание в ферромагнитных наноструктурах спиновых токов высокой плотности $10^6 - 10^{10}$ А/см² может приводить к изменению намагниченности в этих структурах при отсутствии внешнего магнитного поля [27-30].

Рассмотрим одну из типичных схем эксперимента по передаче спинового момента в структуре из двух ферромагнетиков (ФМ), обладающих намагниченностями S_1 , S_2 и разделенных слоем изолятора или немагнитного проводника (рис.1.7). Электроны спин-поляризованного тока с поляризацией \mathbf{p} , возникающего в первом слое ФМ, инжектируются во второй ФМ слой. При протекании спинового тока через второй слой ФМ происходит обменное взаимодействие между электронами проводимости и атомами ФМ, что приводит к выстраиванию спиновой поляризации электронов вдоль направления намагниченности. Неравновесная компонента поляризации спина электронов проводимости во втором слое ФМ передается атомам материала благодаря обменному взаимодействию s -электронов и локализованных d -электронов в зоне проводимости. Вследствие s - d обмена вектор намагниченности \mathbf{m} начинает прецессировать вокруг вектора намагниченности решетки второго ФМ \mathbf{M} .

Наиболее часто для описания ПСМ используют уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта с учетом дополнительного члена Слончевского-Берже, который зависит от плотности тока:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma\mu_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \alpha \left[\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right] + \mathbf{T}_{\text{STT}}, \quad (1.26)$$

$$\mathbf{T}_{\text{STT}} = \mathbf{T}_{\text{STT},\parallel} + \mathbf{T}_{\text{STT},\perp} = \frac{g\mu_B\varepsilon}{deM_s^2} j_e \mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{p}] + \frac{g\mu_B\varepsilon}{deM_s^2} j_e \mathbf{M} \times \mathbf{p}. \quad (1.27)$$

Здесь g – фактор Ланде для электрона, d – толщина слоя ферромагнетика со «свободной» намагниченностью, e – заряд электрона, j_e – плотность электрического тока, втекающего из ФМ1 в ФМ2 со спиновой поляризацией \mathbf{p} , $\varepsilon = \varepsilon(J_{\text{sd}})$, $\varepsilon' = \varepsilon'(J_{\text{sd}})$ – эффективность спиновой поляризации, причем, как правило [31], $\varepsilon' \ll \varepsilon$, \mathbf{H}_{eff} – эффективное магнитное поле, действующее на \mathbf{M} во втором ФМ слое с плотностью магнитной энергии W . Слагаемые $\mathbf{T}_{\text{STT},\parallel}$ и $\mathbf{T}_{\text{STT},\perp}$ в (1.27) характеризуют отрицательное затухание спинового момента [25] и спиновую инжекцию [29,34]. Эффект ПСМ в спинтронных осцилляторах приводит к кручению или перевороту вектора намагниченности при больших значениях плотности электрического тока, при этом величины критического тока оцениваются по формуле

$$j_{\text{th}} = \frac{deM_s}{g\mu_B\varepsilon} \alpha_G \omega_{\text{FMR}}, \quad (1.24)$$

и составляют порядка $10^8 - 10^9$ А/см² [34], ω_{FMR} – частота ферромагнитного резонанса в ФМ2.

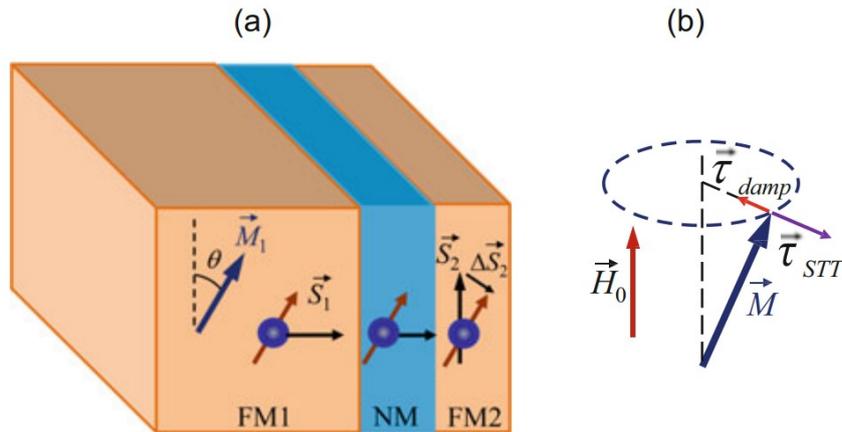


Рис. 1.7. Иллюстрация эффекта переноса спинового момента электрическим током в трехслойной структуре из двух ферромагнитных слоев, разделенных немагнитным металлом; (б) иллюстрация влияния переноса спина на динамику намагниченности [16].

1.6 Особые точки в магнонике и спинтронике

Особые точки (ОТ, в англоязычной литературе «exceptional points») – точки в параметрическом пространстве физических систем, в которых две или больше собственных частоты и соответствующие им собственные моды вырождаются [7-10]. Такие вырождения присущи открытым, то есть обменивающимся энергией с окружающей средой системам, для описания процессов в которых более двадцати лет назад был разработан формализм неэрмитовой физики [35-37]. В рамках этой теории для описания открытых систем рассматривают неэрмитовые неконсервативные гамильтонианы, которые могут обладать полностью действительными спектрами, пока они коммутируют с операторами обращения в пространстве \hat{P} и времени \hat{T} , так что $[\hat{H}, \hat{P}\hat{T}] = 0$. Действие оператора \hat{P} приводит к изменению знаков координат, $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$, $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$, в то время как действие оператора \hat{T} ведет к комплексному сопряжению $i \rightarrow -i$ и изменению $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$. РТ-симметричные системы состоят из связанных структур, в одной из которых компенсируется собственное затухание волн, а во второй – увеличивается, причем вносимое затухание и усиление равны по модулю. Уравнения, описывающие системы, которые не претерпевают ни усиления, ни ослабления, меняют тип решения в особых точках, после чего происходит усиление волн только в одной из структур, а во второй энергия полностью рассеивается. В особых точках РТ-симметричных систем происходит спонтанное нарушение симметрии, а неортогональность собственных мод системы достигает максимума [П1].

Несмотря на то, что эти точки изначально являлись исключительно математической концепцией, они были теоретически предсказаны и экспериментально наблюдались в различных физических областях, таких как квантовая механика [38-40], оптика [7-9], оптомеханика [41], акустика [42], электроника [43-45] и магноника [46-52]. В большинстве приведенных выше примеров для наблюдения особых точек используются не квантовые, а классические системы, а именно колебательные и волновые. С точки зрения

теории колебаний и волн две нормальные моды двух взаимосвязанных систем за счет вносимых положительных и отрицательных потерь вырождаются в одну собственную в особой точке. Для этого системы должны быть идентичными, вносимые потери в одной из них положительными (затухание увеличивается), а в другой отрицательными (затухание компенсируется). При таком внесении потерь резонансные свойства волновых и колебательных систем в особых точках не ухудшаются и определяются собственным затуханием. Величина же вносимых потерь, необходимая для появления особой точки, прямо пропорционально зависит от величины связи между системами.

В особых точках могут возникать разные необычные явления и эффекты, такие как однонаправленная невидимость [53], одномодовая генерация [54], невзаимность [42,55] и усиленное шумоподавление [45,46,56]. В последних исследованиях сообщается о повышенной чувствительности к внешним возмущениям в таких точках вырождения что естественным образом приводит к возможности создания на их основе сверхчувствительных сенсоров [57-59]. Главное отличие особой точки от обычного кратного вырождения – сильная реакция их собственных значений на внешние возмущения. Когда точка кратного вырождения подвергается возмущению ε , расщепление энергии (или частоты) системы пропорционально ε . В особых точках, однако, энергия расщепляется пропорционально n -му корню ε . Следовательно, абсолютные значения расщепления в них параметрически больше, что критически важно при малых величинах внешнего возмущения (рис. 1.6).

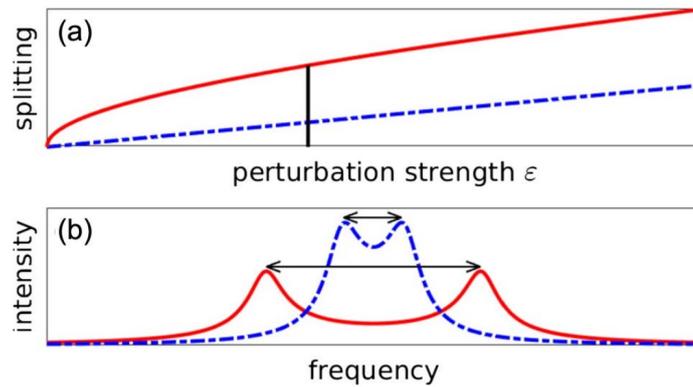


Рис. 1.8. Иллюстрация увеличенного расщепления частоты в особой точке по сравнению с точкой обычного вырождения [57]. (а) Зависимость величины расщепления частоты от силы внешнего возмущения, (б) Спектр для фиксированного значения возмущения в особой точке (красная линия) и в точке обычного вырождения (синяя линия).

Недавно начали изучать условия возникновения особых точек в пространствах параметров ферромагнитных связанных структур. Магноника является подходящей платформой для исследования эффектов и явлений, связанных с появлением особых точек, благодаря присущим ей разнообразным диссипативным процессам и разработанным вышеперечисленным способам их компенсации. Впервые возможность появления особых точек в спектрах магнонных систем была показана в [60]. В работе рассмотрены трехслойные структуры, состоящие из одинаковых по объему ФМ с равноценным усилением в одном слое и ослаблением спиновых волн в другом, разделенных немагнитной прослойкой. Показано, что особая точка возникает при значении параметра затухания $\alpha = \alpha_c$; при значениях $\alpha < \alpha_c$ частотный спектр системы оказался вещественным, а при $\alpha > \alpha_c$ – комплексным, что указывает на стабильную и неустойчивую динамику, соответственно. Таким образом, в зависимости от параметра затухания происходит изменение типа решения системы и частотного спектра.

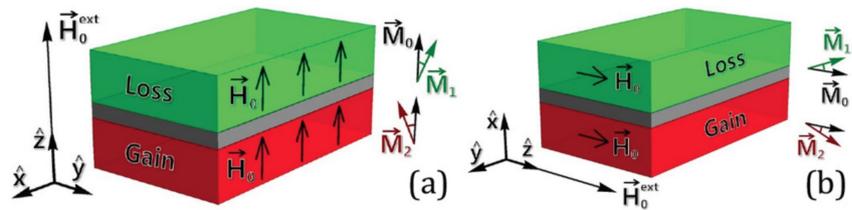


Рис. 1.9. Две связанные ферромагнитные пленки, разделенные прослойкой из немагнитного материала, помещенные во внешнее магнитное поле, в геометрии (а) вне плоскости, (б) в плоскости [60].

Далее разнообразные связанные волноведущие системы ФМ-НМ были изучены в ряде работ. В [47] рассмотрены структуры, состоящие из двух ферромагнетиков, разделенных тонким слоем нормального металла с большим углом Холла и связанных взаимодействием Рудермана-Киттеля-Касуя-Иосиды – косвенным взаимодействием между магнитными ионами кристаллической решетки через электроны проводимости. Управление затуханием распространяющихся в ФМ спиновых волн осуществлялось благодаря разделению спинов с противоположными поляризациями \mathbf{p} на границах раздела ФМ-НМ, что в свою очередь влияло на динамику намагниченности в ФМ слоях за счет переноса спинового момента. В работе показана возможность создания условий однонаправленного распространения спиновых волн и увеличения чувствительности системы к внешним возмущениям вблизи особой точки. В [48] изучены параметры многослойной структуры, в которой может возникнуть особая точка третьего порядка. Авторы демонстрируют с помощью численного и микромагнитного моделирования, что вблизи особой точки система демонстрирует еще более сильный отклик на внешнее возмущение, чем особая точка второго порядка. Недавно показано, что в магнонных структурах вблизи особых точек может наблюдаться маскировка (cloaking, от англ. "cloak" – плащ) [53] – в среде с чередующимися зонами усиления и ослабления спиновых волн продемонстрирована возможность нулевого отражения магнонов с одной стороны структуры.

Существует несколько способов связи магنونных структур, такие как магнитное дипольное и обменное взаимодействие, связь электрическим током и т.д. До недавнего времени в основном изучались многослойные структуры, состоящие из слоев ферромагнитного диэлектрика и нормального металла с большим спиновым углом Холла, где существенный вклад вносит обменное взаимодействие Рудермана-Киттеля-Касуя-Иосиды (РККИ-взаимодействие) – косвенное взаимодействие между магнитными ионами кристаллической решетки через электроны проводимости. Несмотря на эффективность косвенного обмена спиновых волн, проведение подобного эксперимента представляется технологически трудным из-за необходимости создать структуру типа ФМ-НМ-ФМ, где слои ФМ должны обладать одинаковыми физическими размерами. До недавнего времени не изучались РТ-симметричные планарные структуры ФМ-НМ, связанные магнитным дипольным взаимодействием. Топология планарных волноведущих структур широко используется при создании элементов функциональной микроэлектроники, таких как направленные ответвители [61,62].

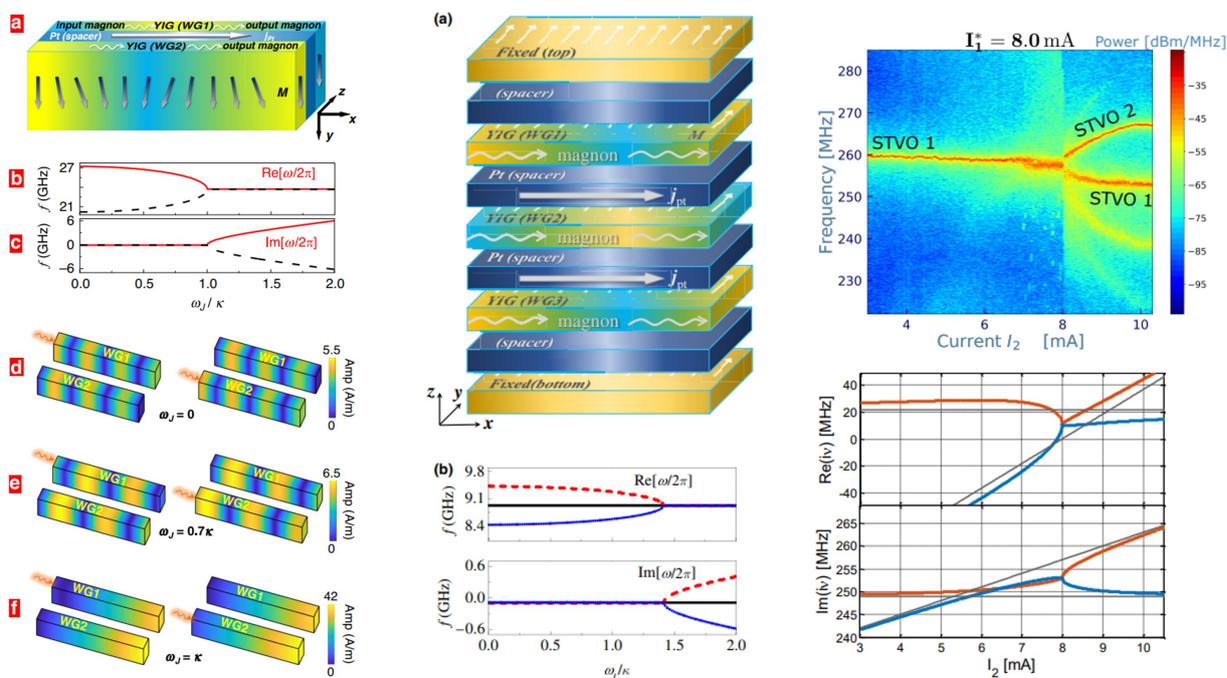


Рис. 1.10. Примеры магنونных и спинтронных структур, в которых показана возможность возникновения особых точек [47,48,52].

1.7 Выводы

Спиновые волны представляют собой коллективные возбуждения намагниченности в магнитоупорядоченных материалах. Они обладают рядом преимуществ по сравнению с электромагнитными волнами, например, они могут иметь на 2-3 порядка более высокие частоты при одинаковых длинах волн. Одной из основных тем исследований в области магноники и спинтроники является создание методов контроля затуханием колебаний и волн намагниченности, среди которых выделяются контролируемая напряжением магнитная анизотропия, параметрическая накачка, спиновый эффект Холла. В настоящий момент активно развивается новое направление магноники, также связанное с компенсацией собственного затухания спиновых волн – область, связанная с поиском особых точек, где вырождаются собственные частоты и собственные моды системы и возникают различные интересные эффекты. До недавнего времени рассматривались только многослойные структуры из слоев ферромагнитных и металлических материалов, что затрудняет создание условий для наблюдения таких вырождений. Целью работы является изучение условий, при которых особые точки могут возникать в планарных структурах ФМ-НМ, связанных магнитным дипольным взаимодействием, а также анализ влияния нелинейных эффектов на особые точки в системах связанных спин-трансферных-наноосцилляторов.

Глава 2. Исследование влияния спинового эффекта Холла на резонансные частоты и магнитную восприимчивость магнетонных наноструктур «ферромагнетик-нормальный металл»

2.1. Постановка задачи

Исследование и разработка способов контроля собственного затухания распространяющихся спиновых волн является важной задачей для интегрирования магнетонных устройств в микроволновую электронику [63-65]. Управление собственным затуханием в магнетонных структурах необходимо для того, чтобы спиновые волны могли распространяться на большие расстояния без потери мощности. В ряде исследований [66-68] продемонстрировано, что усиление распространяющихся спиновых волн за счет переноса спинового момента является эффективным способом управления собственным затуханием. Интерес исследователей в основном сосредоточен на усилении амплитуды спиновых волн, в то время как вопрос влияния спинового тока на магнитную восприимчивость $\hat{\chi}$ остается неисследованным. Известно, что $\hat{\chi}$ определяет главные характеристики магнитных материалов. Так, общая форма выражения для дисперсионной характеристики ферромагнетика $\omega_r(k)$ содержит члены, зависящие от компонент $\hat{\chi}$ и меняющие наклон характеристики, что приводит к изменению распределения энергии в материале вдоль разных направлений, что в свою очередь влияет на распространение и усиление спиновых волн. Магнитная восприимчивость определяет величину отклика ферромагнетика на внешнее магнитное поле, так что в материалах с более высокой $\hat{\chi}$ влияние внешнего воздействия на спиновые волны увеличивается.

Целью данного раздела является изучение влияния усиления спиновых волн в структуре «ферромагнетик-нормальный металл» (ФМ-НМ)

на резонансные частоты и величины компонент тензора магнитной восприимчивости в резонансе. Усиление спиновых волн достигается за счет переноса спинового момента, возникающего благодаря спиновому эффекту Холла при пропускании электрического тока через тонкий слой НМ с большим спин-орбитальным взаимодействием (рис.2.1). В исследовании проводится сравнение результатов численного моделирования, проведенного с помощью уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта, с экспериментом [69], в котором продемонстрирован экспоненциальный рост амплитуды спиновых волн в структуре, состоящей из слоя допированного висмутом железо-иттриевого граната (BiYIG) толщиной $L_1 = 20$ нм и слоя платины (Pt) толщиной $L_2 = 6$ нм, в докритическом режиме. Показано, как меняется дисперсионная характеристика $\omega_r(k)$ и модуль компоненты тензора магнитной восприимчивости $|\chi_{zz}|$ из-за присутствия спинового тока. Результаты исследования опубликованы в [A4].

2.2 Спиновый эффект Холла

Компенсация собственного затухания в рассматриваемой структуре «ферромагнетик-нормальный металл» осуществляется с помощью спинового эффекта Холла (СЭХ) – явления пространственного разделения электронов в немагнитных проводниках на основе их спина, возникающего в результате спин-орбитальной связи. Возможность СЭХ была предложена М. Дьяконовым и В. Перелем в 1971 г. [70] и экспериментально подтверждена в [71]. При прохождении электрического тока j_e через немагнитный металл с сильным спин-орбитальным взаимодействием, таким как Pt, Pd, Ta или W, возникает спиновый ток j_s , перпендикулярный направлению j_e [72]. Это приводит к накоплению электронов с разной ориентацией спина на противоположных поверхностях проводника. В обратном эффекте, называемом инверсным спиновым эффектом Холла, те же процессы приводят к частичному преобразованию спинового тока в электрический. Возникающий между двумя краями металлической пленки в результате СЭХ

спиновый ток может переноситься в соседние слои благодаря эффекту переноса спинового момента. Динамика вектора намагниченности \mathbf{M} в случае, когда пленка немагнитного металла граничит с ферромагнитным диэлектриком, будет описываться уравнением ЛЛГ вида (2.11) с дополнительным членом, учитывающим крутящий момент (ур.1.27)

$$\mathbf{T}_{\text{SOT}} = \mathbf{T}_{\text{SOT},\parallel} + \mathbf{T}_{\text{SOT},\perp} = \frac{g\mu_B\eta\theta_{\text{SH}}}{deM_s^2} j_e \mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{p}] + \frac{g\mu_B\eta'\theta_{\text{SH}}}{deM_s^2} j_e \mathbf{M} \times \mathbf{p}. \quad (1.26)$$

Здесь θ_{SH} – спиновый угол Холла, безразмерный параметр, характеризующий эффективность СЭХ в материале, η, η' – константы спиновой поляризации. Значение спинового угла Холла для Pt, Pd, Ta и W составляет порядка 0.05-0.1.

Плотности спинового и электрического тока, возникающего благодаря прямому и обратному спиновому эффекту Холла, могут быть найдены из соответствующих уравнений:

$$\mathbf{J}_s = \frac{\hbar}{2e} \theta_{\text{SH}} \mathbf{J}_c \times \hat{\mathbf{c}}, \quad (1.27)$$

где $\hat{\mathbf{c}}$ – единичный вектор, направленный вдоль вектора поляризации спина, $\hbar = h/2\pi$ – редуцированная постоянная Планка.

2.3 Влияние спинового тока на компоненты тензора магнитной восприимчивости структуры ФМ-НМ

Исследуемая структура представлена на рисунке 2.1. Она представляет собой ферромагнитную пленку, покрытую тонким слоем нормального металла, обладающего сильным спин-орбитальным взаимодействием. Структура намагничена внешним постоянным магнитным полем \mathbf{H}_0 вдоль оси y . Спиновые волны в структуре возбуждаются микрополосковой линией передачи. Электроны с противоположными ориентациями магнитных моментов рассеиваются на границе раздела ФМ-НМ вследствие спинового эффекта Холла, вследствие чего постоянный ток I , распространяющийся в металлическом слое, преобразуется в спиновый ток

I_s , который инжектируется в слой ферромагнетика. Инжекция спинового тока приводит к компенсации собственного затухания намагниченности.

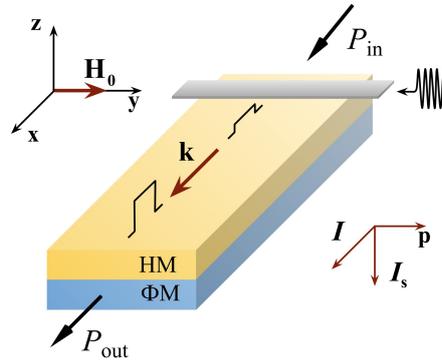


Рис. 2.1 Исследуемая структура "ферромагнетик-нормальный металл" [A4].

Динамика намагниченности в ферромагнитной пленке с учетом дополнительного затухания описывается уравнением ЛЛГ, дополненного членом Слончевского [16]:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\mu_0\gamma\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha_G}{M_s}\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} + \frac{\sigma I_s}{M_s}\mathbf{M} \times \mathbf{M} \times \mathbf{p}, \quad (2.1)$$

где $\gamma_0 = |\gamma|\mu_0$, $|\gamma|$ – гиромагнитное отношение, \mathbf{H}_{eff} – эффективное магнитное поле, α – константа затухания, зависящая от константы затухания Гильберта и спиновой накачки, $\sigma = C\gamma/L_1$, M_s – намагниченность насыщения, L_1 – толщина ферромагнетика, где происходит спиновый транспорт, C – феноменологическая константа, характеризующая эффективность переноса спинового момента из НМ в ФМ [73]. Эффективное поле состоит из внешнего постоянного магнитного поля \mathbf{H}_0 , динамического поля антенны $\mathbf{h}_a = \mathbf{h}_a(\mathbf{k}, \omega)$, дипольного $\mathbf{h}_d = \mathbf{h}_d(\mathbf{k}, \omega)$ и обменного $\mathbf{h}_{\text{ex}} = \mathbf{h}_{\text{ex}}(\mathbf{k}, \omega)$ полей. В случае малых отклонений колебаний намагниченности $\mathbf{m} = \mathbf{m}(\mathbf{k}, \omega)$ от положения равновесия \mathbf{M}_0 , то есть $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{M}_0|$, уравнение (2.1) может быть линеаризовано и представлено в виде

$$i\omega \mathbf{m} = -\gamma_0 (\mathbf{M}_0 \times [\mathbf{h}_d + \mathbf{h}_{ex}]) + \mathbf{M}_0 \times \mathbf{h}_a + \mathbf{m} \times \mathbf{H}_0 + \frac{i\omega\alpha}{M_0} \mathbf{M}_0 \times \mathbf{m} + \frac{\sigma I}{M_s} (\mathbf{M}_0 \cdot \mathbf{p}) \mathbf{m}. \quad (2.2)$$

Для планарных магнитных структур усредненное внутреннее дипольное магнитное поле записывается в виде [2.12]

$$\mathbf{h}_d = \begin{bmatrix} P \sin^2(\theta) & P \cos(\theta) \sin(\theta) & 0 \\ P \cos(\theta) \sin(\theta) & P \cos^2(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1-P \end{bmatrix} \mathbf{m}, \quad (2.3)$$

где θ – угол между векторами стационарной намагниченности и волнового числа и

$$P = \frac{1 - e^{-kL_1}}{kL_1}. \quad (2.4)$$

Поле неоднородного обмена для плоских волн может быть выражено в виде

$$\mathbf{h}_{ex} = -\alpha_{ex} k^2 \mathbf{m}, \quad (2.5)$$

где α_{ex} – константа неоднородного обмена. В геометрии поверхностных спиновых волн в случае, когда вектор внешнего магнитного поля направлен вдоль оси y , уравнение (2.1) может быть упрощено и представлено в виде [74]

$$\begin{bmatrix} \omega_1 + i\omega\alpha & i\omega - \omega_1 \\ \omega_1 - i\omega & \omega_2 + i\omega\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_z \end{bmatrix} = \omega_M \begin{bmatrix} h_x \\ h_z \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

частота спинового тока ω_1 определяется как

$$\omega_1 = \frac{\sigma I}{M_s} (\mathbf{M}_0 \cdot \mathbf{p}). \quad (2.7)$$

Так как

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_z \end{bmatrix} = \hat{\chi} \begin{bmatrix} h_x \\ h_z \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

получаем выражение для тензора магнитной восприимчивости из системы (2.6):

$$\hat{\chi} = \begin{bmatrix} \omega_1 + i\omega\alpha & i\omega - \omega_1 \\ \omega_1 - i\omega & \omega_2 + i\omega\alpha \end{bmatrix}^{-1} = \omega_M \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} \omega_2 + i\omega\alpha & \omega_1 - i\omega \\ i\omega - \omega_1 & \omega_1 + i\omega\alpha \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Здесь $\det = \omega_r^2 - (1 + \alpha^2)\omega^2 + i\omega\Gamma_{\text{eff}}$, $\Gamma_{\text{eff}} = \alpha(\omega_1 + \omega_2) - 2\omega_1$,

$\det = \omega_r^2 - (1 + \alpha^2)\omega^2 + i\omega\Gamma_{\text{eff}}$, $\omega_1 = \omega_0 + \omega_M(\lambda_{\text{ex}}k^2 + 1 - P)$, $\omega_2 = \omega_0 +$

$+\omega_M(\lambda_{\text{ex}}k^2 + P)$. Дисперсионная характеристика $\omega_r(k)$ определяется

выражением

$$\omega_r = \sqrt{\omega_1\omega_2 + \omega_1^2}. \quad (2.10)$$

Таким образом, выражения для компонент тензора магнитной восприимчивости с учетом усиления спинового тока имеют следующий вид:

$$\chi_{xx} = \chi'_{xx} - i\chi''_{xx} = \frac{\omega_M(\omega_2 + i\omega\alpha)}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma_{\text{eff}}}, \quad (2.11)$$

$$\chi_{zz} = \chi'_{zz} - i\chi''_{zz} = \frac{\omega_M(\omega_1 + i\omega\alpha)}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma_{\text{eff}}}, \quad (2.12)$$

$$\chi_{xz} = \chi'_{xz} - i\chi''_{xz} = \frac{\omega_M(i\omega + \omega_1)}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega\Gamma_{\text{eff}}}. \quad (2.13)$$

Для сравнения с экспериментальными данными, приведенными в [69], приводится следующее допущение. В отличие от эксперимента, проведенного для докритической и закритической областей с ориентацией внешнего магнитного поля вне плоскости образца ($\mathbf{H}_0 \perp \mathbf{k}, \theta_0 = 30^\circ$), в данном исследовании рассмотрена только докритическая область существования спиновых волн (ниже порога возбуждения автоколебаний) в случае, когда в структуре распространяются поверхностные

магнитоэлектрические волны ($H_0 \perp k, \theta_0 = 0^\circ$). В [69] направление постоянного внешнего магнитного поля $\theta_0 = 30^\circ$ обеспечивало значительное уменьшение эллиптичности траектории движения вектора намагниченности и нелинейного сдвига частоты, однако в рассматриваемой в данной работе докритической области эти эффекты не проявляются, поэтому выбор угла θ_0 здесь непринципиален. Для численного моделирования полученных выражений были приняты следующие параметры: $\alpha = 1.2 \times 10^{-3}$, $M_s = 1.5$ мТл, $v_g = 135$ м/с, $\lambda_{ex} \cdot 10^{-10}$ м, $I_{th} = 10^{-3}$ А, $\gamma \approx 2\pi \cdot 28$ ГГц/Тл, $\mu_0 = 1.256 \cdot 10^{-6}$ Гн/м.

На рис.2.2(а) сплошными линиями показаны пространственные зависимости амплитуды спиновых волн при двух значениях постоянного электрического тока $I = 0$ и $I = 0.6$ мА, построенные численно, точки взяты из [69]. Видно, что при пропускании электрического тока через слой нормального металла наблюдается рост амплитуды спиновых волн вследствие возникновения спинового эффекта Холла. Таким образом, пространственное затухание спиновых волн уменьшается при росте постоянного тока.

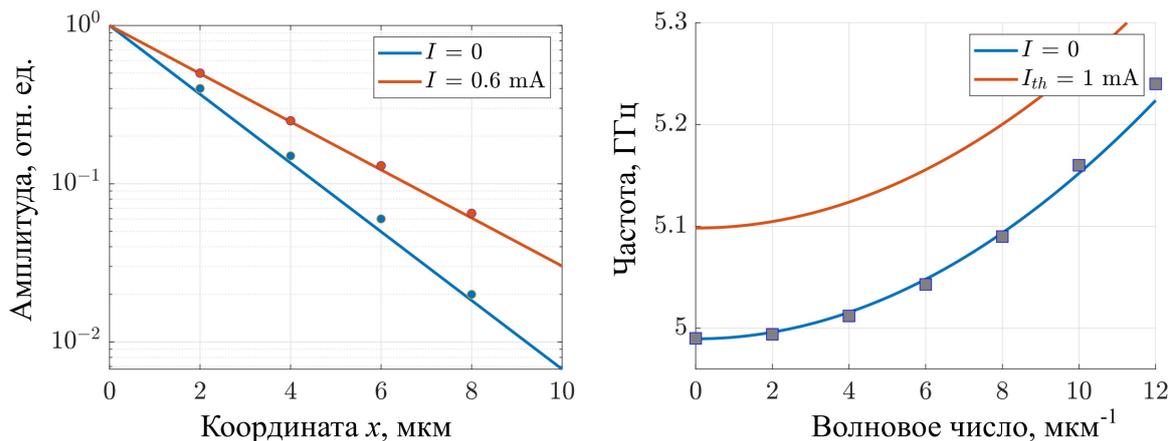


Рис. 2.2. (а) Зависимости интенсивности спиновых волн от расстояния при разных величинах постоянного электрического тока I . (б) Дисперсионные характеристики спиновых волн, построенные в случае, когда на структуру действует электрический ток величиной $I = 0$ и $I_{th} = 1$ мА. Точки - экспериментальные данные [69], кривые - результат численного моделирования.

Спиновый эффект Холла также влияет на дисперсионную характеристику спиновых волн $\omega_r(k)$, как показано на рис.2.2(б). Видно, что выражение (2.10) хорошо аппроксимирует данные [69] для случая, когда вектор внешнего магнитного поля лежит в плоскости образца. Влияние спинового тока приводит не только к компенсации потерь, но и к смещению вверх дисперсионной характеристики, при этом ее характер не меняется. Таким образом, уменьшение эффективного затухания делает возможным возбуждение спиновых волн с более высокими частотами волн на одной и той же длине волны. Изменение электрического тока от $I = 0$ и $I = 1$ мА (ток возникновения автоколебаний) приводит к росту частоты возбуждаемых спиновых волн приблизительно на 2%.

Рассмотрим влияние усиления спинового тока на магнитную восприимчивость структуры $\hat{\chi}$. Рост величины электрического тока I , проходящего через НМ, приводит к увеличению ω_1 согласно выражению (2.7). Так как $\omega_1\omega_2 \gg \omega_1^2$, из выражений (2.10-2.13) следует, что дополнительный спиновый ток, возбуждаемый в ФМ благодаря спиновому эффекту Холла, приводит к росту $|\chi_{zz}|$, как показано на рис.2.3; компоненты $|\chi_{xx}|$ и $|\chi_{xz}|$ претерпевают такие же изменения. Магнитная восприимчивость, которая определяется отношением намагниченности \mathbf{M} к величине внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 , чувствительна к коллективной спиновой динамике, поэтому рост амплитуды спиновых волн приводит к увеличению компонент $\hat{\chi}$ в резонансе.

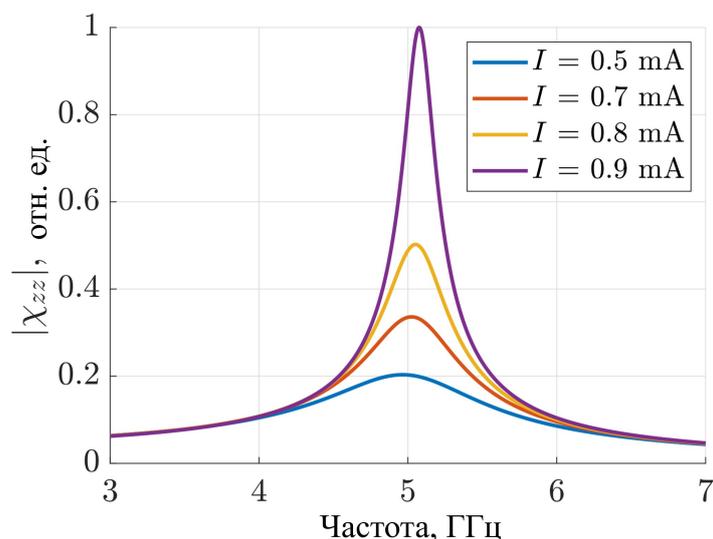


Рис. 2.3. Зависимость модуля магнитной восприимчивости χ_{zz} от частоты ω при разных величинах постоянного тока I .

2.4 Выводы

Таким образом, во второй главе исследовано влияние спинового тока на магнитную восприимчивость наноразмерной структуры «ферромагнетик-нормальный металл» в случае распространения поверхностных спиновых волн, проведено сравнение с экспериментальными данными [69]. В выражении для тензора магнитной восприимчивости спиновый ток входит в виде вещественной добавки к частоте в недиагональных компонентах. Проявляется эта добавка в смещении частот дисперсионной характеристики вверх без изменения прочих параметров. Из этого следует возможность возбуждения спиновых волн, обладающих большей частотой при тех же значениях волновых векторов. Результаты численного моделирования демонстрируют усиление амплитуды и частоты спиновых волн и рост магнитной восприимчивости при пропускании через металлический слой постоянного электрического тока. Представленные результаты могут быть использованы при создании высокочувствительных сенсоров магнитных полей и магнонных волноводов с возможностью управления затуханием.

Глава 3. Исследование свойств нормальных мод спиновых волн в системе двух дипольно связанных волноведущих структур ферромагнетик-нормальный металл с особой точкой

3.1 Постановка задачи

Интерес также представляет влияние спинового тока на амплитуды нормальных мод спиновых волн связанных структур. В связанных структурах "ферромагнетик-нормальный металл" влияние поверхностного рассеяния спинов на динамику намагниченности становится сложнее, чем в одиночной структуре. В частности, характер и параметры связи между структурами влияет на распределение энергии спин-волновых мод и длину перекачки энергии между модами. Амплитуды мод могут как увеличиваться, так и уменьшаться за счет изменения поляризации распространяющегося в металлическом слое спинового тока, которая в свою очередь зависит от направления приложенного к металлу постоянного напряжения [73].

Известно, что в случае, когда в одной из связанных структур спиновые волны усиливаются, а во второй ослабляются, в параметрическом пространстве системы может возникнуть особая точка, где вырождаются собственные частоты и собственные моды [35,75]. Особая точка возникает, когда константа связи становится равной величине вносимых потерь; дальнейшее увеличение приводит к полному переносу энергии спин-волновой моды в один из волноводов, где ее амплитуда в определенный момент претерпевает неограниченный рост (то есть, происходит потеря устойчивости моды), а во втором волноводе амплитуды моды экспоненциально затухают [7].

Целями данного раздела являются: (а) поиск условий существования особой точки в системе из двух связанных магнитным дипольным взаимодействием планарных структур ферромагнетик-нормальный металл; (б) изучение влияния спинового тока на динамику спин-волновых мод

связанных структур ФМ-НМ при разных направлениях распространения постоянного электрического тока в металлических слоях. Во второй части исследования, посвященной динамике спин-волновых мод, проведено сравнение амплитудных характеристик системы в случаях, когда векторы поляризации спинового тока в обеих структурах равны по модулю и сонаправлены, что соответствует равноценному усилению амплитуд, и равны по модулю и противоположно направлены, что соответствует росту амплитуды в одном волноводе и уменьшению во втором. Исследование проводилось для двух случаев, соответствующих нахождению нормальных мод системы в вырожденном и невырожденном состоянии. Результаты исследований опубликованы в работах [A1, A5, A6].

3.2 Структура исследуемой системы с особой точкой и математическая модель

Исследуемая система связанных магнитных волноводов представлена на рисунке 3.1а. Она представляет собой две ферромагнитные пленки, покрытые тонкими слоями нормального металла, обладающего сильным спин-орбитальным взаимодействием. В одной структуре вдоль главной оси распространяется ПМСВ, возбужденная микрополосковой линией передачи с частотой ω и мощностью P_{in} . Во втором волноводе за счет магнитного дипольного взаимодействия с первым также возбуждается ПМСВ, причем энергия магнитных возбуждений периодически «перекачивается» от одной структуры к другой, что как показано численно [61], так и наблюдалось экспериментально [62,76]. Выходные сигналы P_{out1} и P_{out2} снимаются с обоих волноводов.

При протекании через металлический слой постоянного электрического тока с плотностью J_c благодаря спиновому эффекту Холла возникает спиновый ток плотностью J_s , направленный по оси z в ферромагнитный слой, причем они связаны выражением $J_s = \theta_{SH} J_c = \theta_{SH} |V_a| / \rho L$ [73], где θ_{SH} - спиновый угол Холла, V_a -

постоянное напряжение, подведенное к металлу, ρ - удельное сопротивление НМ, а L - расстояние между контактами подводимого к металлу напряжения. В случае, когда вектор поляризации спинового тока \mathbf{p} параллелен стационарному направлению намагниченности $\mathbf{M}_0 = M_s \boldsymbol{\mu}$, путем изменения направления и величины J_c можно управлять затуханием на границе ферромагнетик-металл, частично его компенсируя или усиливая [73]. Векторы \mathbf{p} и \mathbf{M}_0 должны быть параллельными для компенсации затухания спиновых волн и антипараллельными для создания дополнительного положительного эффективного затухания.

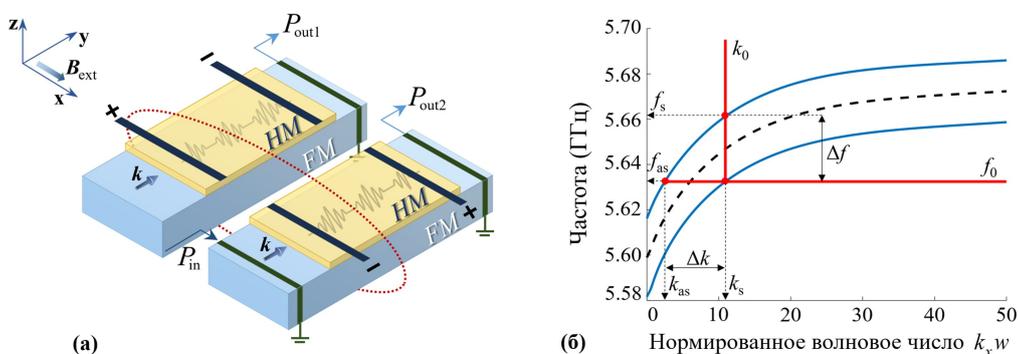


Рис. 3.1. (а) Исследуемая система из двух связанных магнитным дипольным взаимодействием структур ФМ-НМ; (б) дисперсионная характеристика системы [A1].

Динамика намагниченности в ферромагнитной пленке с учетом дополнительного затухания описывается уравнением ЛЛГС (2.1). В зависимости от знака \mathbf{p} в уравнении ЛЛГС можно либо компенсировать собственное затухание спиновых волн в ферромагнетике (третье слагаемое в правой части (2.1)), либо увеличивать его.

Рассмотрим малые колебания $\mathbf{m}_\nu(\mathbf{r}, t)$ вблизи стационарного состояния \mathbf{M}_0 в системе из двух связанных ферромагнитных структур $\nu = 1, 2$ ($\mathbf{m}_\nu = (m_{x,\nu}, 0, m_{z,\nu}), \boldsymbol{\mu} = \mathbf{y}$). Линеаризованная система уравнений ЛЛГС (2.1) может быть представлена следующим образом (в Фурье-представлении по k [61]):

$$\frac{d\mathbf{m}_v}{dt} = -\boldsymbol{\mu} \times \sum \hat{\Omega}_{vv'} \cdot \mathbf{m}_{v,v'} + \alpha_G \left(\boldsymbol{\mu} \times \frac{d\mathbf{m}_v}{dt} \right) + \sigma J_s \cdot \text{sgn}(-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{p}) \mathbf{m}_v, \quad (3.1)$$

$$\hat{\Omega}_{vv'} = \left(\omega_H + \omega_M \lambda^2 (k^2 + \kappa^2) \right) \delta_{vv'} \hat{\mathbf{I}} + \omega_M \hat{\mathbf{F}}_k(d_{vv'}).$$

Здесь $\omega_H = \gamma \mu_0 H_0$, $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{x}$, $\kappa = \pi/w_{\text{eff}}$ – эффективное волновое число, $d_{vv'}$ – расстояние между центрами волноводов, $\omega_M = \gamma \mu_0 M_s$, $\lambda = \sqrt{2A/(\mu_0 M_s^2)}$ – обменная длина, $\delta_{vv'}$ – символ Кронекера, $\hat{\mathbf{I}}$ – единичная матрица, $\hat{\mathbf{F}}_k(d_{vv'})$ представляет собой тензор размагничивающих коэффициентов, состоящий из собственного размагничивающего тензора и тензора магнитной дипольной связи.

Дисперсионная зависимость изолированной ферромагнитной пленки с учетом затухания при $\Gamma_1 = \sigma J_s \cdot \text{sgn}(-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{p})$ имеет вид (рис.3.1б)

$$\omega_0(k_y) = \omega' + i\omega'', \quad \omega' = \sqrt{\Omega_{xx}\Omega_{zz}}, \quad \omega'' = \sqrt{0.5\alpha_G(\Omega_{xx} + \Omega_{zz}) - \Gamma_1}. \quad (3.2)$$

Система линеаризованных уравнений ЛЛГС (3.1) при $\Delta\Gamma_1 = \alpha_G \Omega_{xx} + \Gamma_1$, $\Delta\Gamma_2 = \alpha_G \Omega_{zz} - \Gamma_1$, где $\Delta\Gamma_1$ и $\Delta\Gamma_2$ – эффективные затухания, действующие на компоненты m_x и m_z соответственно, выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{m}_{x\ vv'} = \Omega_{zz} m_{z\ vv'} + \Delta\Gamma_1 m_{x\ vv'} + \tilde{\Omega}_{zz} m_{z\ v'v} \\ \dot{m}_{z\ vv'} = -\Omega_{xx} m_{x\ vv'} + \Delta\Gamma_2 m_{z\ vv'} - \tilde{\Omega}_{xx} m_{x\ v'v} \end{cases}. \quad (3.3)$$

Введем комплексные амплитуды $\dot{c} = am_x + ibm_z$, $m_x = (c + c^*)/2a$, $m_z = (c - c^*)/2ib$. Для диагонализации системы (3.3) выберем константы $a = \sqrt{\frac{\Omega_{xx}}{\Omega}}$, $b = \sqrt{\frac{\Omega_{zz}}{\Omega}}$, чтобы в отдельных структурах без учета затухания линеаризованные уравнения динамики намагниченности волноводов принимали вид $\dot{c}_v = -i\Omega c_v$. После преобразований система уравнений (3.3) приобретает следующий вид:

$$\dot{c}_v = -i\Omega c_v - \Gamma_v c_v - i\Omega_c c_v. \quad (3.4)$$

Здесь $\Gamma_{1,2} = \alpha_G \frac{\Omega_{xx} + \Omega_{zz}}{2} \pm \Gamma_1$ – коэффициенты затухания в первой и второй структуре соответственно, $\Omega_c = \tilde{\Omega}_{zz} \sqrt{\frac{\Omega_{xx}}{\Omega_{zz}}} + \tilde{\Omega}_{xx} \sqrt{\frac{\Omega_{zz}}{\Omega_{xx}}}$ – константа связи.

Решением уравнения (3.4) является следующее выражение:

$$\lambda_{1,2} = \omega_0 - i\Gamma_0 \pm \sqrt{\Omega_c^2 - \Gamma_1^2}, \quad (3.5)$$

где Γ_0 и ω_0 – собственное затухание и собственная частота спиновых волн, соответственно. Как видно из (3.5), два собственных числа $\lambda_{1,2}$ вырождаются в одно $\lambda_0 = \omega_0 - i\Gamma_0$, когда $\Gamma_1 = \Omega_c$, что является условием образования особой точки. При увеличении $\Delta\Gamma$ действительная часть собственного числа не меняется $\text{Re } \lambda_{1,2} = \omega_0$, а мнимая распадается на два невырожденных значения $\text{Im } \lambda_{1,2} = -\Gamma_0 \pm \sqrt{\Gamma_1^2 - \Omega_c^2}$. Перейдем к анализу полученных уравнений и выражений.

3.3 Динамика особой точки в системе двух связанных структур ферромагнетик-нормальный металл

Рассмотрим процессы, происходящие в связанных ферромагнитных пленках без учета спинового тока. За счет дипольной связи дисперсионные характеристики магнонных структур расщепляются на симметричные и антисимметричные ветви, как показано на рис.3.1б, при этом они располагаются симметрично около собственной частоты (при отсутствии связи). С увеличением волнового числа (т.е. с уменьшением длины волны) распространяющихся волн дипольная связь между структурами ослабевает и начинает превалировать обменное взаимодействие, при этом две нормальные моды стремятся к собственной частоте [61,62,76].

При учете спинового тока, возникающего благодаря спиновому эффекту Холла на границе раздела ферромагнетик-металл, может

происходить как усиление амплитуды спиновых волн, так и ослабление, что связано с взаимной ориентацией векторов μ , \mathbf{p} при заданном направлении распространения волны \mathbf{k} . Для наблюдения особой точки будем увеличивать затухание в одном волноводе и уменьшать (компенсировать) его в другом, подводя полярности напряжения так, как показано на рис.3.1а. Обнаружить появление особой точки можно в двух экспериментах следующим образом. В первом случае нужно фиксировать волновое число распространяющейся спиновой волны и возбуждать спиновые волны на двух нормальных частотах ω_1 и ω_2 , соответствующих согласно дисперсионной характеристике выбранному k . Достоинством этого метода является возможность выбора волнового числа на всей дисперсионной характеристике, тогда как недостатком является необходимость возбуждения одновременно двух частот колебаний и отслеживания их динамики при изменении спинового тока через металлический слой при слиянии двух мод в одну. Вторым способом наблюдения особой точки (см. рис.3.1б с обозначениями на дисперсионных характеристиках) является фиксация частоты внешнего возбуждения и нахождение волновых чисел двух возбуждаемых мод, соответствующих симметричной и антисимметричной модам. Достоинством этого метода наблюдения особой точки является возможность возбуждения входного сигнала одной частоты, соответствующей двум волновым числам нормальных мод, а недостатком – ограниченный частотный диапазон одновременного сосуществования симметричной и антисимметричной мод. Второй способ проведения экспериментов является предпочтительным, поскольку он дает возможность наблюдения особой точки при возбуждении сигналом одной частоты пусть и в ограниченном диапазоне перестройки.

При увеличении плотности спинового тока через слой металла, как было сказано выше, в одной структуре происходит увеличение эффективного затухания, а в другой компенсация, что отражено в уравнении ЛЛГС (2.1) в знаке спинового вращающего момента. Условие появления особой точки находится из решения характеристического уравнения в виде (3.5). Из (3.5)

следует условие на критическое напряжение V_{OT} , соответствующее особой точке:

$$V_{EP} = \frac{\rho L}{\sigma \theta_{SH}} \Omega_c. \quad (3.6)$$

Здесь Ω_c – параметр связи, зависящий от расстояния между структурами, определенный ранее. Для расчетов использовались следующие параметры: $w_c = 20$ нм – ширина волноводов, $L = 3.5$ мкм – длина волноводов, $\delta = 5 \dots 30$ мкм – расстояние между волноводами, $M_s = 140$ кА/м – намагниченность насыщения, $\mu_0 = 1.25 \times 10^6$ Гн/м, $\omega_H = \omega_M$, $\alpha = 2 \times 10^{-4}$, $\theta_{SH} = 0.076$ – угол Холла, $\rho = 371$ нОм – сопротивление металла, $\sigma = 1.03 \times 10^{-2}$ м²Гц/А. На рис.3.2а показана зависимость напряжения возникновения в системе особой точки V_{OT} от расстояния между структурами. С увеличением расстояния между ними V_{OT} уменьшается, что связано с ослаблением магнитной дипольной связи между структурами.

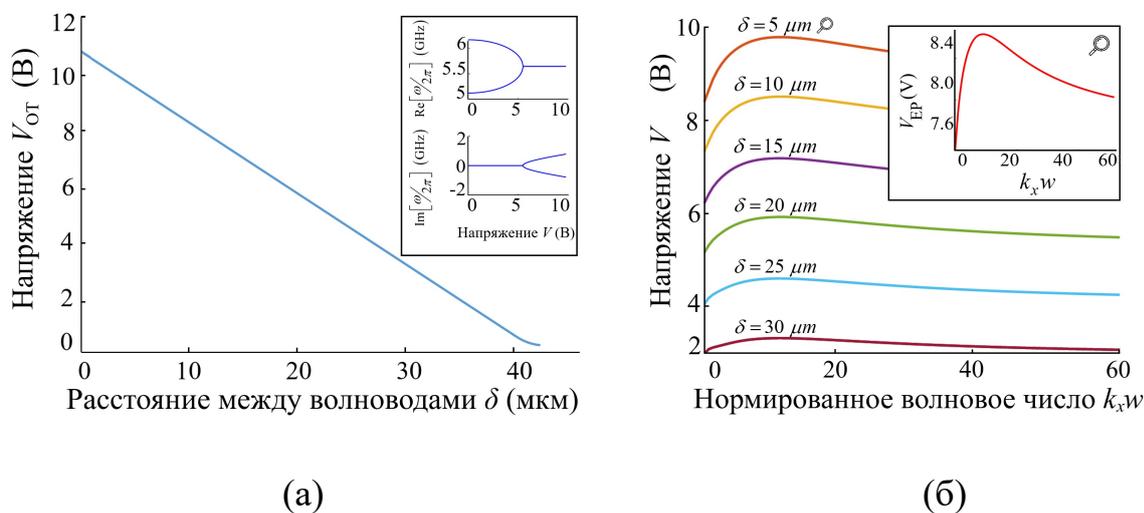


Рис. 3.2. (а) Зависимость напряжения V_{OT} , при котором возникает особая точка, от расстояния между структурами δ ; на вставке зависимости действительной и мнимой частей нормальных мод системы. (б) Зависимость V_{OT} от нормированного волнового числа $k_x w$ при разных значениях расстояния между структурами δ ; на вставке зависимость при $\delta = 5$ нм.

На вставке рис.3.2а показана зависимость действительной и мнимой частей частоты от напряжения, приложенного к металлу. Зависимости V_{OT} от нормированного волнового числа и расстояния между структурами показаны на рис.3.2б. Критическое напряжение увеличивается с уменьшением расстояния, а диапазон собственных мод уменьшается. При достаточно больших значениях волнового числа эффективная дипольная связь становится малой и наблюдение особой точки становится невозможным. При фиксированном расстоянии между волноводами V_{OT} имеет некоторое максимальное значение, соответствующее нормированному волновому числу, как показано на рис.3.2б.

Далее проведем исследование резонансных характеристик системы. Перейдем к связанным уравнениям для огибающих спиновых волн, которые имеют вид уравнений связанных волн. Для этого разложим парциальные частоты в (3.4) ряд Тейлора до первого порядка малости $\Omega = \Omega_0 + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial k}\right) \delta k = \Omega_0 + v_g \delta k$. Решение уравнения ищем в виде плоских волн $c(y, t) = c_0 e^{i(\omega_0 t - k_0 y)}$, $\partial \Omega$ и δk соответствуют операторам $i \frac{\partial}{\partial t}$ и $-i \frac{\partial}{\partial y}$. Тогда уравнение (3.4) в стационарном по времени случае можно переписать в следующем виде:

$$i \left(\Omega_0 + v_g \frac{d}{dy} \right) c_v + \Gamma_v c_v = \Omega_c c_v, \quad (3.7)$$

откуда с учетом $\kappa_v = (\Omega_0 - i\Gamma_v)/v_g$ следует

$$\frac{dc_v}{dy} + \kappa_v c_v + i \frac{\Omega}{v_g} c_v = 0. \quad (3.8)$$

Исследуем изменения резонансной характеристики системы в зависимости от того, подобраны ли ее параметры для нахождения в особой точке или нет. Для этого решим систему уравнений (3.4) с учетом дополнительного члена $e^{-i\omega t}$, отвечающего за внешнее воздействие. Ищем

решение системы в виде $c_\nu = A_\nu e^{-i\omega t}$ и используем метод разделения переменных, чтобы получить выражения для амплитуд, нормированных к особой точке. Эти амплитуды равны $\left(1 + (2D/\Gamma_0)^2\right)^{-0.5}$ слева, $\left(1 + (D/\Gamma_0)^2\right)^{-1}$ справа, и $D = \sqrt{\Omega_c^2 - \Gamma_I^2}$ в особой точке. Ширина резонансной линии в особой точке составляет $\Delta\omega = 2\Gamma_0 \sqrt{\sqrt{2} - 1} \approx 0.6\Delta\omega_0$, где $\Delta\omega_0$ – ширина резонансной линии одной структуры ферромагнетик-металл.

3.4 Динамика намагниченности двух дипольно связанных структур ФМ-НМ с учетом симметричной и асимметричной компенсации затухания

Рассмотрим различия, появляющиеся в спектральных характеристиках связанных магнонных структур при симметричной и асимметричной компенсации собственного затухания. Под симметричным воздействием будем понимать пропускание электрического тока через слои нормального металла магнонных волноводов в одну сторону, а в антисимметричном случае – в противоположную. Как было показано ранее в разделе 3.3, в асимметричном случае при компенсации потерь при определенных значениях плотности тока наблюдается особая точка, когда собственные частоты и собственные моды вырождаются. Рассмотрим ситуацию, когда потери вводятся в систему симметрично.

В качестве математической модели примем линейную модель для комплексных амплитуд (3.4) в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -i\Omega - \Gamma_1 & -i\Omega_c \\ -i\Omega_c & -i\Omega - \Gamma_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Здесь эффективное затухание структур равно $\Gamma_{1,2} = \Gamma_0 \mp \Delta\Gamma$ при асимметричной компенсации (в системе с особой точкой) и $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_0 - \Delta\Gamma$ при симметричной компенсации. Для этих двух случаев собственные числа системы (3.9) имеют вид:

$$\lambda_{1,2} = -i\Omega - \Gamma_0 \pm \sqrt{\Delta\Gamma^2 - \Omega_c^2} - \text{асимметричная компенсация}; \quad (3.10)$$

$$\lambda_{1,2} = -i(\Omega \pm \Omega_c) - (\Gamma_0 - \Delta\Gamma) - \text{симметричная компенсация}. \quad (3.11)$$

Как было рассмотрено ранее при $\Delta\Gamma < \Omega_c$, для асимметричного случая (3.10) существуют две нормальные частоты $\omega_{1,2} = -\text{Im}\lambda_{1,2} = \Omega \mp \sqrt{\Omega_c^2 - \Delta\Gamma^2}$ с коэффициентом затухания $\text{Re}\lambda_{1,2} = -\Gamma_0$. В особой точке $\Delta\Gamma = \Omega_c$ нормальные частоты равны друг другу $\omega_1 = \omega_2 = \Omega$ с $\text{Re}\lambda_{1,2} = -\Gamma_0$, а при $\Delta\Gamma > \Omega_c$ нормальные частоты совпадают $\omega_1 = \omega_2 = \Omega$ и коэффициенты затухания различаются $\text{Re}\lambda_{1,2} = -\Gamma_0 \mp \sqrt{\Delta\Gamma^2 - \Omega_c^2}$. При дальнейшем увеличении затухания происходит постепенная потеря устойчивости вплоть до $\Delta\Gamma = \sqrt{\Omega_c^2 + \Gamma_0^2}$, когда $\text{Re}\lambda = 0$. При дальнейшем увеличении вносимых потерь система из двух связанных магнонных волноводов переходит в режим автоколебаний, где стационарный режим установления амплитуды и частоты зависит от нелинейности системы. Таким образом, в особой точке двухчастотная система переходит в одночастотную.

Для симметричного случая (3.11) для любого значения $\Delta\Gamma$ в системе существуют две нормальные частоты $\omega_{1,2} = -\text{Im}\lambda_{1,2} = \Omega \mp \Omega_c$ и потеря устойчивости происходит при полной компенсации собственных потерь колебательной системы $\Delta\Gamma = \Gamma_0$. При этом устойчивость теряют обе нормальные частоты $\omega_{1,2}$ без вырождения, как это было для асимметричного случая. Таким образом, для всех значений $\Delta\Gamma$ в пределах от 0 до Γ_0 две нормальные частоты не вырождаются и сосуществуют. В асимметричной системе значение вносимых потерь, при котором происходит потеря устойчивости, зависит не только от собственных потерь Γ_0 , но и от константы связи Ω_c .

Отметим, что для асимметричной системы в особой точке собственные векторы системы перестают быть ортогональными, тогда как для

симметричной системы ортогональность сохраняется при любых значениях вносимых потерь. Судить о степени ортогональности можно с помощью величины $\langle v_1 | v_1 \rangle$ или $\langle v_2 | v_2 \rangle$ [П1], где собственные векторы (3.9) имеют вид

$$|v_{1,2}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{i\Omega + \Gamma_{1,2} + \lambda_{1,2}}{i\Omega_c} \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

В асимметричном случае в особой точке при $\Delta\Gamma = \Omega_c$ скалярное произведение $\langle v_{1,2} | v_{1,2} \rangle$ становится равным нулю, тогда как при других значениях вносимых потерь скалярное произведение не равно нулю. Отметим, что для неэрмитовых операторов и систем с особыми точками в литературе (см. напр. [77]) введение скалярного произведения может осуществляться разными способами. Сравнение двух видов скалярных произведений для симметричного и асимметричного случаев при изменении величины вносимых потерь проведен в Приложении 1 в силу достаточной математической громоздкости.

Рассмотрим теперь систему (3.9) под внешним гармоническим воздействием для исследования ширины спектральной линии и амплитуды нормальных мод при изменении величины вносимых потерь для симметричного и асимметричного случаев. Для этого введем в правую часть системы (3.9) внешнее воздействие следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -i\Omega - \Gamma_1 & -i\Omega_c \\ -i\Omega_c & -i\Omega - \Gamma_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Lambda \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\omega t}. \quad (3.13)$$

Здесь внешнее гармоническое воздействие $\Lambda e^{i\omega t}$ действует на волновод с индексом «1». Решением системы (3.13) будет $c_{1,2} = A_{1,2} e^{i\omega t}$, где $A_{1,2} = A_{1,2}(\omega)$ – комплексные амплитуды первого и второго волновода на частоте вынуждающей силы ω . Приведем ряд зависимостей (рис.3.3) амплитудно-частотных характеристик $|A_1(\omega)|$ для различных значений вносимых потерь

для случая, когда константа связи в два раза больше, чем собственное затухание магнанных структур $\Omega_c = 2 \cdot \Gamma_0$. В данном случае оба резонансных пика на нормальных частотах $\omega_{1,2}$ спектрально различимы по уровню 0.707 от резонансного значения. На рис.3.3а приведено семейство $|A_1(\omega)|$ при разных значениях вносимых потерь $\Delta\Gamma$ для асимметричного случая. Видно, что система переходит из двухчастотного режима в одночастотный в особой точке, что сопровождается ростом амплитуды колебаний в резонансе в силу постепенной компенсации собственных потерь. В симметричном случае (рис.3.3б) при увеличении вносимых потерь происходит рост амплитуды каждой нормальной частоты.

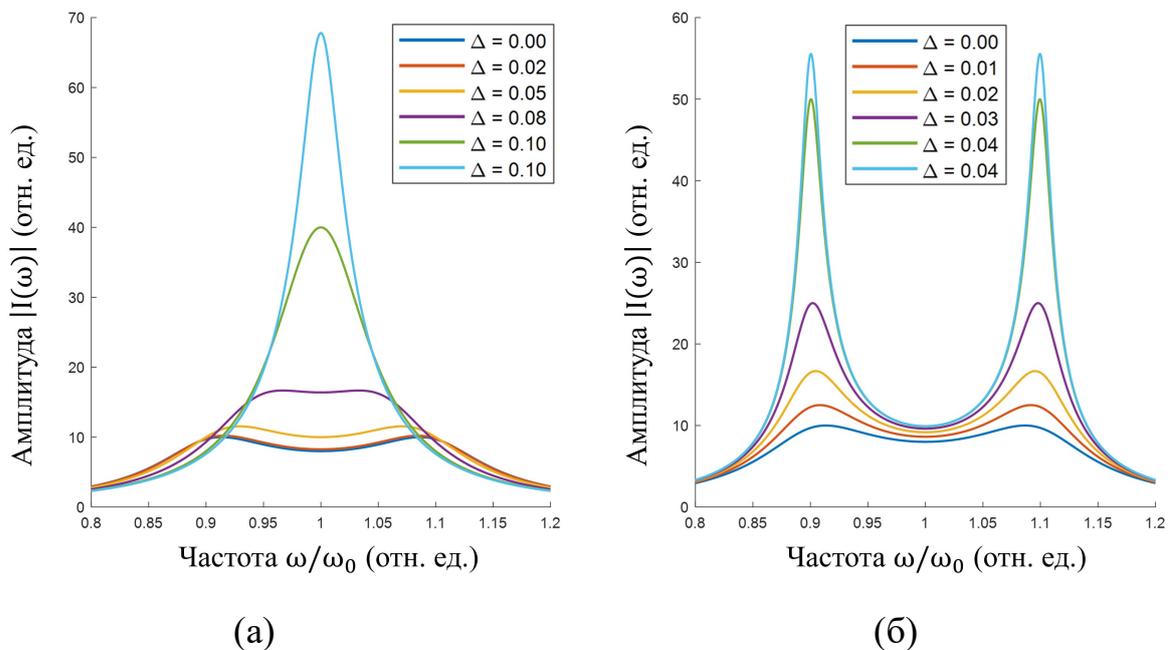


Рис. 3.3. Амплитудно-частотные характеристики первого волновода при асимметричном (а) и симметричном (б) введении различных потерь $\Delta\Gamma$, при этом $\Omega_c = 2 \cdot \Gamma_0$.

Рассмотрим теперь случай невозможности спектрального различения двух нормальных мод в отсутствие вносимых потерь при $\Omega_c = \Gamma_0$. В этом случае при $\Delta\Gamma = 0$ имеется (рис.3.4) одна широкая спектральная линия с плоской вершиной, соответствующая спектральной неразличимости по уровню 0.707 к резонансному значению двух нормальных частот $\omega_{1,2}$ как для

асимметричного, так и для симметричного случаев. При увеличении $\Delta\Gamma$ для асимметричного случая спектральная неразличимость сохраняется и дальше в диапазоне изменения $\Delta\Gamma$ до точки потери устойчивости. При этом формально особая точка в системе присутствует, но спектрально разделить две нормальные частоты невозможно (рис.3.4а). Таким образом, в системе сохраняется одночастотный режим. Для симметричного случая (рис.3.4б) увеличение $\Delta\Gamma$ приводит к увеличению амплитуды колебаний на нормальных частотах $\omega_{1,2}$, в результате чего две частоты при определенном значении $\Delta\Gamma$ становятся спектрально различимыми, то есть из одночастотного режима система переходит в двухчастотный. Таким образом, асимметричная система с особой точкой и симметричная система при значении констант связи, совпадающих с собственным затуханием, демонстрируют разную динамику при изменении величины вносимых потерь: в асимметричной системе сохраняется одночастотный режим, в симметричной же системе одночастотный режим переходит в двухчастотный. Как видно из рис.3.4, в асимметричном случае ширина спектральной линии уменьшается при увеличении вносимых потерь $\Delta\Gamma$. Приведем соответствующие зависимости для двух рассматриваемых случаев.

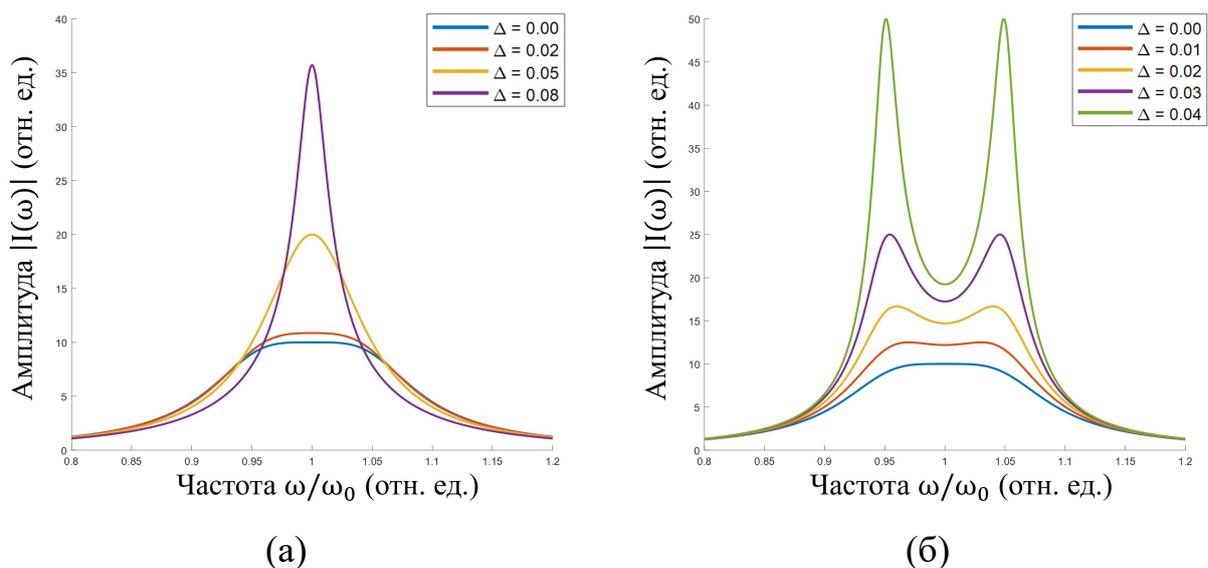


Рис. 3.4. Амплитудно-частотные характеристики первого волновода при асимметричном (а) и симметричном (б) введении различных потерь $\Delta\Gamma$. При этом $\Omega_c = \Gamma_0$.

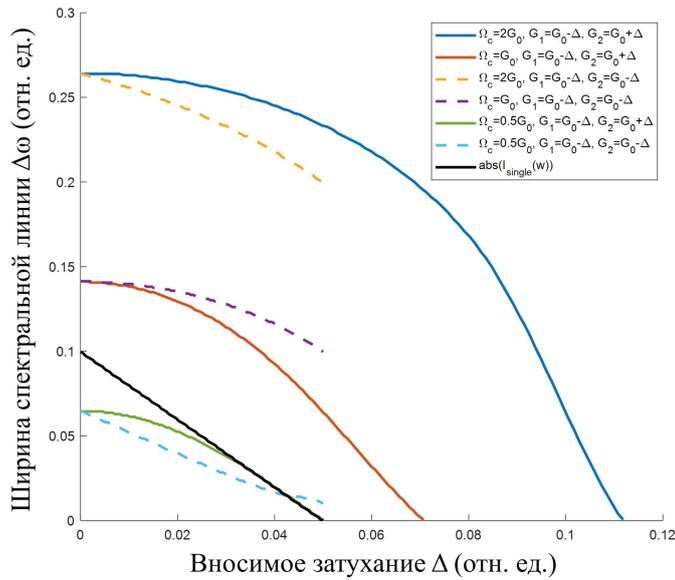


Рис. 3.5. Зависимости ширины спектральной линии амплитудно-частотной характеристики $|A_1(\omega)|$ для разных значений параметров связи $\Omega_c = 2\Gamma_0, \Omega_c = \Gamma_0, \Omega_c = 0.5\Gamma_0$ для асимметричного случая. Пунктиром представлены соответствующие зависимости для симметричного случая. Черным цветом приведена зависимость, соответствующая единичной структуре.

На рис.3.5 приведено семейство зависимостей ширин спектральных линий амплитудно-частотных характеристик $|A_1(\omega)|$ для разных значений параметров связи $\Omega_c = 2\Gamma_0, \Omega_c = \Gamma_0, \Omega_c = 0.5\Gamma_0$ для асимметричного случая. Увеличение $\Delta\Gamma$ приводит к постепенному уменьшению ширины спектральной линии вплоть до точки потери устойчивости, которая соответствует значению $\Delta\Gamma = \sqrt{\Omega_c^2 + \Gamma_0^2}$. Пунктиром приведены зависимости ширин спектральных линий для симметричного случая вплоть до точки потери устойчивости $\Delta\Gamma = \Gamma_0$. Черной линией приведена зависимость ширины спектральной линии от вносимых потерь для единичного волновода. Как видно, выигрыш в ширине спектральной линии по сравнению с единичным случаем достигается только для случая малой связи $\Omega_c \ll \Gamma_0$, когда две нормальные частоты спектрально неразличимы. При этом симметричный случай для малых вносимых потерь обладает меньшей

шириной линии, тогда как для $\Delta\Gamma$ вблизи Γ_0 асимметричная система характеризуется меньшими значениями ширины спектральной линии.

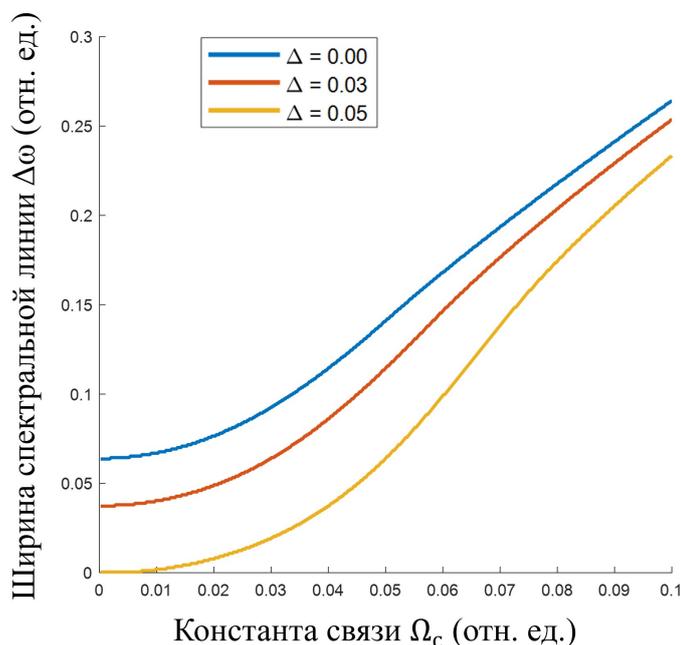


Рис. 3.6. Зависимости ширины спектральной линии амплитудно-частотной характеристики $|A_1(\omega)|$ от константы связи Ω_c для разных значений вносимых потерь для асимметричного случая.

На рис.3.6 представлено семейство зависимостей ширин спектральных линий от величины константы связи Ω_c для разных значений вносимых потерь $\Delta\Gamma$. Как видно, при увеличении константы связи ширина спектральной линии увеличивается, тогда как увеличение вносимых потерь уменьшает ее. Таким образом, для узкополосных приложений структур с компенсацией собственных потерь требуется использовать как можно большие значения вносимых потерь для значений констант связи меньших собственных потерь.

3.4 Перекачка энергии между связанными планарными магنونными волноводами вблизи особой точки

Одной из важнейших характеристик связанных волноведущих структур является длина перекачки энергии, которая определяет расстояние, на котором два волновода взаимодействуют и обмениваются энергией. Длина

перекачки энергии зависит от физических параметров волноводов и материалов, из которых они изготовлены, а также от расстояния между ними. Энергия периодически переносится из одной структуры в другую и обратно на расстоянии $L = \pi/\Delta k_x$, где $k_x = (k_{as} - k_s)$ – волновое число, k_s, k_{as} – волновые числа связанных симметричной и антисимметричной спин-волновых мод, соответственно. Длина перекачки энергии является главной характеристикой направленных ответвителей [61,62,76], поэтому необходимо иметь возможность управлять ею с большой точностью.

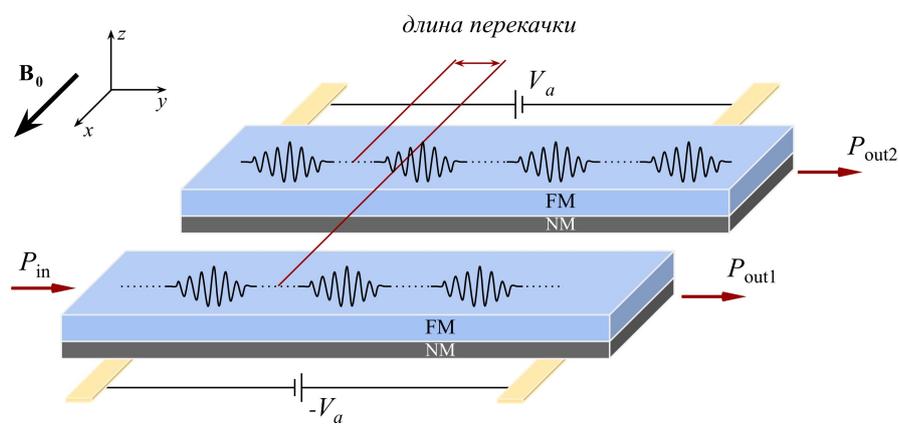


Рис. 3.7. Исследуемая система из связанных структур ФМ-НМ [A5].

В случае стационарных во времени волновых процессов можно перейти от временных уравнений (3.4) к связанным уравнениям для огибающих спиновых волн $c_{1,2}(y)$, распространяющихся вдоль оси Oz (рис.3.7), в виде

$$\begin{aligned} \frac{dc_1}{dy} &= -i(\beta_1 + i(\Delta_0 + \Delta))c_1 + i\Omega c_2, \\ \frac{dc_2}{dy} &= -i(\beta_2 + i(\Delta_0 - \Delta))c_2 + i\Omega c_1, \end{aligned} \quad (3.14)$$

где $\beta_{1,2}$ – постоянные распространения волн в волноводах, Δ_0 и $\Delta_0(I)$ – собственные и вносимые за счет тока I_0 потери, соответственно, Ω – константа магнитной дипольной связи между волноводами, зависящая от расстояния между ними.

Решаем систему (3.14), используя подстановку $c_{1,2}(y) = A_{1,2}e^{\gamma y}$ получаем следующее уравнение для определения γ :

$$\det \begin{pmatrix} \gamma + i(\beta_1 + i(\Delta_0 + \Delta)) & -i\Omega \\ -i\Omega & \gamma + i(\beta_2 + i(\Delta_0 - \Delta)) \end{pmatrix} = 0. \quad (3.15)$$

Уравнение можно переписать в виде квадратного уравнения

$$\begin{aligned} \gamma^2 - 2 \left[\Delta_0 - \frac{i(\beta_1 + \beta_2)}{2} \right] \gamma + \Omega^2 - \beta_1 \beta_2 - \Delta^2 + \Delta_0^2 + \\ + i \left[\beta_1 (\Delta - \Delta_0) - \beta_2 (\Delta + \Delta_0) \right] = 0. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Решение уравнения (3.16) дается формулой

$$\gamma_{1,2} = \Delta_0 - \frac{i(\beta_1 + \beta_2)}{2} \pm \sqrt{\Delta^2 - \Omega^2 - \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2} \right)^2 - i(\beta_1 - \beta_2)\Delta}, \quad (3.17)$$

которая для случая синхронизма $\beta_1 = \beta_2 = \beta_0$ фазовых скоростей принимает простой вид:

$$\gamma_{1,2} = \Delta_0 - i\beta_0 \pm \sqrt{\Delta^2 - \Omega^2}. \quad (3.18)$$

Анализ выражения (3.18) показывает, что при $\Delta = \Omega$ (т.е. в особой точке) характеристические корни совпадают $\gamma_1 = \gamma_2$, а при $\Delta < \Omega$ существуют два несовпадающих мнимых корня, тогда как при $\Delta > \Omega$ два несовпадающих действительных. В общем случае решение (3.17) можно представить в виде:

$$\gamma_{1,2} = (\Delta_0 \pm \alpha) - i(\beta_a \mp \tilde{\beta}_a), \quad (3.19)$$

где $\alpha = \sqrt{D} \cos \frac{\Phi}{2}$; $\beta_a = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$; $\tilde{\beta}_a = \sqrt{D} \sin \frac{\Phi}{2}$; величины D и Φ

определяются из выражений

$$D = \sqrt{\left(\Delta^2 - \Omega^2 - \left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2} \right)^2 \right)^2 + (\Delta(\beta_1 - \beta_2))^2}, \quad (3.20)$$

$$\Phi = \arctan \left(\frac{\Delta(\beta_1 - \beta_2)}{\Delta^2 - \Omega^2 - ((\beta_1 - \beta_2)/2)^2} \right). \quad (3.21)$$

Общее решение системы уравнений (3.14) можно представить в виде

$$\begin{aligned}
c_1(y) &= A_1 e^{\gamma_1 y} + A_2 e^{\gamma_2 y} = e^{(\Delta_0 - i\beta_a)y} \cdot (A_1 e^{\alpha_0 y} + A_2 e^{-\alpha_0 y}), \\
c_2(y) &= \frac{1}{i\Omega} \left(i\beta_1 + \frac{d}{dy} \right) c_1(y) = \frac{e^{(\Delta_0 - i\beta_a)y}}{i\Omega} \left[\kappa_1 A_1 e^{\alpha_0 y} + \kappa_2 A_2 e^{-\alpha_0 y} \right],
\end{aligned} \tag{3.22}$$

где $\kappa_{1,2} = (i\beta_1 \pm \gamma_2)$, $\alpha_0 = (\alpha + i\tilde{\beta}_a)$. В частном случае, когда энергия в точке при $y=0$ сосредоточена только в первом волноводе $c_1|_{y=0} = A_0$, а во втором равна нулю $c_2|_{y=0} = 0$, выражения (3.22) примут следующий вид:

$$\begin{aligned}
c_1(y) &= e^{(\Delta_0 - i\beta_a)y} \cdot \frac{A_0}{2} \cdot (e^{\alpha_0 y} + e^{-\alpha_0 y}), \\
c_2(y) &= \frac{A_0 e^{(\Delta_0 - i\beta_a)y}}{2i\Omega} \left[i\kappa_1 e^{\alpha_0 y} + \kappa_2 e^{-\alpha_0 y} \right].
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Используя выражения (3.23), можно найти зависимости энергии спиновых волн в каждом волноводе как $P_{1,2}(y) = 2|c_{1,2}(y)|^2$. На рис.3.8 показаны зависимости нормированных к максимальному значению $P_0 = P_1|_{y=0}$ величин энергии $E_{1,2} = P_{1,2}/P_0$ от расстояния y для нулевого значения вносимых потерь. Как видно, на длине $L_0 = \pi/D$ происходит полная перекачка энергии из одного волновода во второй, а увеличение спинового тока с 1.2 мА до 3.7 мА приводит к увеличению длины перекачки с 15 мкм до 20 мкм для выбранных типичных параметров численного эксперимента. Амплитуда пика, при котором происходит полная перекачка энергии, растет вследствие увеличения плотности спин-поляризованного тока, пропускаемого через обе структуры симметрично. Для численных оценок использовались следующие параметры: $\beta_{1,2} = k_0/v_g$, $k_0 = 20 \cdot 10^6$ рад/м, $v_g = 3.6 \cdot 10^5$ м/с, $\Omega_0 = 9.7 \cdot 10^4$ рад/м, $\Delta_0 = -0.01 \cdot \Omega_0$, $\Delta = \sigma I/v_g$, $\sigma = 6.15 \cdot 10^{12}$ рад/(А·с).

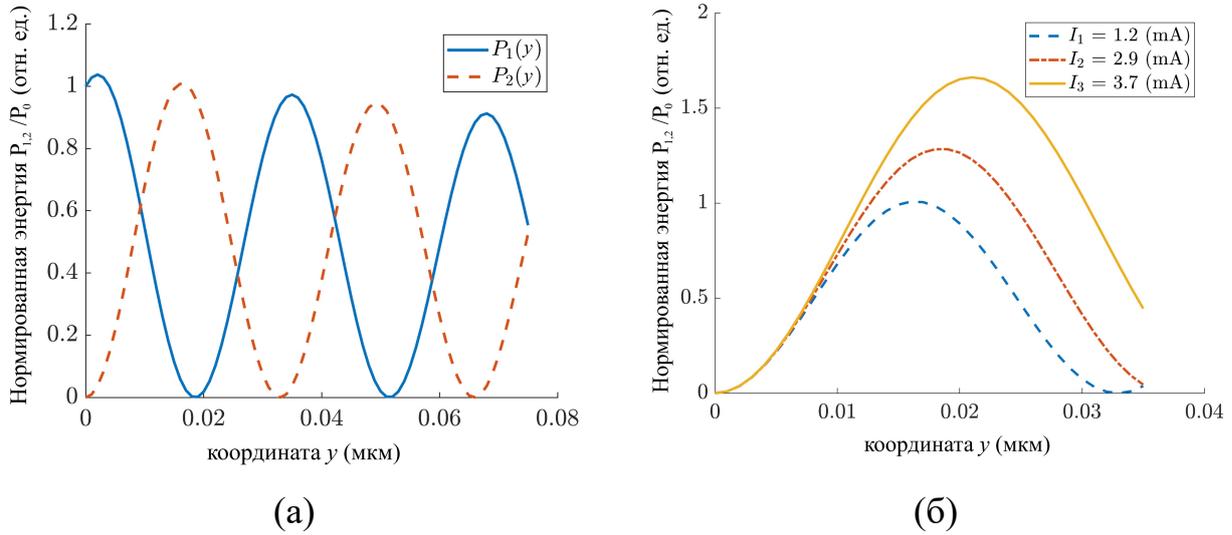


Рис. 3.8. (а) Зависимость энергии спин-волновых мод от длины для двух волноводов при нулевых вносимых потерях; (б) зависимость энергии спин-волновой моды в одном из волноводов от расстояния при трех значениях спин-поляризованного тока, характеризующих вносимые потери $I_1 = 1.2$ мА, $I_2 = 2.9$ мА, $I_3 = 3.7$ мА.

Рассмотрим возможность изменения длины перекачки при разных значениях параметров системы связанных волноводов. При изменении рассогласования собственного затухания намагниченностей в двух волноводах $\Delta_1 = \Delta_0 + \Delta + \Delta g$ и $\Delta_2 = \Delta_0 - \Delta$ действительная часть волнового числа увеличивается, а длина перекачки L_0 уменьшается. Таким образом, наличие рассогласования в собственных затуханиях уменьшает величину тока $I_{от}$, при которой наблюдается особая точка, однако оно увеличивает декремент затухания и амплитуды волн уменьшаются быстрее по длине волноводов. По этой причине использование волноводов с несимметричными собственными значениями потерь не является предпочтительным. На рис.3.9 представлено семейство зависимостей длины перекачки от величины тока для разных значений рассогласования в затуханиях Δg . Рассогласование в собственных постоянных распространения $\beta_{1,2}$ (отсутствие синхронизма фазовых скоростей) приводит к уменьшению действительной части волнового числа и, соответственно, к увеличению длины перекачки (рис.3.9). При этом при некоторых значениях рассогласования $\beta_{1,2}$ происходит

ограничение роста величины длины перекачки до бесконечности с током, что обусловлено порогом неустойчивости спиновых волн. Стоит отметить, что для случая рассогласования волновых чисел значение тока в особой точке увеличивается в сравнении с рассогласованием собственных потерь при отсутствии уменьшения амплитуды волн, поскольку собственный декремент затухания не меняется. В данном случае длина перекачки энергии между волноводами ограничена при тех же значениях тока, что позволяет использовать системы с особыми точками в управляемых магнронных межсоединениях с контролируемой длиной перекачки.

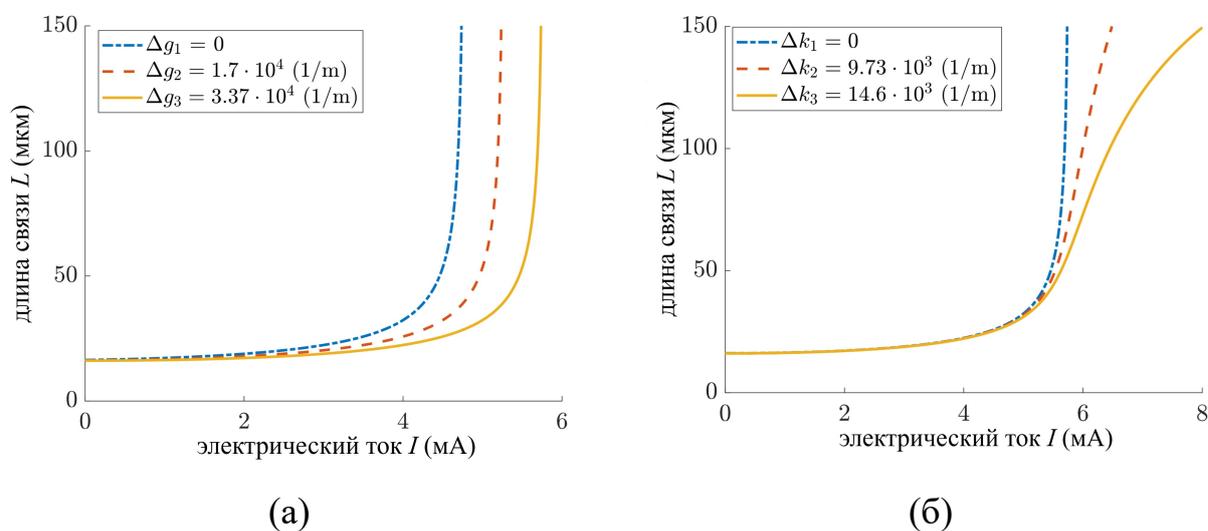


Рис. 3.9. Зависимости длины перекачки энергии между волноводами от величины тока, пропускаемого через слой нормального металла для разницы (а) в собственных затуханиях; (б) в собственных волновых числах.

3.5 Выводы

В данной главе описана система дипольно связанных волноведущих структур ферромагнетик-нормальный металл, в которой при определенных условиях возникает особая точка. Построены частотные характеристики для двух вариантов компенсации собственных потерь в связанных структурах – симметричном, когда в обеих структурах затухание компенсировалось одинаково, и асимметричном, где в одной структуре затухание усиливалось, а во втором компенсировалось на ту же абсолютную величину. Показано, что

при асимметричной компенсации собственного затухания система всегда переходит в одночастотный режим, даже если изначально две нормальные моды были спектрально различимы. Усиление собственного затухания в одной структуре и компенсации во второй структуре рассматривалась с помощью спинового эффекта Холла. Для изменения величины вносимого затухания к металлическим слоям структур приложено постоянное напряжение, создающее постоянные электрические токи разной полярности. В ходе исследования из системы уравнений Ландау-Лифшица-Гильберта-Слончевского методом тензорных функций Грина выведено точное аналитическое выражение для определения дисперсионной характеристики. Найдены условия возникновения особой точки в системе и зависимость постоянного напряжения особой точки от расстояния между структурами.

Исследована динамика длины перекачки энергии спиновых волн между двумя планарными магнонными волноводами с равноценным усилением и затуханием спиновых волн. Показано, что при увеличении плотности спин-поляризованного тока длина перекачки энергии из одного волновода в другой растет и в особой точке стремится к бесконечности. Наличие рассогласования в собственных затуханиях намагниченностей двух волноводов приводит к уменьшению критического тока особой точки, тогда как рассогласование в волновых числах приводит к увеличению критического тока при ограничении длины перекачки. Представленные результаты могут быть использованы при создании управляемых магнонных направленных ответвителей, а также могут быть интересны для построения сложных магнонных межсоединений с контролируемыми потерями.

Глава 4. Влияние нелинейности на динамику нормальных мод и особой точки в системе связанных спин-трансферных наноосцилляторов

4.1 Постановка задачи

Динамические свойства колебательных магнетонных структур в настоящее время являются предметом исследований в современной физике наномасштабных систем. Эти структуры обладают уникальными характеристиками, обусловленными их большим диапазоном перестройки частоты током (единицы ГГц) и магнитным полем (десятки ГГц), и высокой чувствительностью ко внешним воздействиям вследствие присущей им сильной нелинейности. Спектральные характеристики наноосцилляторов и их динамика могут быть существенно изменены под воздействием нелинейных эффектов. Исследование влияния нелинейности на динамику нормальных мод в таких системах имеет фундаментальное значение, так как оно позволяет глубже понять физические механизмы, лежащие в основе их работы. Возникновение особых точек также является отдельным предметом исследований, который относится к динамике нормальных мод в связанных магнетонных колебательных системах.

Цель данного исследования заключается в изучении дипольно связанных колебательных магнетонных структур на примере СТНО. Проводится детальный анализ нелинейности на характеристики нормальных мод и параметры возникновения особых точек в системе двух связанных СТНО. Исследование начинается с рассмотрения связанных математических осцилляторов Дуффинга с особой точкой и влияния на нее параметра нелинейности. Это обусловлено изоморфизмом рассматриваемых колебательных систем, т.к. кубичная нелинейность в модели осциллятора Дуффинга соответствует нелинейности СТНО, обусловленной нелинейным сдвигом частоты (неизохронностью) [78]. После анализа модели двух

связанных осцилляторов Дуффинга рассматриваются два дипольно связанных СТНО, анализируется динамика их нормальных мод в линейном и нелинейном режиме и влияние угла внешнего магнитного поля и поляризации постоянного тока на изменение параметров, при которых в системе появляется особая точка. Наконец, рассматриваются характеристики системы, состоящей из трех связанных СТНО, проводится сравнение с предыдущим случаем. Результаты исследований опубликованы в [А2, А3].

4.2 Динамика особой точки в модели связанных осцилляторов Дуффинга

Рассмотрим систему неавтономных дифференциальных уравнений относительно координат $x(t)$, $y(t)$ двух взаимосвязанных нелинейных осцилляторов с коэффициентом связи μ и коэффициентом нелинейности β следующего вида:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + (\Delta_0 - \Delta)\dot{x} + \omega_0^2(1 + \beta x^2)x + \mu y &= f \sin \omega t, \\ \ddot{y} + (\Delta_0 + \Delta)\dot{y} + \omega_0^2(1 + \beta y^2)y + \mu x &= 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

где Δ_0, Δ – коэффициенты собственного и вносимого затухания осцилляторов, соответственно, ω_0 – собственная частота каждого осциллятора, f, ω – амплитуда и частота внешнего воздействия. Как видно по знакам коэффициентов вносимых потерь Δ в (4.1), в первом осцилляторе собственные потери компенсируются вносимыми потерями, а во втором, напротив, потери усиливаются. Внешнее возбуждение действует на один осциллятор, во втором же колебания возникают как вынужденные колебания за счет связи с первым.

Проведем численное интегрирование системы уравнений (4.1) стандартными методами анализа дифференциальных уравнений (метод Рунге-Кутты четвертого порядка) при следующих параметрах: $\Delta, \beta, \omega = \text{var}$, $\omega_0 = 1$, $\Delta_0 = 0.1$, $f = 0.1$, $\mu = 0.7$. При $\beta = 0$ в системе двух связанных осцилляторов наблюдаются две нормальные частоты $\omega_{1,2}$ (рис.4.1а), которые

при увеличении коэффициента нелинейности $\beta > 0$ также увеличиваются (при $\Delta = 0$), причем помимо смещения нормальных частот при некотором значении β возникает гистерезисный эффект с образованием неустойчивых ветвей [12,13]. При этом для фиксированной частоты внешнего воздействия амплитуда нижней моды системы уменьшается при увеличении частоты вынужденных колебаний.

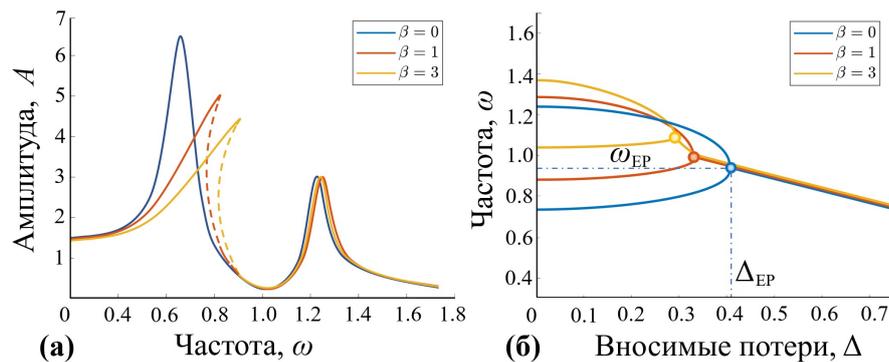


Рис. 4.1. Семейство резонансных характеристик двух связанных осцилляторов Дуффинга (а) и зависимости действительных частей нормальных частот от величины вносимого затухания (б) для трех значений коэффициента нелинейности: $\beta = 0, 1$ и 3 ; штрихпунктирной линией обозначены неустойчивые области резонансной кривой [A2].

Расстояние между резонансными пиками (рис.4.1а) напрямую зависит от константы связи между осцилляторами. Как было сказано выше, особая точка возникает из-за вырождения нормальных частот $\omega_{1,2}$ в собственную ω_0 за счет увеличения коэффициента вносимых потерь Δ . В линеаризованной системе для любой величины константы связи μ существует единственное значение вносимых потерь Δ_{OT} , при котором возникает особая точка (рис.4.1б). При этом имеется такое пороговое значение β_{th} (для приведенных выше параметров $\beta_{th} \approx 0.79$), при котором частота особой точки резко меняется, а при $\beta < \beta_{th}$ она остается неизменной при увеличении Δ . Критическое значение Δ_{OT} также остается неизменным, однако при $\beta > \beta_{th}$ ω_{OT} увеличивается, а Δ_{OT} уменьшается (см. рис.4.1б). Таким образом, наличие кубической нелинейности приводит к появлению особой точки при

меньших значениях вносимых потерь. Увеличение параметра нелинейности β приводит к резкому уменьшению Δ_{OT} , при котором появляется особая точка (рис.4.2а). При увеличении порогового значения параметра нелинейности резонансные частоты смещаются, вследствие чего требуется меньшее вносимое затухание (рис.4.2б).

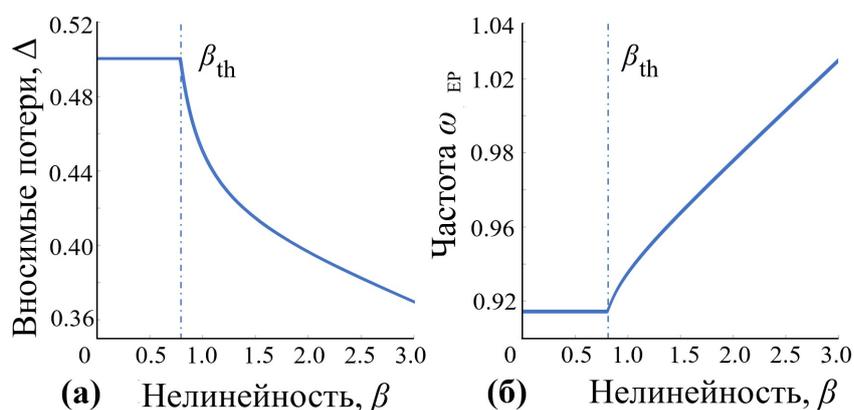


Рис. 4.2. Зависимости вносимых потерь Δ_{OT} (а) и частоты ω_{OT} (б), при которых образуется особая точка, от величины коэффициента нелинейности β ; штриховой линией обозначен критический параметр нелинейности $\beta_{th} \approx 0.8$, при котором происходит смещение необходимой для возникновения особой точки величины вносимых потерь и резонансной частоты.

В заключение проведем численное моделирование влияния зависимости вносимых потерь Δ от константы связи μ и параметра нелинейности β , при которых появляется особая точка. В линейном случае при $\beta = 0$ зависимость особой точки от μ линейна, а именно $\mu = \Delta$. Как указывалось ранее, увеличение коэффициента нелинейности β приводит к появлению ОТ при меньших значениях Δ , что также проявляется при изменении параметра связи μ . При этом зависимость $\mu(\Delta)$ имеет следующий вид:

$$\mu(\Delta) = A(\beta)\Delta, \quad (4.2)$$

где $A > 1$ – крутизна этой зависимости (рис.4.3). Следовательно, при большей связи между осцилляторами наличие нелинейности приводит к уменьшению вносимых потерь, при котором появляется особая точка.

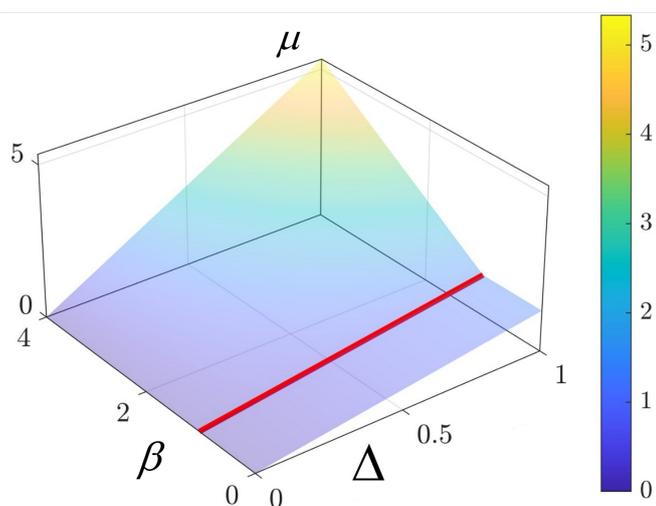


Рис. 4.3. Зависимость константы связи μ от величины вносимых потерь Δ и коэффициента нелинейности β , при которых наблюдается особая точка.

Таким образом, исследовано влияние нелинейности на положение особой точки на плоскости параметров в системе двух консервативно связанных осцилляторов Дуффинга при изменении коэффициентов связи и вносимых потерь. Показано, что смещение положения особой точки при изменении коэффициента нелинейности сопровождается уменьшением амплитуды возбуждаемых колебаний и сдвигом резонансной частоты. Численно найдены пороговые значения коэффициентов нелинейности, связи и вносимых потерь, при которых возникает особая точка. Показано, что увеличение коэффициента нелинейности приводит к уменьшению порогового значения вносимых потерь, необходимых для образования особой точки. Предлагаемый анализ может быть проведен для осцилляторов различной физической природы, разных типов связи между ними, а также большего числа осцилляторов с появлением особых точек высших порядков.

4.3 Динамика нормальных мод и особой точки в модели дипольно связанных спин-трансферных наноосцилляторов

Рассмотрим далее систему из двух дипольно связанных колебательных наноразмерных магнитных структур на примере спин-трансферных наноосцилляторов (СТНО). Принцип действия СТНО основан на эффекте переноса спинового момента из ферромагнетика с «закрепленной» намагниченностью из слоя нормального металла с сильным спин-орбитальным взаимодействием [79,80]. За счет переноса спинового момента из металлического слоя в ферромагнетик можно добиться компенсации собственного затухания намагниченности. Спинтронные осцилляторы представляют собой класс устройств, широко используемый в электронных системах и в вычислительных приложениях. Возбуждаемые с помощью СТНО частоты достигают значений 50 ГГц и потенциально могут доходить до терагерцового диапазона, также эти структуры обладают нанометровыми размерами и нуждаются в относительно низком энергопотреблении по сравнению с традиционными КМОП-устройствами. Для изучения динамики особых точек СТНО являются идеальной площадкой, так как они могут быть связаны множеством различных механизмов, в том числе дипольно, спиновыми волнами и электрическими цепями [81,82], также они обладают богатой нелинейной динамикой, что может быть использовано для дополнительного контроля положения особой точки, как в рассмотренной системе связанных осцилляторов Дуффинга.

Рассмотрим два СТНО, расположенных на расстоянии d друг от друга и помещенных во внешнее постоянное магнитное поле \mathbf{H}_0 , направленное под углом θ_0 (рис.4.4). В структурах возникают вынужденные колебания из-за переменного тока с амплитудой ΔI и частотой ω , подаваемого на один СТНО, во втором же колебания возникают благодаря магнитной дипольной связи между структурами.

Выбранная структура СТНО состоит из ферромагнитного слоя с «фиксированной» намагниченностью, которая определяет поляризацию

спина электронов протекающего тока, немагнитного слоя и ферромагнитного слоя со «свободной» намагниченностью, которая может прецессировать благодаря эффекту переноса спинового момента [79]. Для того, чтобы в пространстве параметров системы могла возникнуть особая точка, необходимо добиться равноценного усиления и компенсации собственного затухания в структурах. Это достигается путем пропускания постоянного тока одинаковой величины с противоположной поляризацией через оба СТНО. Направление поляризации постоянного тока может влиять на параметр затухания за счет переноса углового момента между спин-поляризованным током и магнитным моментом СТНО, что и определяет усиление или затухание магнитного момента структур.

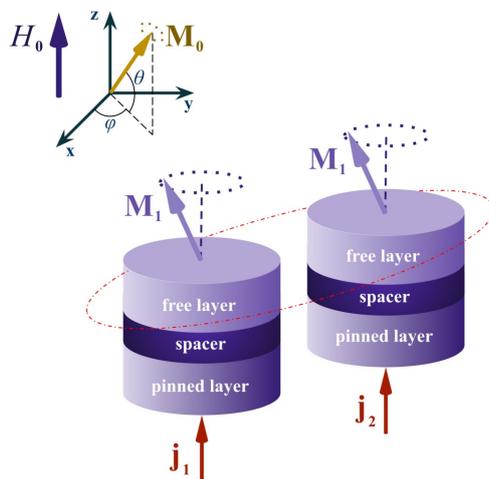


Рис. 4.4. Исследуемая система из двух дипольно связанных СТНО [A3].

Динамика вектора намагниченности \mathbf{M} в "свободном" слое СТНО описывается уравнением ЛЛГС. Рассматривается макроспиновое приближение, в котором пространственная вариация намагниченности полагается равной нулю, так что она может быть представлена ее комплексной амплитудой, зависящей только от времени, $c(t) \simeq (m_x - m_y)/M_0$. При этом эффективное магнитное поле, действующее на намагниченность свободного слоя отдельного СТНО представима в виде

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 - 4\pi(\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{e}}_z)\hat{\mathbf{e}}_z + \frac{H_A}{M_0}(\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{e}}_x)\hat{\mathbf{e}}_x, \quad (4.3)$$

где первое слагаемое характеризует внешнее постоянное магнитное поле \mathbf{H}_0 , второе – размагничивание в приближении тонкой пленки, третье – одноосную анизотропию в плоскости образца. Основное состояние, характеризующее стационарное направление намагниченности и внутреннего поля H свободного слоя, определяется исходя из решения системы трансцендентных уравнений [79]

$$\begin{cases} H \sin \theta = H_0 \sin \theta_0 - 4\pi M_0 \sin \theta \\ H \cos \theta \cos \varphi = H_0 \cos \theta_0 \cos \varphi_0 + H_A \cos \theta \cos \varphi \\ H \cos \theta \sin \varphi = H_0 \cos \theta_0 \sin \varphi_0 \end{cases} \quad (4.4)$$

где θ_0, φ_0 – азимутальный и полярный углы внутреннего магнитного поля.

Динамика намагниченности системы двух связанных СТНО вокруг положения равновесия, таким образом, описывается двумя связанными уравнениями для комплексных амплитуд:

$$\begin{cases} \frac{dc_1}{dt} + (i\omega + \Gamma)c_1 + \sigma I_0 (1 - |c_1|^2)c_1 = -i\Omega_{12}c_2 + \Lambda e^{-i\omega t}, \\ \frac{dc_2}{dt} + (i\omega + \Gamma)c_2 - \sigma I_0 (1 - |c_2|^2)c_2 = -i\Omega_{21}c_1. \end{cases} \quad (4.5)$$

Здесь $\omega = \omega_0 + N |c_{1,2}|^2$ – частота прецессии намагниченности, состоящая из линейной части $\omega_0 = \sqrt{\omega_H (\omega_H + \omega_M \cos^2 \theta) - \omega_H \omega_A \sin^2 \theta}$ – частоты ферромагнитного резонанса и нелинейного слагаемого, характеризующего сдвиг частоты, обусловленный неизохронностью $N = \omega_M \omega_H (3\omega_H^2 \sin^2 \theta / \omega_0^2 - 1) / 2\omega_0$, $\Gamma = \alpha_G A$ – положительные потери колебательной системы, α_G – константа затухания Гильберта, $\omega_H = \gamma H$, $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$, $A = \omega_H + 0.5 \cos^2 \theta \omega_H$, $\omega_A = \gamma H_A$, M_0 – модуль вектора намагниченности в «свободном» слое, H – величина внутреннего магнитного поля, $\sigma = \sigma_0 \cos \gamma_p$ – феноменологический параметр, определяющий эффективность спиновой поляризации, $\Lambda = -\sigma \tan \gamma_p \Delta I / 2\sqrt{2}$ и ω – амплитуда и частота внешнего воздействия, соответственно, γ_p – угол между

вектором поляризации спинового тока и направлением основного состояния, ΔI – амплитуда тока, $\Omega_{jj'}$ – константа связи между структурами, которая определяется из выражения [83]

$$\Omega_{jj'} = \frac{V_{\text{eff},j'}}{a^3} \frac{\omega_M^2}{2\omega_0} \left[\omega_H \left(3 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi - 1 \right) / \omega_M + \left(1 - 3 \sin^2 \varphi \right) \sin^2 \theta \right]. \quad (4.6)$$

4.4 Исследование влияния нелинейности на характеристики связанных СТНО

Рассмотрим изменение параметров нелинейной модели (4.5) при изменении направления внешнего постоянного магнитного поля (следовательно, и вектора основного состояния) и амплитуды внешней гармонической силы, а также величины вносимых потерь (то есть плотности спин-поляризованного тока). На рис. 4.5а показана зависимость частоты ферромагнитного резонанса от величины азимутального угла внешнего постоянного магнитного поля \mathbf{H}_0 при различных значениях \mathbf{H}_0 . Как следует из уравнений (4.5,4.6) для поиска направления вектора внутреннего магнитного поля \mathbf{H}_{int} и его величины, а также векторов основного состояния $\mathbf{M}_{01,2}$, векторы \mathbf{H}_0 и \mathbf{H}_{int} с учетом наличия анизотропии в плоскости образца и размагничивания в общем случае неколлинеарны.

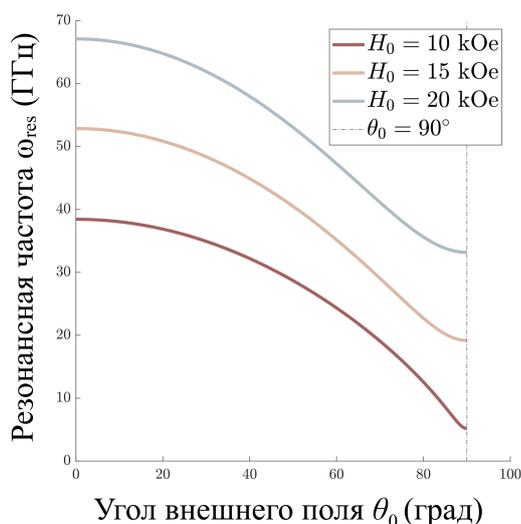


Рис. 4.5. Зависимость частоты ферромагнитного резонанса от величины угла внешнего магнитного поля.

С ростом угла θ_0 вектор стационарной намагниченности поворачивается из направления «в плоскости» образца по направлению «перпендикулярно плоскости», а частота ферромагнитного резонанса при этом уменьшается по нелинейному закону в силу того, что θ_{in} является нелинейной функцией θ_0 и ω_0 . Увеличение значения H_0 приводит к увеличению среднего значения этой функции, не меняя при этом спадающий характер зависимости. Коэффициент неизохронности при этом ведет себя более сложным образом (рис.4.6а): наибольшее значение нелинейного сдвига частоты достигается для перпендикулярно намагниченного образца, при этом сдвиг является положительным, тогда как для намагниченного в плоскости образца СТНО наблюдается положительное значение коэффициента неизохронности и отрицательный сдвиг частоты. Зависимость коэффициента неизохронности от угла внешнего поля применительно как к СТНО, так и к магнитным пленкам и подробно исследовалась теоретически и экспериментально.

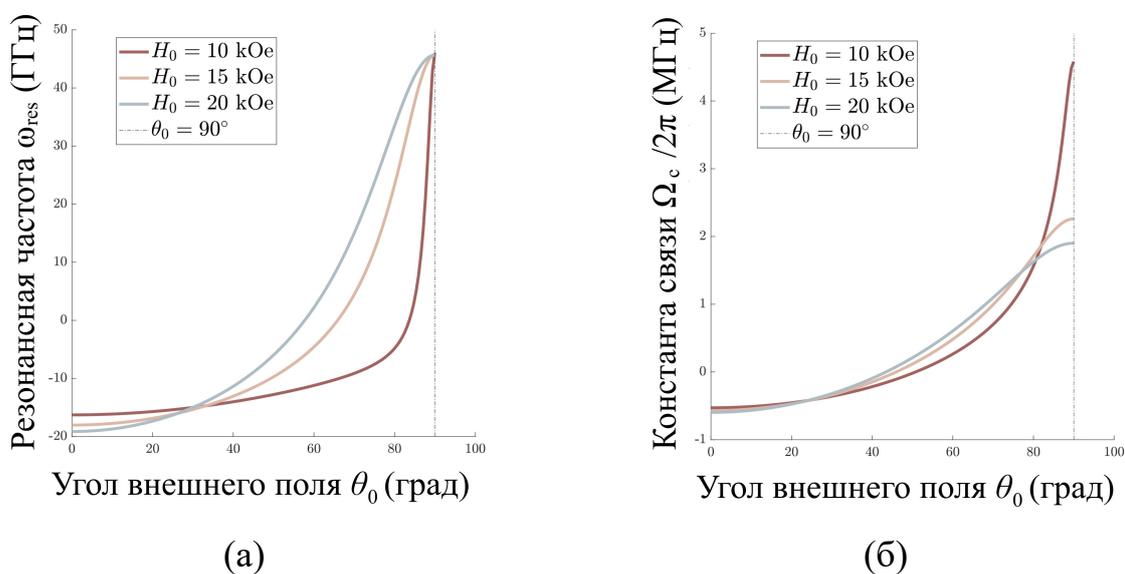


Рис. 4.6. Зависимости от угла внешнего магнитного поля (а) коэффициента неизохронности и (б) константы связи при разных значениях напряженности внешнего поля.

Как видно, при некотором значениях угла θ_0 коэффициент неизохронности равен нулю, а увеличение значения H_0 приводит к уменьшению значения этого угла θ_0 , то есть, управляя значениями этих двух параметров, можно добиться как положительного и отрицательного, так и

нулевого смещения частоты, обусловленного нелинейностью системы. Для СТНО в автоколебательном режиме токком это является принципиально важным фактором, определяющим возможности перестройки частоты колебаний токком.

4.5 Изменение положения особой точки в пространстве «электрический ток-частота» при увеличении угла внешнего магнитного поля в системе из двух связанных СТНО

Далее нас будет интересовать динамика системы связанных СТНО, намагниченных почти вертикально, поскольку в этом случае неизохронность достигает максимума. Также для случая $\theta_0 = \pi/2$ достигает максимума коэффициент магнитной дипольной связи, изображенный на рис. 4.6б для разных значений напряженности внешнего магнитного поля H_0 . Видно, что увеличение значения H_0 приводит к уменьшению значения коэффициента связи пропорционального $\sim 1/d^3$. Вместе с тем, для некоторых значений угла внешнего магнитного поля θ_0 , равному примерно 45° - 47° , коэффициент связи равен нулю, что объясняется особой угловой зависимостью (см. формулу (4.6)). С точки зрения нормальных мод связанных колебаний, в этой точке нормальные моды вырождаются в собственную частоту, однако, в отличие от случая с вырождением мод в особой точке, здесь это происходит в консервативном случае за счет изменения параметра связи между осцилляторами за счет изменения угла и значения внешнего магнитного поля. С приближением к $\theta_0 = \pi/2$ коэффициент связи, как и коэффициент неизохронности, достигает максимума, что представляет дальнейший интерес при поиске параметров особой точки, при которой за счет внесения дополнительных потерь в систему нормальные моды вырождаются в собственную (рис.4.6б). Известно [79], что проявление неизохронности в докритической области колебаний возможно только при достаточно большой амплитуде вынуждающей силы, тогда как в закритической области неизохронность проявляется уже при малых размерах предельного цикла,

определяемого величиной постоянного тока. Поскольку нас интересует влияние нелинейного сдвига частоты на смещение особой точки связанных СТНО, рассмотрим, как проявляется нелинейность при вынужденных колебаниях двух осцилляторов на их резонансные частоты, а также на нормальные моды связанных систем.

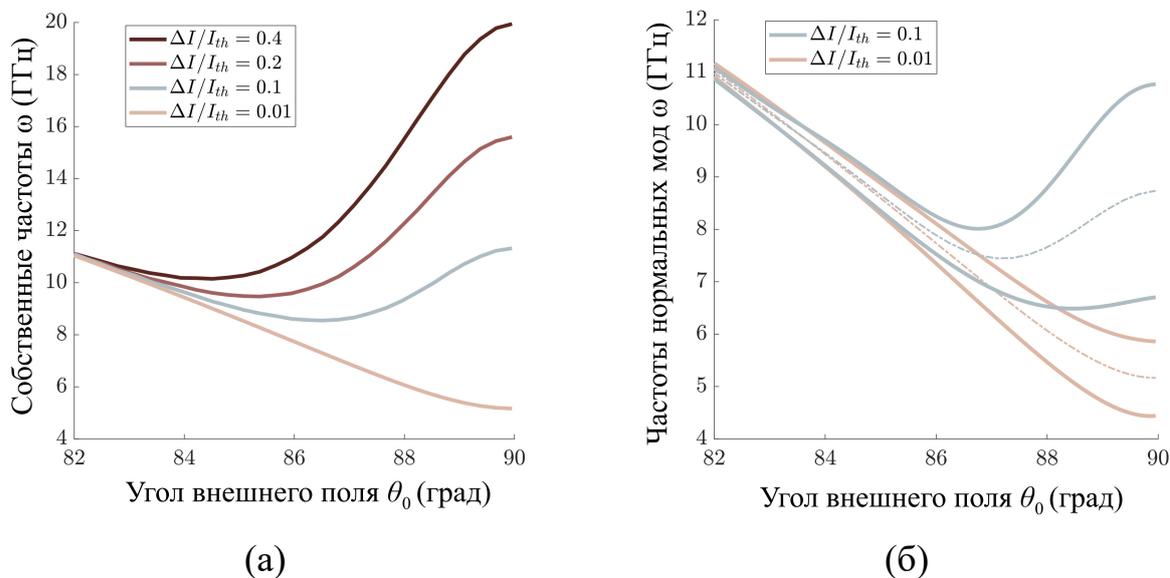


Рис. 4.6. Зависимости от угла внешнего магнитного поля (а) собственных частот осцилляторов и (б) частот нормальных мод связанных СТНО при разных значениях амплитуды внешнего воздействия.

На рис.4.6а показана зависимость резонансной частоты колебаний единичного СТНО при разных значениях амплитуд вынуждающей силы вблизи вертикального направления стационарной намагниченности. Как видно, при увеличении амплитуды внешнего воздействия происходит нелинейный сдвиг резонансной частоты и с увеличением амплитуды происходит все большее отклонение резонансной характеристики от линейной. Для двух дипольно связанных СТНО происходит разделение собственной частоты на две нормальные, как показано на рис.4.6б. Приближение угла θ_0 к значению $\pi/2$ приводит к нелинейному сдвигу резонансной частоты обеих нормальных мод с увеличением расстояния между ними по сравнению с линейным случаем. Таким образом, влияние нелинейности для системы двух связанных СТНО проявляется как в

нелинейном сдвиге частоты, обусловленном неизохронностью, так и в увеличении расстояния между нормальными модами, что свидетельствует об увеличении коэффициента эффективной связи между структурами и большему взаимодействию между ними.

Перейдем к рассмотрению условий появления особой точки в системе двух связанных СТНО. Для этого перепишем систему уравнений (4.5) в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \hat{A} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega t}, \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} i\omega_1 + \Delta_1 & -\Omega_{12} e^{i\beta_{12}} \\ -\Omega_{12} e^{i\beta_{21}} & i\omega_2 + \Delta_2 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

где ω_j и $\Delta_j = \Gamma_+ \pm \Gamma_G$ – резонансные частоты и эффективные константы затухания каждого осциллятора, соответственно. Решение системы дает две нормальные частоты $\omega_{1,2} = \omega_0 + i\Gamma_+ \pm \sqrt{\Gamma_-^2 - \Omega_c^2}$. В консервативном случае нормальные моды могут быть найдены как $\omega_{jj'}(\theta) \approx \omega_0(\theta) \pm \Omega_{jj'}(\theta)$, константа связи $\Omega_{jj'} \approx \sigma I_{OT}$ [79]. В этом случае, принимая неравенство в общем случае углов спиновой поляризации θ_p и внутреннего магнитного поля θ , величина тока, при котором возникает особая точка, I_{OT} , может быть найдена из выражения

$$I_{OT} \approx \frac{\omega_2(\theta) - \omega_1(\theta)}{2\sigma \cos(\theta_p - \theta)}, \quad (4.8)$$

а величина тока, при котором система становится неустойчивой, равна

$$I_{th}(\theta) = \frac{\Gamma_G(\theta)}{\sigma \cos(\theta_p - \theta)}. \quad (4.9)$$

Увеличение расстояния между нормальными модами ω_1 и ω_2 приводит к росту величины электрического тока, необходимого для появления особой точки. Вследствие нелинейности исследуемой системы необходимо преобразовать исходные уравнения для комплексных амплитуд в уравнения для действительных частей мощностей и фаз $c_{1,2} = \sqrt{p_{1,2}(t)} \cdot e^{-i\varphi_{1,2}(t)}$.

Запишем систему нелинейных дифференциальных уравнений для этих переменных:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2p_1} \frac{dp_1}{dt} + [\Gamma_+(p_1) + \Gamma_-(p_1)] &= \Omega_{12} \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \beta_{12}); \\
 \frac{1}{2p_2} \frac{dp_2}{dt} + [\Gamma_+(p_2) + \Gamma_-(p_2)] &= \Omega_{21} \sqrt{\frac{p_1}{p_2}} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \beta_{21}); \\
 \frac{d\varphi_1}{dt} &= \omega(p_1) \Omega_{12} \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} \sin(\varphi_2 - \varphi_1 + \beta_{12}) + \frac{\Lambda}{\sqrt{p_1}} \sin(\omega t - \varphi_1); \\
 \frac{d\varphi_2}{dt} &= \omega(p_2) \Omega_{21} \sqrt{\frac{p_1}{p_2}} \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \beta_{21}).
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Здесь $\Gamma_+(p) = \Gamma_G(1 + Q \cdot p)$, $\Gamma_-(p) = \sigma I_0(1 - p)$, $\omega(p) = \omega_0 + N \cdot p$ – нормированные функции мощности p . Система нелинейных неавтономных уравнений для мощностей и фаз решалась путем определения стационарных значений амплитуд и фаз. Полученные уравнения решались численно. На рис.4.7 представлены зависимости величин электрического тока, при котором возникает особая точка, от угла внешнего магнитного поля θ_0 . Численное решение системы уравнений (4.10) проведен для двух значений угла поляризации спинового тока, а именно когда $\theta_p = 5^\circ$ и $\theta_p = 90^\circ$. Выбор первого угла обусловлен невозможностью возбуждения СТНО при $\theta_p = \theta_0 = 0^\circ$. Штриховыми линиями на рисунке обозначены величины критического тока $I_{th}(\theta_0)$, при превышении которого система теряет устойчивость.

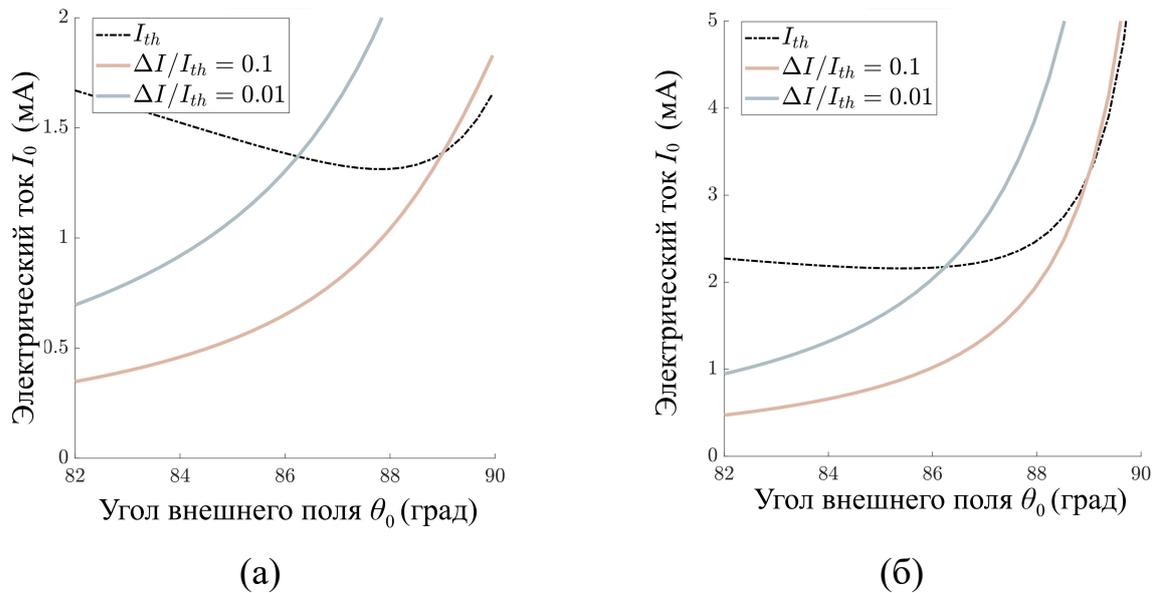


Рис. 4.7. Зависимости критических токов потери устойчивости и появления особой точки в системе двух дипольно связанных СТНО от азимутального угла внешнего магнитного поля при поляризации спинового тока перпендикулярно (а) и параллельно (б) плоскости образца для двух амплитуд внешнего воздействия.

Увеличение амплитуды возбуждающей силы приводит к увеличению критического тока образования особой точки, что связано с увеличением расстояния между нормальными модами, как было показано и рассмотрено ранее на рис.4.6б. Очевидно, что особая точка наблюдается только для таких токов, что $I_{EP}(\theta_0) < I_{th}(\theta_0)$. Для выбранных параметров для $\gamma_p = 90^\circ$ и $\theta_0 = \pi/2$ особая точка не наблюдается, так как система находится в автоколебательном режиме даже в линейном случае. Повышение амплитуды внешнего возбуждения приводит к уменьшению порогового угла $\theta_0 = \theta_{th}$, при котором $I_{EP}(\theta_0) = I_{th}(\theta_0)$. Для случая, когда поляризация спинового тока направлена в плоскости образца (на рис.4.6б $\gamma_p = 5^\circ$) для выбранного θ_0 вблизи $\pi/2$ критический ток возникновения автоколебаний заметно больше (примерно в 2 раза), чем для $\gamma_p = 90^\circ$, а диапазон углов θ_0 , при котором существует особая точка, практически совпадает с предыдущим случаем. Для наблюдения особой точки при θ_0 необходимо уменьшать параметр связи, увеличивая расстояние между осцилляторами. Увеличение угла внешнего

магнитного поля θ_0 не только существенно сдвигает частоты колебаний осцилляторов, но и смещает особую точку (рис.4.8).

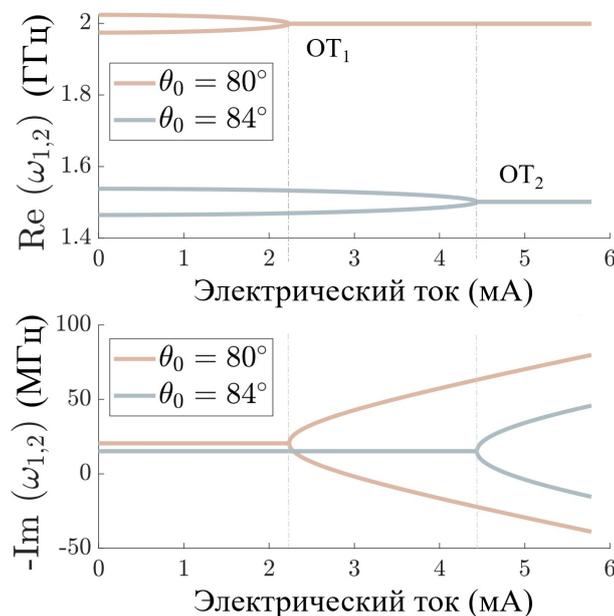


Рис. 4.8. Зависимости действительных и мнимых частей частоты от величины постоянного электрического тока, действующего на связанные СТНО.

В численном исследовании, проводимом в данной работе, предполагается, что осцилляторы абсолютно идентичны. Однако важно отметить, что в процессе производства СТНО возможны отклонения в размерах образцов (в величинах радиусов) [84], что может проявиться в изменении размагничивающих полей и в асимметрии связи между структурами. Тем не менее, параметры, используемые для решения задачи, подобраны таким образом, что флуктуации дипольных полей не влияют на векторы основного состояния осцилляторов, которые в первую очередь зависят от величин внешнего поля, характера анизотропии и размагничивания. Нормальные моды в спектре также будут проявлять симметрию относительно собственной. Детальное исследование и влияния неоднородности образцов является предметом отдельного исследования.

4.6 Изменение положения особой точки при увеличении угла внешнего магнитного поля в системе из трех связанных СТНО

Рассмотрим систему из трех дипольно связанных СТНО, в которых может появиться особая точка третьего порядка (рис.4.9а). Для этого добавим в систему между двумя «активными» один «пассивный» осциллятор, чья пассивность проявляется в отсутствии вносимых потерь и усиления (рис.4.9а). Такое расположение структур ранее применялось для оптических резонаторов в [85] и представляет собой простейший способ создать условия, необходимые для возникновения особой точки третьего порядка. Два СТНО, в которых компенсируется и увеличивается собственное затухание колебаний намагниченности, связаны с третьим осциллятором резонансным образом. Система трех дифференциальных уравнений, описывающих такую систему, выглядит следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \hat{A} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega t}, \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} i\omega_1 + \Delta_1 & -\Omega_{12}e^{i\beta_{12}} & -\Omega_{13}e^{i\beta_{13}} \\ -\Omega_{31}e^{i\beta_{21}} & i\omega_2 + \Delta_2 & -\Omega_{23}e^{i\beta_{23}} \\ -\Omega_{31}e^{i\beta_{31}} & -\Omega_{32}e^{i\beta_{32}} & i\omega_3 + \Delta_3 \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

где $\omega_j = \omega_{0j} + N_j |c_j|^2$ – резонансные частоты каждой из структур, которые включают в себя собственные частоты ω_{0j} и нелинейный сдвиг частоты N_j ; $\Delta_1 = \Gamma_{+1} + \Gamma_{-1}$, $\Delta_2 = \Gamma_{+2} + \Gamma_{-2}$, $\Delta_3 = \Gamma_{+3}$ – параметры, характеризующие затухание СТНО; $\Gamma_{+j} = \Gamma_{Gj} \left(1 + Q_j |c_j|^2\right)$ – положительные нелинейные коэффициенты затухания; $\Gamma_{-j} = \sigma I \left(1 - |c_j|^2\right)$ – вносимые нелинейные потери, которые увеличивают собственное затухание в одном из «активных» СТНО и уменьшают потери во втором; Ω_{kl} , β_{kl} – параметры, характеризующие коэффициенты связи между структурами и фазовый сдвиг, который возникает из-за связи; внешнее возбуждение $\Lambda e^{-i\omega t}$ подводится к одному из активных СТНО.

Предположим, что все три осциллятора имеют одинаковые физические размеры и коэффициенты связи между двумя соседними структурами также равны, то есть структуры удалены на равные расстояния. В таком случае выражения для нормальных мод в линейном приближении могут быть получены из решения системы уравнений (4.11). Выражения принимают следующий вид:

$$\omega_{1,2,3} = \left\{ \begin{array}{l} \omega_0 + i\Gamma_+ \\ \omega_0 + i\Gamma_+ + \sqrt{\Gamma_-^2 - 2\Omega_c^2} \\ \omega_0 + i\Gamma_+ - \sqrt{\Gamma_-^2 - 2\Omega_c^2} \end{array} \right\}, \quad (4.12)$$

где ω_0 – собственная частота каждого СТНО, $\Gamma_+ = \Gamma_G$ – положительный параметр затухания, $\Gamma_- = \sigma I$ – параметр вносимого затухания и Ω_c – константа связи.

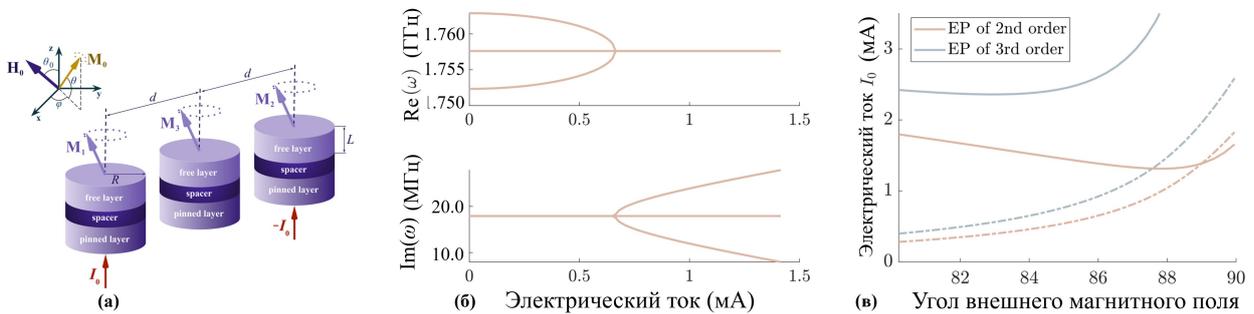


Рис. 4.9. (а) Система из трех дипольно связанных СТНО; к двум структурам подводится постоянный электрический ток разной полярности для увеличения и компенсации затухания. (б) Зависимость действительных и мнимых частей частоты от величины I_0 ; (в) Зависимость токов I_0 , при которых в системах из двух и трех связанных СТНО появляются особые точки, от угла внешнего магнитного поля. Данные зависимости представлены пунктирными линиями; сплошными линиями изображены величины критических токов I_{th} , при которых системы теряют устойчивость.

Зависимости действительных и мнимых частей частот $Re(\omega)$, $Im(\omega)$ от постоянного электрического тока I_0 (4.12) для трех связанных СТНО представлены на рис.4.9б. В отличие от двух связанных СТНО,

рассмотренных в предыдущем разделе, три связанные структуры имеют три корня, так что особая точка возникает тогда, когда вырождаются три собственные частоты и собственные моды. Как следует из (4.12), вырождение появляется при величине вносимых потерь, равной $\Gamma_-^{\text{OT}} = \sqrt{2}\Omega_c$. Величина вносимых потерь, при которой система теряет устойчивость, равна $\Gamma_-^{\text{th}} = \sqrt{\Gamma_+^2 + 2\Omega_c^2}$, что не совпадает с величиной, которая получилась в случае двух связанных осцилляторов. Важно отметить, что приведенный анализ справедлив только в том случае, когда нелинейный сдвиг частоты равен нулю; в противном случае необходимо решать систему уравнений (4.12).

На рис.4.9в показано, как особые точки второго и третьего порядка зависят от угла внешнего магнитного поля. В предыдущем разделе показано, что в системе двух связанных осцилляторов невозможно достичь точки вырождения в случае, когда $\theta_0 \rightarrow 90^\circ$. В рассматриваем же здесь случае диапазон возможных значений углов внешнего магнитного поля не ограничен.

4.7 Выводы

В данной главе исследованы различные аспекты динамики нормальных мод связанных осцилляторов Дuffинга и спинтронных осцилляторов. Изучено взаимодействие между такими параметрами, как ориентация вектора намагниченности, углы внешнего магнитного поля и поляризация спинового тока, и как они в совокупности влияют на такие явления, как неизохронность, сдвиг частоты, появление особой точки и величина электрического тока, при котором возникает данный тип вырождения. Показано, что неизохронность, обусловленная изменением ориентации и величины внешнего магнитного поля, играет существенную роль в системе двух связанных СТНО. Нелинейность приводит к сдвигу резонансных частот и усиливает эффективную связь между осцилляторами, существенно влияя на их взаимодействие. Путем изменения амплитуды

внешнего воздействия и угла спинового тока можно менять ток возникновения особой точки, что означает возможность менять ее положение в пространстве параметров системы, чего нельзя достичь в линейной системе. В случае, когда рассматриваются два связанных осциллятора, существует область углов внешнего магнитного поля, при которых величина тока I_{OT} , необходимая для появления вырождения нормальных мод, становится больше критического тока потери устойчивости I_{th} . В случае трех связанных СТНО величина I_{th} превосходит I_{OT} при любых значениях θ_0 .

Заключение

1. Проведено исследование влияния усиления спиновых волн, распространяющихся в магнитной структуре «ферромагнетик-нормальный металл», с помощью спинового тока на магнитную восприимчивость структуры
2. При симметричной компенсации затухания спиновых волн в связанных структурах ФМ-НМ в обеих структурах нормальные моды расталкиваются, при асимметричной компенсации амплитуды нормальных мод растут вплоть до их вырождения в особой точке, где собственные векторы системы становятся неортогональными.
3. Предложена система дипольно связанных волноведущих структур ферромагнетик-нормальный металл, в которой при определенных условиях возникает особая точка. Найдены условия возникновения особой точки в системе и зависимость постоянного напряжения особой точки от расстояния между структурами.
4. Исследована математическая модель двух связанных волноводов с вносимыми потерями и с учетом разного значения параметра собственного затухания. Показано, что для наблюдения особых точек лучше выбирать менее добротные системы, так как в них особая точка находится дальше от границы потери устойчивости.
5. С помощью численного моделирования продемонстрировано влияние нелинейности на положение особой точки на плоскости параметров в системе двух консервативно связанных осцилляторов Дуффинга при изменении коэффициентов связи и вносимых потерь. Показано, что увеличение коэффициента нелинейности приводит к уменьшению порогового значения вносимых потерь, необходимых для образования особой точки.

6. Продемонстрировано, что неизохронность, обусловленная изменением ориентации и величины внешнего магнитного поля, играет существенную роль в системе связанных СТНО. Изменением амплитуды внешнего воздействия и угла спинового тока можно менять ток возникновения особой точки, что означает возможность менять ее положение в пространстве параметров системы, чего нельзя достичь в линейной системе.
7. Уменьшение эффективного затухания делает возможным возбуждение спиновых волн с более высокими частотами волн на одной и той же длине волны. В связанных структурах ФМ-НМ увеличение электрического тока от $I = 0$ до $I_{th} = 1$ мА (ток возникновения автоколебаний) приводит к росту частоты возбуждаемых спиновых волн приблизительно на 2%.
8. При значении угла внешнего поля θ_0 в системе дипольно связанных спин-трансферных наноосцилляторов происходит нелинейный сдвиг резонансной частоты и увеличение расстояния между нормальными модами, причем при $\theta_0 = \pi/2$ в случае, когда $\Delta I_1 / I_{th} = 0.01$, где I_{th} – критический ток, расталкивание нормальных мод втрое меньше, чем в случае $\Delta I_2 / I_{th} = 0.1$.

Список литературы

1. С.А. Никитов, А.Р. Сафин, Д.В. Калябин и др. Диэлектрическая магноника — от гигагерцев к терагерцам // УФН. 2020. Т. 190. № 10. С. 1009–1040.
2. P. Pirro, V.I. Vasyuchka, A.A. Serga et al. Advances in coherent magnonics // Nat. Rev. Mater. 2021. V. 6. PP. 1114-1135.
3. A.V. Chumak, P. Kabos, M. Wu et al. Roadmap on Spin-Wave Computing // IEEE Trans. Magn. 2022. Vol. 58. No. 6. PP. 1-72.
4. R. Verba, V. Tiberkevich, I. Krivorotov et al. Parametric Excitation of Spin Waves by Voltage-Controlled Magnetic Anisotropy // Phys. Rev. Appl. 2004. Vol. 1. No. 044006.
5. T. Brächer, P. Pirro, B. Hillebrands. Parallel pumping for magnon spintronics: Amplification and manipulation of magnon spin currents on the micron-scale // Phys. Rev. 2017. Vol. 699. PP. 1-34.
6. T. Jungwirth, J. Wunderlich, and K. Olejník. Spin Hall effect devices // Nat. Mat. 2021. Vol. 11. PP. 382-390.
7. А.А. Зябловский, А.П. Виноградов, А.А. Пухов и др. РТ-симметрия в оптике // Успехи физических наук. 2014. Т. 184. С. 1177-1198.
8. Miri M.-A., Alù A. Exceptional points in optics and photonics // Science. 2019. Vol. 363, 6422.
9. J. Wiersig. Sensors operating at exceptional points: General theory // Phys. Rev. A. 2016. Vol. 93. No. 033809.
10. K. Ding, C. Fang, and G. Ma. Non-Hermitian topology and exceptional-point geometries // Nat. Rev. Phys. 2022. Vol. 4. PP. 745-760.
11. S. Wang, B. Hou, W. Lu et al. Arbitrary order exceptional point induced by photonic spin–orbit interaction in coupled resonators // Nat. Comm. 2019. Vol. 10. No. 832.

12. S. Klaiman, U. Gunther, and N. Moiseyev. Visualization of Branch Points in PT -Symmetric Waveguides // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. No. 080402.
13. L. Feng, R. El-Ganainy, and L. Ge. Non-Hermitian photonics based on parity–time symmetry // Nat. Phot. 2017. Vol. 11. PP. 752-762.
14. K.G. Makris, R. El-Ganainy, and D.N. Christodoulides. Beam Dynamics in PT Symmetric Optical Lattices // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 100. No. 103904.
15. X. Fang, N. J.R.K. Gerard, Z. Zhou et al. Observation of higher-order exceptional points in a non-local acoustic metagrating // Comm. Phys. 2021. Vol. 4. No. 271.
16. S.M. Rezende. Fundamentals of Magnonics. Springer, 2020. (Lecture Notes in Physics, 969).
17. Н.Ю. Григорьева, Б.А. Калиникос. Теория спиновых волн в пленочных ферромагнитных многослойных структурах. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2008.
18. A. Prabhakar, D. Stancil. Spin Waves, Theory and applications. Springer, Boston, MA, 2009.
19. В.А. Kalinikos, A.N. Slavin. Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films with mixed exchange boundary conditions. J. Phys. C: Sol. St. Phys. 1986. Vol. 19, No. 7013.
20. Ю.М. Яковлев, С.Ш. Генделев. Монокристаллы ферритов в радиоэлектронике. Советское радио, 1975. Москва.
21. S. Streib, N. Vidal-Silva, K. Shen et al. Magnon-phonon interactions in magnetic insulators // Phys. Rev. B. 2019. Vol. 99. No. 184442.
22. R. Verba, M. Carpentieri, G. Finocchio et al. Excitation of propagating spin waves in ferromagnetic nanowires by microwave voltage-controlled magnetic anisotropy // Sci. Rep. 2016. Vol. 6. No. 25018.
23. R. Verba, M. Carpentieri, Y.-G. Chen et al. Correction of Phase Errors in a Spin-Wave Transmission Line by Nonadiabatic Parametric Pumping // Phys Rev. Appl. 2019. Vol. 11. No. 054040.

24. T. Brächer, P. Pirro, B. Hillebrands. Parallel pumping for magnon spintronics: Amplification and manipulation of magnon spin currents on the micron-scale // Phys. Rep. 2017. Vol. 699. PP. 1-34.
25. Slonczewski J. C. Current-driven excitation of magnetic multilayers // J. Magn. Magn. Mat. 1996. Vol. 159. No. 1-2. P. L1-L7.
26. Berger L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current // Phys. Rev. B. 1996. Vol. 54. No. 13. P. 9353.
27. M. Tsoi, A. G. M. Jansen, J. Bass et al. Excitation of a magnetic multilayer by an electric current // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. No. 19. P. 4281.
28. E. B. Myers, D. C. Ralph, J. A. Katine et al. Current-induced switching of domains in magnetic multilayer devices // Science. 1999. Vol. 285. No. 5429. P. 867-870.
29. J. Z. Sun. Current-driven magnetic switching in manganite trilayer junctions // J. Magn. Magn. Mat. 1999. Vol. 202. No. 1. P. 157-162.
30. J. A. Katine, F. J. Albert, R. A. Buhrman et al. Current-driven magnetization reversal and spin-wave excitations in Co/Cu/Co pillars // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. No. 14. P. 3149.
31. Ralph D. C., Stiles M. D. Spin transfer torques // J. Magn. Magn. Mat. 2008. Vol. 320. No. 7. P. 1190-1216.
32. Ю.В. Гуляев, П.Е. Зильберман, А.И. Панас и др. Спинтроника: обменное переключение ферромагнитных металлических переходов при малой плотности тока // Успехи физических наук. 2009. Т. 179. №. 4. С. 359-368.
33. А.К. Звездин, К.А. Звездин, А.В. Хвальковский. Обобщенное уравнение Ландау-Лифшица и процессы переноса спинового момента в магнитных наноструктурах // Успехи физических наук. 2008. Т. 178. С. 436.
34. S. Zhang, Z. Li. Roles of nonequilibrium conduction electrons on the magnetization dynamics of ferromagnets // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. No. 12. P. 127204.
35. Bender C. M., Boettcher S. Real Spectra in Non-Hermitian Hamiltonians Having PT-Symmetry // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80, 5243.

36. C. Bender. Making sense of non-Hermitian Hamiltonians // *Rep. Prog. Phys.* 2007. Vol. 70. PP. 947-1018.
37. Yuto Ashida, Zongping Gong & Masahito Ueda. Non-Hermitian physics // *Adv. Phys.* 2020. Vol. 69. No. 3. PP. 249-435.
38. N. Moiseev. Quantum theory of resonances: calculating energies, widths and cross-sections by complex scaling // *Phys. Rep.* 1998. Vol. 302. PP. 2011-293.
39. Markus Muller, Ingrid Rotter. Exceptional points in open quantum systems // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2008. Vol. 41. No. 244018.
40. Friederike U. J. Klauck, Matthias Heinrich h, Alexander Szameit. Crossing exceptional points in non-Hermitian quantum systems // *Sci. Adv.* 2025. Vol. 11. No. eadr8275.
41. H. Jing, Ş. K. Özdemir, H. Lü et al. High-order exceptional points in optomechanics // *Sci. Rep.* 2017. Vol. 7 No. 3386.
42. Chengzhi Shi, Marc Dubois, Yun Chen et al. Accessing the exceptional points of parity-time symmetric acoustics // *Nat. Comm.* 2016. Vol. 7. No. 11110.
43. T. Stehmann, W.D. Heiss and F.G. Scholtz. Observation of exceptional points in electronic circuits // *J. Phys. A: Math. Gen.* 2004. Vol. 37. PP. 7813-7819.
44. J. Schindler, Z. Lin, J.M. Lee et al. PT-symmetric electronics // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2012. Vol. 45. No. 444029.
45. Cao W. et al. Fully integrated parity–time-symmetric electronics. *Nat. Nanotechnol.* 2022. Vol. 17, 262–268.
46. S. Assaworarith, X. Yu and S. Fan. Robust wireless power transfer using a nonlinear parity–time-symmetric circuit // *Nat. Let.* 2017. No. 546. PP. 387-390.
47. T. Yu, J. Zou, B. Zeng et al. Non-Hermitian topological magnonics // *Phys. Rep.* 2024. Vol. 1062. PP. 1-86.
48. X.-g. Wang, G. Guo, and J. Berakdar. Enhanced Sensitivity at Magnetic High-Order Exceptional Points and Topological Energy Transfer in Magnonic Planar Waveguides // *Phys. Rev. Appl.* 2021. Vol. 15. No. 034050.

49. X.-g. Wang, G. Guo, and J. Berakdar. Steering magnonic dynamics and permeability at exceptional points in a parity–time symmetric waveguide // Nat. Comm. 2020. Vol. 11, 5663.
50. A.A. Sadovnikov, A.A. Zyablovsky, A.V. Dorofeenko et al. Exceptional-Point Phase Transition in Coupled Magnonic Waveguides // Phys. Rev. Appl. 2022. Vol. 18. No. 024073.
51. H. Liu, D. Sun, C. Zhang et al. Observation of exceptional points in magnonic parity-time symmetry devices // Sci. Adv. 2019. Vol. 5, 11.
52. S. Wittrock, S. Perna, R. Lebrun et al. Non-hermiticity in spintronics: oscillation death in coupled spintronic nano-oscillators through emerging exceptional points // Nat. Comm. 2024. Vol. 15. No. 971.
53. D. Schulz, J. Berakdar, and X.-g. Wang. Active nonreciprocal cloaking for pseudo-Hermitian magnons // Phys. Rev. Appl. 2024. Vol. 22. No. 054046.
54. A.A. Zyablovsky, I.V. Doronin, E.S. Andrianov et al. Exceptional Points as Lasing Prethresholds // Las. Phot. Rev. 2021. Vol. 15. No. 2000450.
55. R. Thomas, H. Li, F. M. Ellis et al. Giant nonreciprocity near exceptional-point degeneracies // Phys. Rev. A. 2016. Vol. 94. No. 043829.
56. D.D. Smith, H. Chang, E. Mikhailov et al. Beyond the Petermann limit: Prospect of increasing sensor precision near exceptional points // Phys. Rev. A. 2022. Vol. 106. No. 013520.
57. Wiersig J. Review of exceptional point-based sensors // Optica. 2020. Vol. 8, № 9, p. 1457-1467.
58. W. Mao, Z. Fu, Y. Li et al. Exceptional–point–enhanced phase sensing // Sci. Adv. 2024. Vol. 10. No. 14.
59. C. Chen, L. Jin and R.-B. Liu. Sensitivity of parameter estimation near the exceptional point of a non-Hermitian system // New J. Phys. 2019. Vol. 21. No. 083002.
60. Lee J. M., Kottos T. Macroscopic magnetic structures with balanced gain and loss. Phys. Rev. B. 2016. Vol. 91. No. 094416.

61. Q. Wang, P. Pirro, R. Verba et al. Reconfigurable nanoscale spin-wave directional coupler // *Sci. Adv.* 2018. Vol. 4. No. 1.
62. Q. Wang, M. Kewenig, M. Schneider et al. A magnonic directional coupler for integrated magnonic half-adders // *Nat. Electron.* 2020. Vol. 3. No. 765.
63. V.E. Demidov, S. Urazhdin, A.B. Rinkevich et al. Spin Hall controlled magnonic microwaveguides // *Appl. Phys. Lett.* 2014. Vol. 104. No. 152402.
64. A. Navabi, Y. Liu, P. Upadhyaya et al. Control of Spin-Wave Damping in YIG Using Spin Currents from Topological Insulators // *Phys. Rev. Appl.* 2019. Vol. 11. No. 034046.
65. A. Hamadeh, O. d'Allivy Kelly, C. Hahn et al. Full Control of the Spin-Wave Damping in a Magnetic Insulator Using Spin-Orbit Torque // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 113. No. 197203.
66. R.J. Doornenbal, A. Roldán-Molina, A.S. Nunez et al. Spin-Wave Amplification and Lasing Driven by Inhomogeneous Spin-Transfer Torques // *Phys. Rev. Lett.* 2019. Vol. 122. No. 037203.
67. D. Breitbach, M. Schneider, B. Heinz et al. Stimulated Amplification of Propagating Spin Waves // *Phys. Rev. Lett.* 2023. Vol. 131. No. 156701.
68. O. Gladii, M. Collet, K. Garcia-Hernandez et al. Spin wave amplification using the spin Hall effect in permalloy/platinum bilayers // *Appl. Phys. Lett.* 2016. Vol. 108. No. 202407.
69. H. Merbouche, B. Divinskiy, D. Gouere et al. True amplification of spin waves in magnonic nano-waveguides // *Nat. Commun.* 2024. Vol. 15. No. 1560.
70. М.И. Дьяконов, В.И. Перель. О возможности ориентации электронных спинов током // *Письма в ЖЭТФ.* 1971. Т. 13. С. 657.
71. Y.K. Kato, R.C. Myers, A.C. Gossard et al. Observation of the spin Hall effect in semiconductors // *Science.* 2004. Vol. 306. No. 5703. PP. 1910-1913.
72. J. Sinova, S.O. Valenzuela, J. Wunderlich et al. Spin Hall effects // *Rev. Mod. Phys.* 2015. Vol. 87. No. 4. P. 1213.

73. Z. Wang, Y. Sun, M. Wu et al. Control of Spin Waves in a Thin Film Ferromagnetic Insulator through Interfacial Spin Scattering // *Phys. Rev. Lett.* 107, 146602 (2011).
74. F. Vanderveken, V. Tyberkevych, G. Talmelli et al. Lumped circuit model for inductive antenna spin-wave transducers // *Sci. Rep.* 2022. Vol. 12. No. 3796.
75. C. Zhang, M. Kim, Y.-H. Zhang et al. Gain-Loss Coupled Systems // *arXiv:2410.20338*. 2024.
76. A.V. Sadovnikov, E.N. Beginin, S.E. Shehukova et al. Directional multimode coupler for planar magnonics: Sidecoupled magnetic stripes // *Appl. Phys. Lett.* 2015. Vol. 107. No. 202405.
77. J.D.H. Rivero and L. Ge. Pseudochirality: A Manifestation of Noether's Theorem in Non-Hermitian Systems // *Phys. Rev. Lett.* 2020. Vol. 125. No. 083902.
78. K.-W. Moon, B.S. Chun, W. Kim et al. Duffing oscillation-induced reversal of magnetic vortex core by a resonant perpendicular magnetic field // *Sci. Rep.* 2014. Vol. 4. No. 6170.
79. Slavin A., Tiberkevich V. Nonlinear auto-oscillator theory of microwave generation by spin-polarized current. *IEEE Trans. Magn.* 2009. Vol. 45, No. 4. Pp. 1875-1918.
80. Slavin A., Tiberkevich V. Excitation of Spin Waves by Spin-Polarized Current in Magnetic Nano-Structures // *IEEE Trans.* 2008. Vol. 44, No. 7. Pp. 1916-1927.
81. Elyasi M., Bhatia C. S., Yang H. S. Synchronization of spin-transfer torque oscillators by spin pumping, inverse spin hall, and spin hall effects // *J. Appl. Phys.* 2015. Vol. 117(6), 063907.
82. Zahedinejad M. et al. Two-dimensional mutually synchronized spin Hall nano oscillator arrays for neuromorphic computing. *Nat. Nanotechnol.* 2020. Vol. 15(1), 47–52.
83. Slavin A. N., Tiberkevich V. S. Theory of mutual phase locking of spin-torque nanosized oscillators. *Phys. Rev. B.* 2006. Vol. 74, 104401.

84. A. D. Belanovsky, N. Locatelli, P. N. Skirdkov, F. Abreu Araujo, K. A. Zvezdin, J. Grollier, V. Cros, and A. K. Zvezdin. Numerical and analytical investigation of the synchronization of dipolarly coupled vortex spin-torque nano-oscillators. *Applied Physics Letters*, 103(12):122405, 2013.
85. H. Hodaei, A. U. Hassan, S. Wittek, H. Garcia-Gracia, R. El-Ganainy, D. N. Christodoulides, and M. Khajavikhan. Enhanced sensitivity at higher-order exceptional points. *Nature*, 548, 2017.

Приложение

Исходные уравнения для комплексных амплитуд спиновых волн выглядят следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}, \text{ где } \hat{M} = \begin{pmatrix} i\omega_0 + \gamma_1 & i\kappa \\ i\kappa & i\omega_0 + \gamma_2 \end{pmatrix}, i = \sqrt{-1},$$

ω_0 – собственные частоты, $\gamma_{1,2}$ – вносимые потери, κ – константа связи.

$$\text{Собственные векторы системы: } v_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{i\omega_0 + \gamma_{1,2} - \lambda_{1,2}}{i\kappa} \end{pmatrix}$$

1. **Система с особой точкой:** вносится равноценное усиление и затухание в виде $\gamma_{1,2} = \gamma_0 \mp \Delta$.

Уравнение для поиска собственных чисел: $\det|\hat{M} - \lambda\hat{I}| = 0$;

Решение уравнения: $\lambda_{1,2} = i\omega_0 + \gamma_0 \pm \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}$.

1.1. Вносимые потери меньше константы связи, $\Delta < \kappa$:

$$\lambda_{1,2} = \left(\omega_0 \pm \sqrt{\kappa^2 - \Delta^2} \right) + \gamma_0.$$

$$|v_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{i\omega_0 + \gamma_0 - \Delta - i\omega_0 - i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2} - \gamma_0}{i\kappa} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\Delta + i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{i\kappa} \end{pmatrix};$$

$$|v_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\Delta - i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{i\kappa} \end{pmatrix}.$$

Поиск скалярного произведения $\langle v_2 | v_1 \rangle$:

$$\langle v_1 | = \left(1 \quad \frac{\Delta + i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{i\kappa} \right), \quad \langle v_2 | = \left(1 \quad \frac{\Delta - i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{i\kappa} \right);$$

$$\langle v_1 | v_1 \rangle = 1 - \frac{2\Delta^2 + 2i\Delta\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{\kappa^2}, \quad \langle v_2 | v_2 \rangle = 1 - \frac{2\Delta^2 - 2i\Delta\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{\kappa^2}$$

скалярные произведения векторов на самих себя.

$$\text{В случае, когда } \kappa = \Delta, \quad \langle v_1 | v_1 \rangle = \langle v_2 | v_2 \rangle = 1 \mp \frac{\Delta^2}{\kappa^2} = 0.$$

$$\langle v_2 | v_1 \rangle = 1 + \frac{\Delta - i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{i\kappa} \cdot \frac{\Delta + i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{i\kappa} = 0.$$

Поиск скалярного произведения $\langle v_2^* | v_1 \rangle$:

$$\langle v_1 | = \left(1 \quad \frac{\Delta - i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{-i\kappa} \right), \quad \langle v_2 | = \left(1 \quad \frac{\Delta + i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{-i\kappa} \right);$$

$$\langle v_1 | v_1 \rangle = 1 + \frac{\Delta + i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{i\kappa} \cdot \frac{\Delta - i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{-i\kappa} = 2, \quad \langle v_2 | v_2 \rangle = 2;$$

$$\langle v_2 | v_1 \rangle = 1 + \frac{\Delta + i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{-i\kappa} \cdot \frac{\Delta + i\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{i\kappa} = \frac{2\Delta^2 + 2i\Delta\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{\kappa^2}.$$

$$c = \frac{\langle v_2 | v_1 \rangle}{\sqrt{\langle v_1 | v_1 \rangle \langle v_2 | v_2 \rangle}} = \frac{\Delta^2 + i\Delta\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{\kappa^2}; \quad \Delta = \kappa \Rightarrow c = 1.$$

1.2. Вносимые потери больше константы связи, $\Delta > \kappa$:

$$\lambda_{1,2} = i\omega_0 + \gamma_0 \pm \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}.$$

$$|v_1\rangle = \left(\begin{array}{c} 1 \\ -\frac{i\omega_0 + \gamma_0 - \Delta - i\omega_0 - \gamma_0 - \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{i\kappa} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} 1 \\ \frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{i\kappa} \end{array} \right);$$

$$|v_2\rangle = \left(\begin{array}{c} 1 \\ \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{i\kappa} \end{array} \right).$$

Поиск скалярного произведения $\langle v_2 | v_1 \rangle$ без сопряжения:

$$\langle v_1 | = \left(1 \quad \frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{i\kappa} \right), \quad \langle v_2 | = \left(1 \quad \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{i\kappa} \right);$$

$$\langle v_1 | v_1 \rangle = 1 + \frac{\left(\Delta + \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}\right)^2}{-\kappa^2} = 1 - \frac{2\Delta^2 - \kappa^2 + 2\Delta\sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{\kappa^2};$$

В случае, когда $\kappa = \Delta$, $\langle v_1 | v_1 \rangle = \langle v_2 | v_2 \rangle = 0$.

$$\langle v_2 | v_1 \rangle = 1 + \frac{\Delta - i\sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{i\kappa} \cdot \frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{i\kappa} = 0.$$

Поиск скалярного произведения $\langle v_2 | v_1 \rangle$:

$$\langle v_1 | = \left(1 \quad \frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{-i\kappa} \right), \quad \langle v_2 | = \left(1 \quad \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{-i\kappa} \right);$$

$$\langle v_1 | v_1 \rangle = 1 + \frac{\Delta + \left(\sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}\right)^2}{\kappa^2} = 2;$$

$$\langle v_2 | v_1 \rangle = 1 + \frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{-i\kappa} \cdot \frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 - \kappa^2}}{i\kappa} = 2.$$

$$c = \frac{\langle v_2 | v_1 \rangle}{\sqrt{\langle v_1 | v_1 \rangle \langle v_2 | v_2 \rangle}} = \frac{\Delta^2 + i\Delta\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{\kappa^2}; \quad \Delta = \kappa \Rightarrow c = 1.$$

1.3. Поиск модулей $\langle v_1 | v_1 \rangle$, $\langle v_2 | v_2 \rangle$:

$$\Delta < \kappa: \quad |\langle v_1 | v_1 \rangle| = \left| 2 - \frac{2\Delta^2 + 2i\Delta\sqrt{\kappa^2 - \Delta^2}}{\kappa^2} \right| = \frac{2}{\kappa} \sqrt{\kappa^2 - \Delta^2};$$

$$\Delta > \kappa: \quad |\langle v_1 | v_1 \rangle| = 2 \cdot \frac{\left| \kappa^2 - \Delta^2 + \Delta\sqrt{\Delta^2 - \kappa^2} \right|}{\kappa^2}.$$

$$\text{Примем } \tilde{\Delta} = \frac{\Delta}{\kappa}, \quad \begin{cases} \tilde{\Delta} < 1 \text{ до ОТ} \\ \tilde{\Delta} = 1 \text{ в ОТ} \\ \tilde{\Delta} > 1 \text{ после ОТ} \end{cases}$$

$|\langle v_1 | v_1 \rangle| = \tilde{c}$; получаем следующие выражения для \tilde{c} :

$$\begin{aligned}\tilde{\Delta} < 1 &\Rightarrow \tilde{c} = \sqrt{1 - \tilde{\Delta}^2}, \\ \tilde{\Delta} = 1 &\Rightarrow \tilde{c} = 0, \\ \tilde{\Delta} > 1 &\Rightarrow \tilde{c} = \left| 1 - \tilde{\Delta}^2 + \tilde{\Delta} \sqrt{\tilde{\Delta}^2 - 1} \right|.\end{aligned}$$

2. Система с компенсацией потерь в обеих структурах: $\gamma_{1,2} = \gamma_0 - \Delta$.

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} i\omega_0 + \gamma & i\kappa \\ i\kappa & i\omega_0 + \gamma \end{pmatrix}.$$

Уравнение для поиска собственных чисел: $\det|\hat{M} - \lambda\hat{I}| = 0$;

Решение уравнения: $\lambda_{1,2} = i(\omega_0 \pm \kappa) + \gamma$.

$$|v_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{i\omega_0 + \gamma - \lambda_1}{i\kappa} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \langle v_1| = (1 \quad 1);$$

$$|v_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \langle v_2| = (1 \quad -1);$$

$$\langle v_1|v_1\rangle = \langle v_2|v_2\rangle = 2.$$

Выводы:

1. В системе с вносимыми усилением и затуханием, равными по модулю, в случае, когда скалярное произведение определяется без комплексного сопряжения, в особой точке собственные векторы становятся неортогональными;

2. В системе с асимметричным усилением в случае, когда скалярное произведение определяется с комплексным сопряжением, в особой точке собственные векторы сохраняют ортогональность;

3. В системе, где компенсируются потери в обеих структурах, собственные векторы всегда сохраняют ортогональность.

Список публикаций

По теме работы опубликовано 6 статей, в том числе 5 в изданиях, индексируемых наукометрическими базами данных Web of Science и Scopus и 1 в изданиях из перечня ВАК:

[A1] **Темная О.С.**, Safin A.R., Kalyabin D.V., and Nikitov S.A. Parity-Time Symmetry in Planar Coupled Magnonic Heterostructures // **Physical Review Applied**. – 2022. Vol. 18. No. 014003.

[A2] **Темная О.С.**, Сафин А.Р., Кравченко Д.В., Никитов С.А. Влияние нелинейности на особую точку в системе связанных осцилляторов Дуффинга // **Радиотехника и Электроника**. – 2023. Т. 68. № 9. С. 893-896.

[A3] **О. Темная**, S. Nikitov. Non-Isochronous Exceptional Point Shift in Coupled Spin-Torque Nano-Oscillators // **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**. – 2024. V. 598, 171999.

[A4] **Темная О.С.**, Никитов С.А. Влияние спинового эффекта Холла на резонансную частоту и магнитную восприимчивость магنونного нановолновода // **Письма в Журнал Экспериментальной и Технической Физики**. 2024. – Т. 120, вып. 10, с. 781-784.

[A5] **Темная О.С.**, Никитов С.А. Перекачка энергии между связанными планарными магنونными волноводами вблизи особой точки // **Письма в Журнал Экспериментальной и Технической Физики**. 2024. – Т. 120, вып. 2, с. 125-129.

[A6] **Темная О.С.**, Никитов С.А. РТ-симметричные планарные связанные гетероструктуры ферромагнетик/нормальный металл // **Нелинейный мир**. – 2022. Т.20. №2. С. 43-47.

Список тезисов докладов автора, опубликованных в материалах конференций:

[A7] **Темная О.С.**, Kalyabin D.V., Nikitov S.A. Dynamics of an exceptional point in a system of two coupled magnetic waveguides // International Conference “Functional Materials”: Book of Abstracts. – 2021. P. 110.

[A8] **Темная О.С.**, Safin A.R., Kalyabin D.V., and Nikitov S.A. Nonlinear limitation of resonance frequency growth of spin waves in exceptional points // VIII Euro-Asian Symposium “Trends in MAGnetism”: Book of Abstracts. – 2022. P 214.

[A9] **Темная О.С.**, Калябин Д.В., Никитов С.А. Управление динамикой особой точки в структуре ферромагнитный диэлектрик/нормальный металл // Труды 64-й Всероссийской научной конференции МФТИ. – 2023. С. 205-206.

[A10] **Темная О.С.**, Никитов С.А. Влияние спинового эффекта Холла на резонансную частоту и магнитную восприимчивость магнетонного нановолновода // Тезисы научной школы "Нелинейные волны-2024". – 2024. стр. 259-260.