

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»

На правах рукописи

СТРОКОВ ВИТАЛИЙ ИГОРЕВИЧ



РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ
РАДИОЛОКАЦИИ

01.04.03 – Радиофизика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., профессор

Пахотин Валерий Анатольевич

Калининград

2016

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Теоретические основы оптимальной обработки сложных сигналов	11
§1.1. Представление сложных сигналов в линейном пространстве	11
§1.2. Основы теории оптимального приема	17
§1.3. Задача обнаружения сложных сигналов с предварительной корреляционной обработкой и с оценкой дисперсии шума в принятом сообщении	21
§1.4. Оценка параметров сложных сигналов	28
§1.5. Задача разрешения сложных сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия в области их неортогональности	34
§1.6. Рабочая область при решении задачи разрешения подобных сигналов	40
§1.7. Адаптивная фильтрация сложных сигналов на фоне неортогональных по отношению к сигналу помех.....	42
§1.8. Особенности адаптивной фильтрации сложных сигналов на фоне импульсных помех	48
§1.9. Методы оптимизации по времени алгоритмов поиска глобального минимума функционала правдоподобия при обработке сложных сигналов	50
1.9.1 Решение задачи минимизации функционала правдоподобия, основанное на применении глобальной оптимизации	50
1.9.2. Решение задачи минимизации функционала правдоподобия, основанное на применении технологии CUDA	53
§1.10. Обработка сложных сигналов с учетом поляризационной структуры.....	58
1.10.1. Основные теоретические представления	58
1.10.2. Метод поляризационного разрешения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями	62
Глава 2. Результаты модельных исследований возможностей обработки сигналов с большой базой.....	66
§2.1. Потенциальные возможности решения задачи обнаружения сигналов на основе M-последовательностей с предварительной корреляционной обработкой и с оценкой дисперсии шума в принятом сообщении.....	66
§2.2. Статистика оценок параметров сложных сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия.....	71
§2.3. Статистика оценок параметров ЛЧМ-сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия.....	76

§2.4. Разрешение сигналов, модулированных М-последовательностью на основе преобразованного функционала правдоподобия.....	79
§2.5. Разрешение ЛЧМ-сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия	88
§2.6. Модельные исследования алгоритма адаптивной фильтрации сложных сигналов на фоне неортогональных по отношению к сигналу помех.....	93
§2.7. Тестирование методов оптимизации по времени алгоритмов поиска глобального минимума функционала правдоподобия при обработке сложных сигналов	105
2.7.1. Тестирование алгоритма, основанного на применении глобальной оптимизации.....	105
2.7.2. Тестирование алгоритма, основанного на применении технологии CUDA.....	109
§2.8. Тестирование алгоритма поляризационного разрешения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями	111
Глава 3. Экспериментальные исследования разработанных алгоритмов цифровой обработки сложных сигналов.....	119
§3.1. Описание комплекса аппаратуры для экспериментальных исследований возможностей обработки сложных сигналов при вертикальном зондировании ионосферы	119
§3.2. Адаптивная фильтрация сложных сигналов на фоне неортогональных по отношению к сигналу помех при вертикальном зондировании ионосферы	125
§3.3. Разрешение магнитоионных компонент при вертикальном зондировании ионосферы	134
§3.4. Поляризационное разрешение сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями при вертикальном зондировании ионосферы	138
Заключение	143
Список литературы	145
Список публикаций автора.....	150
Приложение А. Разработанное устройство разделения сложных сигналов в области неортогональности на основе ПЛИС	153

Введение

Актуальность темы исследования. В настоящее время существующий прогресс в области микроэлектроники и вычислительной техники позволяет реализовывать алгоритмы обработки практически любой степени сложности. Однако методы обработки сигналов, основой которых являются спектральный и корреляционный анализ, уже не соответствует уровню возможностей современной микроэлектроники. В связи с этим исследования, результатом которых являются новые алгоритмы обработки информации, являются актуальными и перспективными. В них решается одна из основных задач настоящего времени – создание и развитие новых технологий, обеспечивающих прием, обработку и передачу потоков информации на современном уровне.

Наиболее последовательно и полно вопросы обработки узкополосных одиночных сигналов излагаются в теории оптимального приема. Она базируется на работах В. А. Котельникова, Н. Винера, А. Н. Колмогорова, Р. Л. Стратоновича, А. Вальда [23, 44, 45, 7, 8]. Ее основы хорошо изложены в работах В. И. Тихонова, А. П. Трифонова, А. И. Перова и др. [46, 47, 48, 49 – 53, 32]. В теории оптимального приема решаются задачи обнаружения, различения, оценки параметров, разрешения, фильтрации сигналов. Однако существуют недостатки в решении указанных задач. Так задача обнаружения сигнала решается, в основном, при полностью известных параметрах сигнала и дисперсии шума. Неизвестным является лишь факт наличия сигнала в принятом сообщении. В связи с этим решение является теоретическим и его сложно использовать в комплексах аппаратуры. Задача оценки параметров двух и более сигналов решается в современных комплексах аппаратуры лишь в области их ортогональности, когда корреляционные или спектральные максимумы удовлетворяют критерию Релея. Задача разрешения подобных сигналов в комплексах аппаратуры решается, в основном, на основании функции неопределенности. Задача фильтрации сигналов в существующих комплексах аппаратуры также решается лишь в области их ортогональности. Согласованные, оптимальные фильтры, реализованные в цифровом или аналоговом виде, не в состоянии разделить неортогональные сигналы.

Разрешающая способность, согласно подавляющему количеству источников /А. И. Перов, Я. Д. Ширман и др./ [32, 62, 63] в системах локации, пеленгации, навигации, системах спектроскопии всех видов определяется размером функции неопределенности (тела неопределенности). Анализ показывает, что функция неопределенности это, по существу, нормированная многопараметрическая функция корреляции сигнала. Она представляет собой обобщение известного критерия Релея на случай, когда функция корреляции зависит от многих параметров. Ширина основного лепестка корреляционной функции сигнала по какому

– либо параметру зависит от временной, частотной или пространственной базы сигнала. В результате разрешающая способность существующих комплексов аппаратуры, определенная в соответствии с функцией неопределенности, имеет ограничение типа ограничения Релея. По существу, это ограничение разделяет сигналы в комплексах аппаратуры на ортогональные, когда сечения функции неопределенности двух сигналов не перекрываются и неортогональные, когда сечения функции неопределенности двух сигналов перекрываются /А. И. Перов/ [32].

В настоящее время подавляющее количество разработок теоретического или прикладного характера связано с областью ортогональности сигналов, с релейским разрешением сигналов.

Так, например, авторы П. А. Бакулев и А. А. Сосновский [2] рассматривают вопросы разрешения целей с позиции ортогональности сигналов, т.е. с позиции релейского разрешения, В. И. Меркулов, А. И. Канащенков, А. И. Перов [19, 20] рассматривают разрешение целей на основе тела неопределенности. У В. И. Тихонова [46] как и у А. И. Перова [32] вопросы разрешения рассматриваются с точки зрения размеров функции неопределенности. Автором Ю.А. Громаковым и др. [14] рассмотрены вопросы теории больших систем (многопозиционных РЛС). Авторы при изложении материала находятся на позиции классической (релейской) теории разрешения. Несмотря на значительное развитие технологии цифровых фильтров, они не в состоянии решить задачу фильтрации сигналов с частично совпадающими спектрами (с частично совпадающими корреляционными функциями), т.е. задачу фильтрации неортогональных сигналов.

К настоящему времени накоплено много информации, которая указывает на возможность получения решения статистических задач в радиотехнике в области неортогональных сигналов. Так, например, С. Л. Марплом (мл) [30] представлены методы сверхразрешения: «Прони», предсказаний, «Music», «Писаренко», «авторегрессионный», «скользящего среднего», «метод максимальной энтропии», «метод минимальной дисперсии». Они основаны на разностном уравнении, и решение статистических задач связано с плохо обусловленной матрицей данных или корреляционной матрицей данных. Однако они обеспечивают в области частотной спектроскопии лучшее разрешение, чем спектральный анализ. Областью их работы является высокое отношение сигнал/шум. Разностное уравнение является основой при создании таких фильтров как фильтры Винера, фильтры Калмана.

В работе К. Хелстрема [57] впервые рассматривается возможность получения решения статистических задач радиотехники в области неортогональности двух или более сигналов, т.е. при коэффициенте корреляции двух сигналов не равном нулю.

В работах С. А. Климова, В. В. Абраменкова [21, 1] представлено экспериментальное доказательство сверхразрешения в области локации. В работах В. И. Слюсара [37, 38, 39, 42] показана возможность создания систем связи на неортогональных сигналах.

В работах БФУ им. И. Канта исследованы возможности обработки неортогональных сигналов в области спектроскопии, в области локации, в области пеленгации, в оптических системах [10, 29, 35].

Все эти работы дают существенную теоретическую основу для разработок комплексов аппаратуры, эффективность обработки сигналов в которых более высокая.

В настоящее время можно отметить переход от простых сигналов к сигналам с внутриимпульсной модуляцией: сигналы на основе кодов Баркера, сигналы с линейно изменяющейся частотой (ЛЧМ-сигналы), сигналы на основе М-последовательностей. Основным преимуществом сложных сигналов является существенное понижение мощности при сохранении энергии сигнала и возможность получения высокого разрешения. Основной обработкой сложных сигналов является корреляционная обработка. В этом случае ширина корреляционной функции определяется длительностью одной позиции в сигналах на основе кодов Баркера или девиацией частоты в ЛЧМ-сигналах. Однако вопросы обработки сложных сигналов на основе положений теории оптимального приема разработаны недостаточно. Особенно это касается области неортогональности сложных сигналов. Это является проблемой в решении задачи дальнейшего совершенствования радиотехнических комплексов аппаратуры.

Использование поляризационных антенных систем для приема сложных сигналов открывает дополнительные возможности обработки. Так вопросы разрешения двух или более сложных сигналов могут быть решены на основе их различий по поляризации. В настоящее время известны методы поляризационного разрешения при приеме сигналов с линейными ортогональными поляризациями, существует способ разделения циркулярно-поляризованных волн [71], однако вопросы разрешения сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями требуют своего решения.

Основной **целью** настоящей работы является развитие положений теории и методов обработки сложных сигналов применительно к системам радиолокации.

Для достижения поставленных целей были решены следующие **задачи**:

1. Решение задачи обнаружения сложных сигналов с предварительной корреляционной обработкой и с оценкой дисперсии шума в принятом сообщении.
2. Решение задачи разрешения и задачи оценки параметров сложных сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия в области их неортогональности.

3. Разработка методов адаптивной фильтрации сложных сигналов на фоне неортогональных по отношению к сигналу помех.
4. Разработка метода поляризационного разрешения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями.
5. Разработка методов оптимизации по времени алгоритмов поиска глобального минимума функционала правдоподобия при обработке сложных сигналов.

Научная новизна и практическая значимость работы. В диссертационной работе автором получены следующие новые научные результаты:

1. Метод решения задачи обнаружения сложного сигнала с предварительной корреляционной обработкой и оценкой дисперсии шума в принятой реализации.
2. Технология преобразования функционала правдоподобия для решения статистических задач радиотехники в области неортогональности сложных сигналов.
3. Метод решения задачи оценки параметров и задачи разрешения сложных сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия.
4. Получена оценка рабочей области решения задачи разрешения сложных сигналов. Для двух сигналов она определяется диапазоном изменений модуля коэффициента корреляции от 0 до 0.9.
5. Технология адаптивной фильтрации сложного сигнала на фоне неортогональных помех.
6. Метод поляризационного разрешения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями.
7. Методы быстрой минимизации функционалов правдоподобия, существенно увеличивающие быстродействие предложенных алгоритмов.

Практическую ценность работы представляют разработанные методы, алгоритмы и технологии решения задач статистической радиотехники. Основными являются следующие.

1. Технология преобразования функционала правдоподобия для решения задач разрешения и оценки параметров сложных сигналов в области их неортогональности.
2. Метод адаптивной фильтрации сложных сигналов на фоне импульсных и сосредоточенных помех.
3. Метод поляризационного разделения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями;
4. Быстрые алгоритмы поиска минимума поверхности преобразованных функционалов правдоподобия при обработке сложных сигналов.
5. Метод оценки дисперсии шума в принятом сообщении.
6. Метод оценки рабочей области при решении задачи разрешения сложных сигналов.

Положения, выносимые на защиту:

1. Технология решения задачи оценки параметров и задачи разрешения двух или более сложных сигналов в области их неортогональности.
2. Технология решения задачи фильтрации сложного сигнала на фоне неортогональной по отношению к сигналу помехи.
3. Метод решения задачи обнаружения сложного сигнала с предварительной корреляционной обработкой и оценкой дисперсии шума в принятой реализации.
4. Метод поляризационного разрешения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями.
5. Методы оптимизации алгоритмов поиска экстремума поверхности преобразованного функционала правдоподобия по времени работы.
6. Результаты модельных исследований потенциальных возможностей разработанных методов обработки сложных сигналов.
7. Результаты экспериментальных исследований достижимых возможностей разработанных методов обработки сложных сигналов.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность представленных в диссертации результатов определяется корректным применением математических методов, сходимостью основных выражений, полученных для области неортогональности сложных сигналов, к частному случаю обработки ортогональных сигналов, подтверждением основных положений теории результатами модельных расчетов, подтверждением основных положений теории результатами экспериментальных исследований. Полученные результаты признаны научной общественностью при обсуждениях на международных научных конференциях и подтверждены положительными рецензиями опубликованных статей в научных журналах.

Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на XII, XIII и XIV научно–практических конференциях «Межвузовская научно–техническая конференция аспирантов, докторантов, соискателей и магистров» (Калининград, БГАРФ, 2012 – 2014); XV, XVI, XVII, XVIII международных конференциях «Цифровая обработка сигналов и ее применение (DSPA)» (Москва, 2013 – 2016); XIX, XX, XXI научно–технических конференциях «Радиолокация, навигация, связь», (Воронеж, 2013 – 2015).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 26 научных работ, из них 5 статей в журналах, входящих в Перечень российских рецензируемых изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 4 свидетельства об официальной регистрации программ для ЭВМ, 13 работ в трудах международных конференций и 4 работы на конференциях местного уровня. Общий объем, опубликованных по теме диссертации работ, составил около 150 мп. страниц.

Личный вклад. Автор принимал непосредственное участие в проработке теоретических положений, разработке алгоритмов цифровой обработки сложных сигналов, проведении их натуральных и модельных испытаний.

1. Постановка решаемых задач определялась совместно научным руководителем и соискателем.
2. Получаемые теоретические, модельные и экспериментальные результаты обсуждались соискателем совместно с научным руководителем.
3. Вывод основных выражений, проведение модельных исследований, проведение экспериментальных исследований проводились соискателем.
4. Соискателем предложены и реализованы методы оптимизации алгоритмов поиска экстремума поверхности преобразованного функционала правдоподобия по времени работы, адаптивной фильтрации сложных сигналов на фоне неортогональных по отношению к сигналу помех.
5. Подготовка и публикация научных работ проводилась соискателем.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка используемой литературы и одного приложения. Работа изложена на 160 страницах и включает 6 таблиц и 125 рисунков.

Во **введении** раскрывается актуальность выбранной темы, определяются цели, задачи, раскрывается научная новизна, теоретическая и практическая значимость и формулируются основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту.

Первая глава состоит из 10 параграфов, в ней изложены вопросы, касающиеся развития теории и методов обработки сложных сигналов (сигналы на основе M – последовательностей, сигналы с линейно меняющейся частотой (ЛЧМ – сигналы), сигналы на основе кодов Баркера). Рассмотрены следующие вопросы: обнаружение сложных сигналов, оценка параметров сложных сигналов в области их неортогональности, адаптивная фильтрация на фоне неортогональных помех, поляризационное разрешение сложных сигналов. Так же рассмотрены вопросы быстродействия получаемых алгоритмов и способы ускорения счета.

Вторая глава состоит из 8 параграфов, в ней представлены основные результаты модельных исследований возможностей алгоритмов обработки сложных сигналов, разработанных в первой главе.

Третья глава состоит из 4 параграфов, в ней представлены результаты экспериментальных исследований возможностей обработки сложных сигналов по предлагаемой технологии.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы.

В **приложении** описывается разработанное устройство разделения сложных сигналов в области неортогональности на основе ПЛИС, функционирующее на основе алгоритма сверхразрешения, представленного в диссертации.

Глава 1. Теоретические основы оптимальной обработки сложных сигналов

§1.1. Представление сложных сигналов в линейном пространстве

Линейное пространство сигналов [4] позволяет с геометрической точки зрения представить процесс обработки сигналов и, в конечном счете, создавать унифицированные алгоритмы обработки.

Рассмотрим основные элементы обработки сложных сигналов. Термин «сложные сигналы» определяет сигналы с большой частотной или временной базой: сигналы на основе кодов Баркера, сигналы с линейно изменяющейся частотой (ЛЧМ-сигналы), сигналы на основе M-последовательностей.

Запишем сложный сигнал в общем виде

$$\hat{S}(\bar{\lambda}, t) = \hat{U}_0 e^{i\omega_0(t-t_0)} \mu(t-t_0), \quad (1.1.1)$$

где \hat{U}_0 – комплексная амплитуда сигнала, ω_0 – круговая частота, t_0 – время прихода сигнала, $\mu(t-t_0)$ – модулирующая функция, $\bar{\lambda}$ – вектор параметров сигнала (включает параметры \hat{U}_0 , ω_0 и t_0). Здесь и далее длительность сложного сигнала будет принята равной T (также включается в $\bar{\lambda}$). Символ « $\hat{}$ » указывает на комплексность сигналов и параметров.

Для сигналов на основе M-последовательностей (кодов Баркера) модулирующая функция $\mu(t-t_0)$ представляет собой совокупность положительных и отрицательных видеоимпульсов единичной амплитуды с длительностью τ_{II} в соответствии с кодовой комбинацией (таблицей кодов Баркера). Для ЛЧМ-сигналов модулирующая функция представляет собой зависимость

$$\mu(t-t_0) = e^{iA(t-t_0)^2}, \quad (1.1.2)$$

где $A = \frac{(\omega_k - \omega_0)}{2T}$, ω_k – конечная круговая частота, ω_0 – начальная круговая частота.

При интегрировании по времени квадрата модуля сигнала (1.1.1) временная зависимость исчезает, остается зависимость только от вектора параметров $\bar{\lambda}$, что и отражает выражение для энергии сигнала (1.1.3).

$$E(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt = \int_0^T |\hat{U}_0 e^{i\omega_0(t-t_0)} \mu(t-t_0)|^2 dt = |\hat{U}_0|^2 T, \quad (1.1.3)$$

где учтено что $|\mu(t)|^2 = 1$.

Квадратный корень из энергии сигнала определяет норму в линейном пространстве сигналов

$$\|\hat{S}(\bar{\lambda}, t)\| = \sqrt{E(\bar{\lambda})}. \quad (1.1.4)$$

Норма сигнала определяет длину вектора сигнала $\bar{S}(\bar{\lambda})$ в линейном пространстве. В зависимости от параметров $\bar{\lambda}$ этот вектор может изменять свою длину и направление в этом пространстве. Энергетические параметры сигнала $\bar{S}(\bar{\lambda})$ такие как амплитуда и длительность увеличивают энергию сигнала, а, следовательно, и длину вектора сигнала. Неэнергетические параметры сигнала, такие как частота, время прихода и начальная фаза меняют направление вектора сигнала $\bar{S}(\bar{\lambda})$ в линейном пространстве. Угловое различие $\Delta\alpha$ двух векторов сигналов $\bar{S}_1(\bar{\lambda})$ и $\bar{S}_2(\bar{\lambda})$ определяется с помощью скалярного произведения (1.1.5) («*» – оператор комплексного сопряжения)

$$e^{i\Delta\alpha(\Delta\bar{\lambda})} = \frac{(\hat{S}_1(\bar{\lambda}_1), \hat{S}_2^*(\bar{\lambda}_2))}{\|\hat{S}_1(\bar{\lambda}_1)\| \cdot \|\hat{S}_2^*(\bar{\lambda}_2)\|} = \hat{R}(\Delta\bar{\lambda}). \quad (1.1.5)$$

В радиотехнике [4] выражение (1.1.5) определено как корреляционная функция между двумя сигналами

$$\hat{R}(\Delta\bar{\lambda}) = \frac{\int_0^T \hat{S}_1(\bar{\lambda}_1, t) \hat{S}_2^*(\bar{\lambda}_2, t) dt}{\sqrt{\int_0^T |\hat{S}_1(\bar{\lambda}_1)|^2 dt \cdot \int_0^T |\hat{S}_2^*(\bar{\lambda}_2, t)|^2 dt}}. \quad (1.1.6)$$

Если сигналы подобны и изменяемым параметром является частота, тогда корреляционная функция сложных сигналов (1.1.5) или (1.1.6) определяется согласно выражению (1.1.7). Действительно,

$$\hat{R}(\Delta\omega) = \frac{\int_0^T \hat{U}_1 e^{i\omega_1 t} \mu(t) \hat{U}_2^* e^{-i\omega_2 t} \mu^*(t) dt}{\sqrt{\int_0^T |\hat{U}_1 e^{i\omega_1 t} \mu(t-t_1)|^2 dt \cdot \int_0^T |\hat{U}_2^* e^{-i\omega_2 t} \mu^*(t-t_2)|^2 dt}} = \frac{\sin\left(\frac{\Delta\omega T}{2}\right)}{\frac{\Delta\omega T}{2}} e^{i\Delta\varphi} e^{\frac{i\Delta\omega T}{2}}, \quad (1.1.7)$$

где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность начальных фаз, $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ – разность частот сложных сигналов.

В линейном пространстве сигналов алгоритм обработки в частотной области (1.1.7) можно пояснить с помощью рисунка 1.1.1.

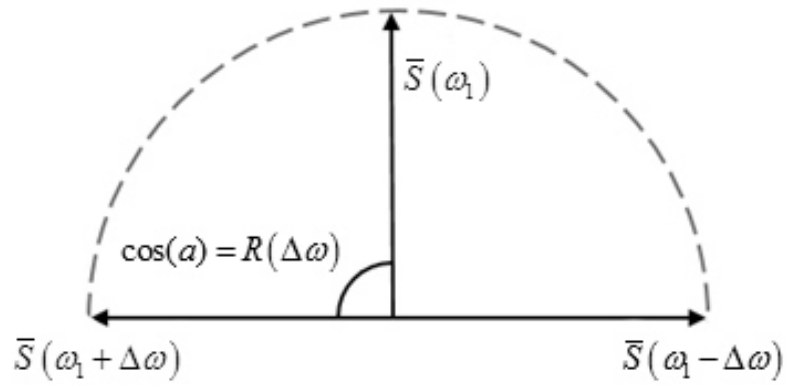


Рисунок 1.1.1 – Иллюстрация алгоритма обработки (1.1.7)

На рисунке 1.1.1 показан вектор сигнала $\bar{S}(\omega_1)$, положение которого определяется частотой ω_1 . Второй вектор $\bar{S}(\omega_1 + \Delta\omega)$ определяется частотой, отличной от частоты первого сигнала на $\Delta\omega$. Если $\Delta\omega = \pm \frac{2\pi}{T}$, тогда сигналы $\bar{S}(\omega_1)$ и $\bar{S}(\omega_1 + \Delta\omega)$ являются ортогональными, угол $\alpha = \pm 90^\circ$ и $\hat{R}(\Delta\omega) = 0$. При изменении $\Delta\omega$ от $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$ до $\Delta\omega = -\frac{2\pi}{T}$ вектор $\bar{S}(\omega_1 + \Delta\omega)$ поворачивается и при $\Delta\omega = 0$ занимает положение совпадающее с направлением вектора $\bar{S}(\omega_1)$. В этом случае $\alpha = 0^\circ$ и $\hat{R}(\Delta\omega) = 1$. Вследствие нормировки, амплитуды векторов $\bar{S}(\omega_1)$ и $\bar{S}(\omega_1 + \Delta\omega)$ можно считать равными единице. Начальные фазы векторов одинаковы, т.е. $\Delta\varphi = 0$.

Таким образом, обработка сложного сигнала в частотной области (1.1.7) в представлении линейного пространства сигналов заключается во вращении копии сигнала с единичной амплитудой относительно сигнала $\bar{S}(\omega_1)$ и вычислении угловой корреляционной зависимости от $\Delta\omega$: $\hat{R}(\Delta\omega)$ или $\cos(\alpha(\Delta\omega))$.

Если сигналы подобны и изменяемым параметром является время прихода, тогда корреляционные функции (1.1.5) или (1.1.6) определяют известную функцию корреляции. Действительно,

$$\hat{R}(\tau) = \frac{\int_{t_2}^{t_1+T} \hat{U}_1 e^{i\omega(t-t_1)} \mu(t-t_1) \cdot \hat{U}_2^* e^{-i\omega(t-t_2)} \mu^*(t-t_2) dt}{\sqrt{\int_{t_1}^{t_1+T} |\hat{U}_1 e^{i\omega(t-t_1)} \mu(t-t_1)|^2 dt \cdot \int_{t_2}^{t_2+T} |\hat{U}_2^* e^{-i\omega(t-t_2)} \mu^*(t-t_2)|^2 dt}}, \quad (1.1.8)$$

где $\tau = t_2 - t_1$, t_1 , t_2 – времена прихода первого и второго сигналов соответственно.

Вычисляя (1.1.8), получим следующее выражение для функции корреляции сложных сигналов

$$\hat{R}(\tau) = \frac{e^{i(\Delta\varphi + \omega\tau)} \int_{t_2}^{t_1+T} \mu(t-t_1) \cdot \mu^*(t-t_2) dt}{T}, \quad (1.1.9)$$

где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность начальных фаз двух сигналов.

В линейном пространстве алгоритм корреляционной обработки сложных сигналов представляется аналогично вышеприведенному и заключается во вращении копии вектора $\bar{S}(t_0 + \tau)$ с единичной амплитудой относительно вектора сигнала $\bar{S}(t_0)$ за счет изменения τ и получении функции $\hat{R}(\tau)$ (рисунок 1.1.2). Если $\hat{R}(\tau) = 0$, тогда векторы сигналов $\bar{S}(t_0)$ и $\bar{S}(t_0 + \tau)$ ортогональны и $\alpha = \pm 90^\circ$, если $\tau = 0$, тогда $\alpha(\tau = 0) = 0^\circ$ и $\hat{R}(\tau = 0) = 1$.

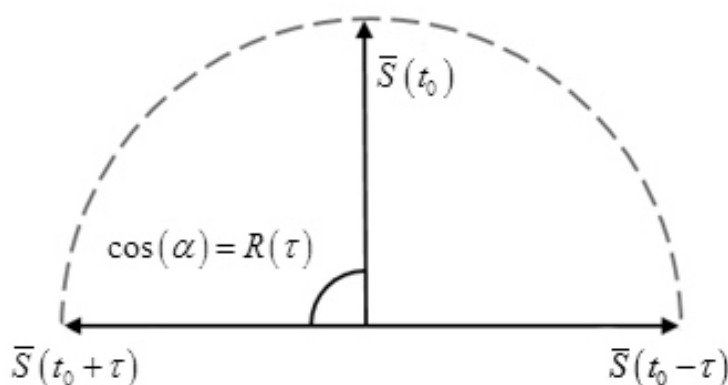


Рисунок 1.1.2 – Иллюстрация алгоритма корреляционной обработки сигналов (1.1.9)

На основании изложенного можно сделать два заключения:

1. При использовании представлений линейного пространства обработка сигналов в спектральной и временной области идентична. Отличия заключаются лишь в варьируемых параметрах: $\Delta\omega$ или τ .
2. Переход от сигналов, как функций от времени, к сигналам в линейном пространстве является сильной формализацией. Вместо многообразия сигналов, представляющих собой функции от времени, рассматривается многообразие точек (векторов) в линейном векторном пространстве сигналов. Сложнейшие сигналы как функции от времени представляются в линейном пространстве сигналов обычными векторами, к которым возможно применение математического аппарата векторной алгебры.

На рисунке 1.1.3 показана действительная и мнимая составляющие корреляционной функции (1.1.9), а также огибающая в зависимости от $\tau = t_2 - t_1$ для 16-ти позиционной M-последовательности с кодом 0xc44b.

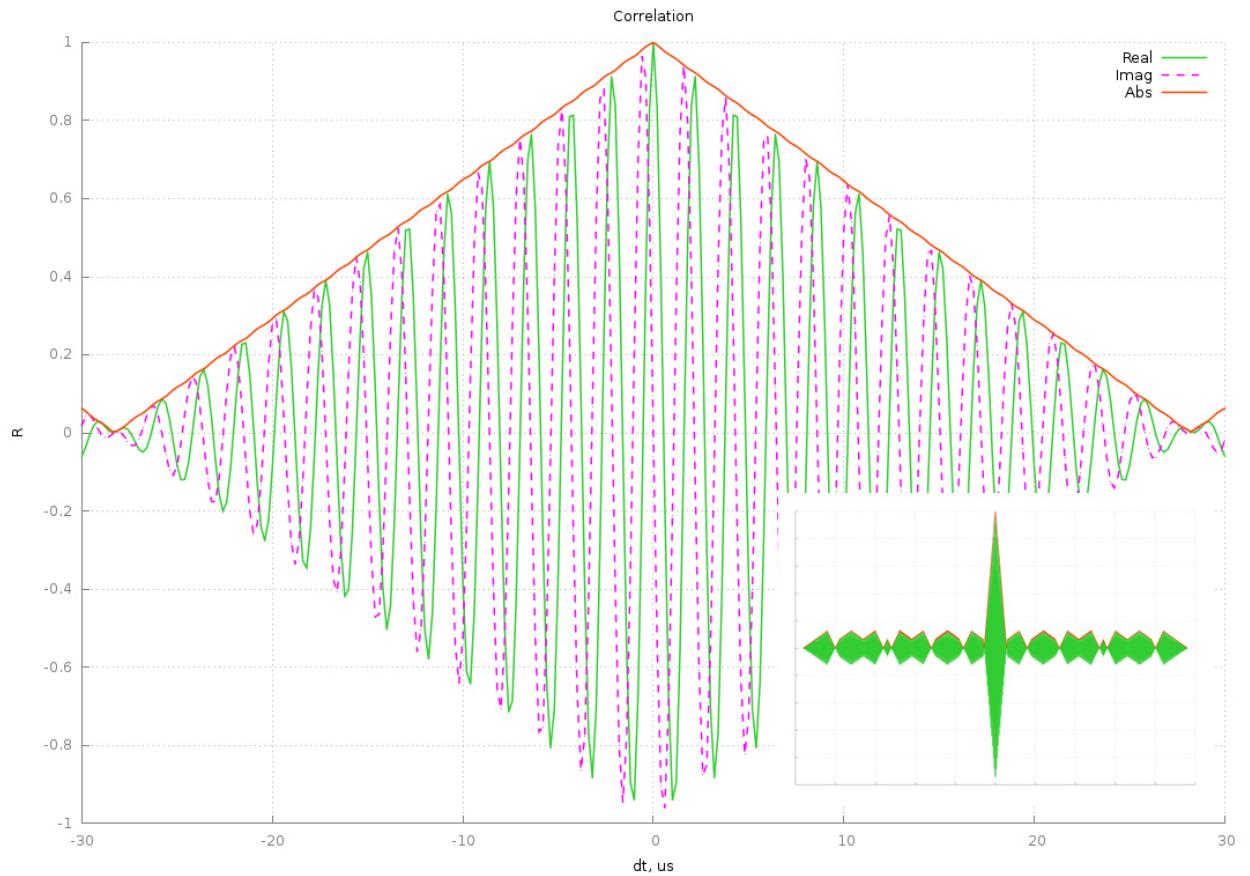


Рисунок 1.1.3 – Действительная и мнимая составляющие корреляционной функции М-последовательности (сплошная зеленая и розовая пунктирная линии соответственно), а также модуль корреляционной функции (оранжевая линия)

На рисунке 1.1.4 показана действительная и мнимая составляющие корреляционной функции ЛЧМ-сигнала, а также модуль корреляционной функции.

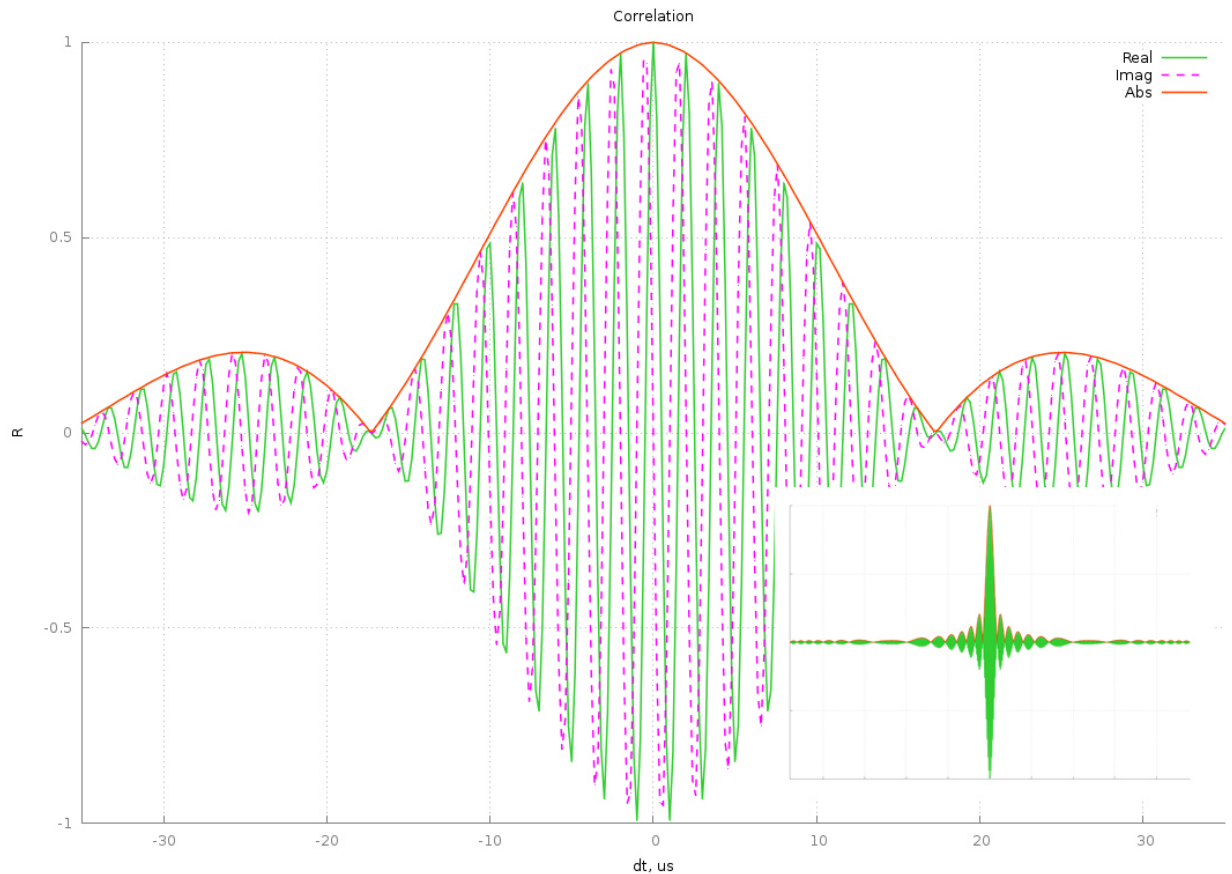


Рисунок 1.1.4 – Действительная и мнимая составляющие корреляционной функции ЛЧМ-сигнала (сплошная зеленая и розовая пунктирная линии соответственно), а также модуль корреляционной функции (оранжевая линия).

Ширина корреляционной функции сигналов на основе M -последовательностей или кодов Баркера определяется длительностью одной сигнальной позиции τ_{Π} . Длительность одной позиции определяет и ширину спектра сложного сигнала. В результате база сигнала будет равна

$$B = T\Delta f = \frac{T}{\tau_{\Pi}} = N,$$

где N – количество позиций M -последовательности или кодов Баркера.

Для ЛЧМ-сигнала ширина корреляционной функции зависит от девиации частоты:

$$\tau_{\Pi} = \frac{1}{(f_k - f_0)},$$

где f_k – конечная частота при $t = t_0 + T$, f_0 – начальная частота при $t = t_0$.

База ЛЧМ-сигнала равна

$$B = (f_k - f_0)T$$

и существенно превышает единицу.

База простых сигналов равна

$$B = T\Delta f_c = 1,$$

где Δf_c – ширина спектра ($\Delta f_c = \frac{1}{T}$).

Согласно представлениям линейного пространства сигналов, сложные сигналы являются векторами, длины которых постоянны и определяется энергией. Корреляционная функция сложных сигналов является многомерной и зависит от времени прихода, типа модулирующей последовательности, частоты и начальной фазы. Изменение всех этих параметров приводит к изменению корреляционной функции от -1 до 1 . В результате два сложных сигнала могут быть противоположными ($R = -1$), ортогональными ($R = 0$), неортогональными ($R \neq 0$). В настоящее время обработка совокупности сложных сигналов в основном проводится лишь в области их ортогональности с использованием критерия Релея. В данной же работе основное внимание обращено на обработку совокупности сложных сигналов в области их неортогональности.

§1.2. Основы теории оптимального приема

Теория оптимального приема сигналов в радиотехнических системах известна достаточно широко [26, 32, 46, 48, 57 и др.]. Она используется в настоящее время для решения двух основных задач: анализа эффективности и синтеза структуры сложных радиотехнических комплексов аппаратуры, работающих на основе волн различной природы. Основными задачами теории оптимального приема являются следующие:

- 1) задача обнаружения сигнала в принятом сообщении;
- 2) задача различения двух или нескольких сигналов;
- 3) задача оценки параметров сигнала, содержащегося в принятой реализации;
- 4) задача разрешения сигналов, находящихся в принятой реализации;
- 5) задача фильтрации принятого сообщения.

Эти задачи в том или ином виде решаются в любом радиотехническом комплексе аппаратуры.

Теория оптимального приема получила существенное развитие при переходе от аналоговых комплексов аппаратуры к цифровым, позволяющим создавать сложные, но более эффективные методы обработки сигналов.

Рассмотрим основы теории оптимального приема, необходимые для дальнейшего изложения, придерживаясь логики изложения [32, 46], добавляя при необходимости элементы представлений, развитые в линейном пространстве сигналов. В теории статистических

решений [46] рассматриваются два вектора параметров сигнала: оцениваемый вектор параметров $\bar{\lambda}'$ и вектор параметров $\bar{\lambda}$, содержащийся в принятом сообщении. Функция разности этих двух векторов определяет функцию потерь $C(\bar{\lambda}, \bar{\lambda}')$.

В радиотехнике, в теории оптимального приема, в основном, используются квадратичная функция потерь, определяемая выражением

$$C(\bar{\lambda}, \bar{\lambda}') = |\bar{\lambda} - \bar{\lambda}'|^2.$$

Функция потерь является случайной величиной, поэтому для получения решения она статистически усредняется с помощью двумерной плотности распределения $P(\bar{\lambda}, Y_0')$, где Y_0' – множество реализаций. Такая статистически усредненная функция потерь носит название «средний риск»

$$r(u) = \int \int C(\bar{\lambda}, u(Y_0')) P(\bar{\lambda}, Y_0') d\bar{\lambda} dY_0',$$

где $u(Y_0')$ – решающее правило, $P(\bar{\lambda}, Y_0')$ – совместная плотность вероятности случайной величины $\bar{\lambda}$ и случайной реализации Y_0' . Используя теорему Байеса [32], можно выделить внутренний интеграл, который носит название – апостериорный риск

$$r_{ps}(Y_0', u) = \int C(\bar{\lambda}, u(Y_0')) P(\bar{\lambda} | Y_0') d\bar{\lambda}.$$

Условная плотность распределения $p(\bar{\lambda} | Y_0')$ носит название апостериорной плотности распределения. Аналогично можно получить другой внутренний интеграл, который носит название – функция риска

$$\tilde{r}(\bar{\lambda}, u) = \int C(\bar{\lambda}, u(Y_0')) P(Y_0' | \bar{\lambda}) dY_0'.$$

Условная плотность распределения $P(Y_0' | \bar{\lambda})$ носит название функции правдоподобия $L(\bar{\lambda})$.

Для нахождения «оптимального» решения u_0 необходимо минимизировать средний риск по множеству решений. В результате можно записать

$$r(u_0) = \min_u \int \int C(\bar{\lambda}, u(Y_0')) P(\bar{\lambda}, Y_0') d\bar{\lambda} dY_0',$$

$$r_{ps}(Y_0', u_0) = \min_u \int C(\bar{\lambda}, u(Y_0')) P(\bar{\lambda} | Y_0') d\bar{\lambda},$$

$$\tilde{r}(\bar{\lambda}, u_0) = \min_u \int C(\bar{\lambda}, u(Y_0')) P(Y_0' | \bar{\lambda}) dY_0'.$$

Решение на основе апостериорного риска (на основе апостериорной плотности распределения) носит название байесовского решения. Если используется функция риска (функция правдоподобия), то решение носит название – решение методом максимального

правдоподобия. При наличии статистики вектора параметров $\bar{\lambda}$, как правило, используют байесовский подход к решению задач теории оптимального приема. Если априорной статистики вектора параметров $\bar{\lambda}$ нет или распределение равномерное, то используется метод максимального правдоподобия при решении задач теории оптимального приема. В настоящей работе для оценки параметров сигналов и при решении задачи обнаружения используется метод максимального правдоподобия.

В работах [32, 46] выводится выражение для функции правдоподобия в предположении, что шумовой процесс является стационарным, аддитивным, нормально распределенным со средним значением равным нулю и дисперсией σ^2 :

$$L(\bar{\lambda}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{N}{2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N \left| \hat{y}(t_n) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t_n) \right|^2 \right\}, \quad (1.2.1)$$

где $\hat{y}(t_n)$ – принятая реализация, сформированная сигнальными отсчётами в моменты времени t_n , $\hat{S}(\bar{\lambda}, t_n)$ – ожидаемый сигнал.

Удобно переписать выражение (1.2.1) в интегральном виде. В предположении, что отсчеты сигнала снимаются с дискретностью τ_k , равной интервалу корреляции шума, и при условии $T\Delta \gg 1$, где Δ – ширина энергетического спектра шума, который считается равномерным в полосе частот, можно приближенно представить (1.2.1) в виде

$$L(\bar{\lambda}) \cong \text{const} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2 \tau_k} \int_0^T \left| \hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t) \right|^2 dt \right). \quad (1.2.2)$$

В выражении (1.2.2) const определяется из условия нормировки функции правдоподобия и не влияет на результат решения задач теории оптимального приема.

Функция правдоподобия (1.2.2), являясь условной плотностью распределения, в максимуме определяет наиболее правдоподобные оценки параметров. В связи с этим, оценки параметров и оптимальные алгоритмы обработки сигналов находят из уравнений правдоподобия, полученных приравниванием дифференциала функции правдоподобия по искомому параметру к нулю

$$\left. \frac{\partial L(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}} \right|_{\bar{\lambda}=\bar{\lambda}'} = 0 \quad \text{или} \quad \left. \frac{\partial \ln L(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}} \right|_{\bar{\lambda}=\bar{\lambda}'} = 0. \quad (1.2.3)$$

Иногда удобно вместо $L(\bar{\lambda})$ рассматривать отношение правдоподобия, т.е.

нормированную функцию $\rho(\bar{\lambda}) = \frac{p(Y_0^T | \bar{\lambda})}{p(Y_0^T | S(t, \bar{\lambda}) = 0)}$, однако в данной работе такой переход

не используется, т.к. в данном случае теряется информация о шуме в принятой реализации.

Логарифм от функции (1.2.2) примет вид

$$\ln L(\bar{\lambda}) = \text{const} - \frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt. \quad (1.2.4)$$

Т.к. первое слагаемое в формуле (1.2.4) при решении уравнения (1.2.3) не влияет на результат, пренебрежем этим слагаемым и будем считать, что

$$\ln L(\bar{\lambda}) = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(\bar{\lambda}, t)|^2 dt. \quad (1.2.5)$$

Опять же мультипликативный множитель перед интегралом не зависит от оцениваемых параметров сигнала $\bar{\lambda}$, поэтому в качестве основополагающей функции для оценок параметров примем функционал правдоподобия (1.2.6):

$$\tilde{L}(\bar{\lambda}) = \int_0^T |\hat{y}(t) - \hat{S}(t, \bar{\lambda})|^2 dt. \quad (1.2.6)$$

Решая уравнения (1.2.3) относительно $\tilde{L}(\bar{\lambda})$ получим оценку вектора параметров сигнала $\bar{\lambda}'$ совпадающую с оценкой, получаемой при использовании функции правдоподобия (1.2.2).

В линейном векторном пространстве можно представить три вектора: вектор принятого сообщения \bar{y} , вектор копии сигнала, характеризующийся вектором оцениваемых параметров $\bar{\lambda}'$, вектор разности $\bar{d} = \bar{y} - S(\bar{\lambda}')$ (рис 1.2.1).

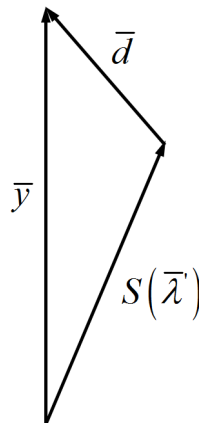


Рисунок 1.2.1 – Взаимное расположение векторов \bar{y} , $S(\bar{\lambda}')$, $\bar{d} = \bar{y} - S(\bar{\lambda}')$ в линейном векторном пространстве сигналов

В настоящей работе обращается внимание на необходимость учета как вектора $S(\bar{\lambda}')$, так и вектора \bar{d} при решении задач обработки сигналов, что является ее отличительной особенностью.

Так на основе вектора $S(\bar{\lambda}')$ реализуется корреляционный (1.1.7) и спектральный анализ (1.1.9), в то время как вектор \bar{d} определяет функцию правдоподобия (1.2.6). Если $\bar{\lambda}' = \bar{\lambda}$, то вектор $S(\bar{\lambda}')$ коллинеарен вектору \bar{y} , а вектор \bar{d} определяет дисперсию шума в принятой реализации, что дает возможность ее оценки. Следовательно, появляется возможность решения задачи обнаружения сигнала с учетом информации, приносимой вектором \bar{d} . Так же учет вектора \bar{d} при решении задач оптимального приема позволяет снять релейское ограничение разрешения подобных сигналов.

§1.3. Задача обнаружения сложных сигналов с предварительной корреляционной обработкой и с оценкой дисперсии шума в принятом сообщении

Традиционно задача обнаружения сложного сигнала решается методом максимального правдоподобия при сравнении статистик двух функций правдоподобия: при наличии в принятом сообщении сигнала и при его отсутствии в принятом сообщении. Задача решается при полностью известных параметрах сигнала, неизвестен лишь факт его наличия в принятой реализации. В результате решение задачи имеет теоретический характер, и его сложно использовать в комплексах аппаратуры. В литературе [27, 53] представлены методы решения задачи обнаружения сигнала при наличии случайных параметров. В этом случае рекомендуется проводить операцию усреднения функции правдоподобия по неизвестному параметру. Однако, часто параметры сигнала практически постоянны на интервале обработки и меняются лишь от одного принятого сообщения к другому. Существуют методы решения задачи обнаружения сигнала при наличии неизвестных параметров [49, 50, 51, 53] которые оперируют правдоподобными или квазиправдоподобными оценками неизвестных параметров и известным значением шума.

Рассмотрим иной подход к решению задачи обнаружения сложного сигнала. Сначала, согласно предлагаемой технологии, с помощью корреляционного или спектрального анализа принятое сообщение переводится в частотную или корреляционную область. В этом случае реализуются сигнальные и шумовые максимумы. Сигнальные максимумы позволяют оценить такие неизвестные параметры сигнала как амплитуда, начальная фаза, частота, время прихода. Оценка амплитуды дает возможность оценить энергию сигнала. Минимум функционала правдоподобия (1.2.6) позволяет оценить дисперсию шума в принятой реализации. В связи с линейностью преобразований при корреляционной или спектральной обработке квадратурные составляющие в любой точке принятого сообщения имеют нормальное распределение. Следовательно, сравнивая статистики функции корреляции (спектральной функции) при

наличии сигнала и при отсутствии сигнала можно получить вероятность обнаружения сигнала, вероятность пропуска цели, вероятность ложной тревоги. Оценки амплитуды в принятом сообщении по значению максимума корреляционной функции и оценки дисперсии шума по значению минимума функционала правдоподобия оказывается достаточно для решения задачи обнаружения сигнала. Пороговый уровень может быть установлен согласно критерию Неймана-Пирсона при фиксированном значении ложной тревоги по статистике функции корреляции при отсутствии сигнала в принятой реализации. Превышение максимумом функции корреляции установленного порогового уровня определяет вероятность обнаружения сигнала и вероятность пропуска цели. При увеличении амплитуды максимума корреляционной функции вероятность обнаружения сигнала увеличивается от 0.5 до 1. Вероятность пропуска цели уменьшается от 0.5 до нуля. При переходе к модулю корреляционной функции от квадратурных составляющих статистика шума преобразуется в статистику Рэлея, а статистика сигнала с шумом в статистику Райса. Однако метод решения остается прежним.

Рассмотрим данную технологию решения более подробно. Запишем принятое сообщение в виде квадратурных компонент

$$y(t) = \{A \cos(\omega(t-t_0)) + B \sin(\omega(t-t_0))\} \mu(t-t_0) + U_{ш}(t), \quad (1.3.1)$$

где $A = U_0 \cos(\varphi_0)$, $B = -U_0 \sin(\varphi_0)$ – амплитуды квадратурных компонент, U_0 , φ_0 , t_0 – амплитуда, фаза и время прихода сигнала, $\mu(t-t_0)$ – модулирующая функция сложного сигнала, $U_{ш}(t)$ – аддитивный нормальный шум со средним значением равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

На основании (1.3.1 и 1.2.5) запишем логарифм функции правдоподобия

$$\ln L(\bar{\lambda}') = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_t \left| y(t) - (A' \cos(\omega(t-t_0')) + B' \sin(\omega(t-t_0'))) \mu(t-t_0') \right|^2 dt, \quad (1.3.2)$$

где $\bar{\lambda}'$ – вектор параметров сигнала, содержащий следующие неизвестные значения: A' , B' , t_0' .

Учитывая, что функция правдоподобия является условной плотностью распределения, максимум которой определяет наиболее вероятные оценки параметров сигнала, продифференцируем (1.3.2) по A' и B' и приравняем дифференциал к нулю.

В результате получим систему

$$\begin{aligned}
& \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \cos(\omega(t-t_0)) \mu(t-t_0) dt = A' \int_{t_0}^{t_0+T} \cos^2(\omega(t-t_0)) \mu^2(t-t_0) dt + \\
& B' \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\omega(t-t_0)) \sin(\omega(t-t_0)) \mu^2(t-t_0) dt, \\
& \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \sin(\omega(t-t_0)) \mu(t-t_0) dt = B' \int_{t_0}^{t_0+T} \sin^2(\omega(t-t_0)) \mu^2(t-t_0) dt + \\
& A' \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\omega(t-t_0)) \sin(\omega(t-t_0)) \mu^2(t-t_0) dt.
\end{aligned} \tag{1.3.3}$$

Учитывая, что $\mu^2(t-t_0)=1$ в области $t \in t_0 \div t_0+T$ и ортогональность функций $\cos(\omega(t-t_0))$ и $\sin(\omega(t-t_0))$ для узкополосных сигналов, система (1.3.3) распадается на два уравнения, из которых следует

$$\begin{aligned}
A'(t_0) &\approx \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \cos(\omega(t-t_0)) \mu(t-t_0) dt, \\
B'(t_0) &\approx \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) \sin(\omega(t-t_0)) \mu(t-t_0) dt.
\end{aligned} \tag{1.3.4}$$

Решение (1.3.4) определяет корреляционный анализ квадратурных компонент сигнала. Структура корреляционной функции определяется операцией математического ожидания от A' и B'

$$\begin{aligned}
M(A'(t_0)) &\approx \frac{2A}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\omega(t-t_0)) \cos(\omega(t-t_0)) \mu(t-t_0) \mu(t-t_0) dt + \\
& \frac{2B}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \sin(\omega(t-t_0)) \cos(\omega(t-t_0)) \mu(t-t_0) \mu(t-t_0) dt, \\
M(B'(t_0)) &\approx \frac{2A}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos(\omega(t-t_0)) \sin(\omega(t-t_0)) \mu(t-t_0) \mu(t-t_0) dt + \\
& \frac{2B}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \sin(\omega(t-t_0)) \sin(\omega(t-t_0)) \mu(t-t_0) \mu(t-t_0) dt.
\end{aligned} \tag{1.3.5}$$

Они преобразуются в следующий вид:

$$M(A'(t_0)) \approx \frac{U_0}{T} \cos(\omega(t_0-t_0) + \varphi_0) \int_{t_0}^{t_0+T} \mu(t-t_0) \mu(t-t_0) dt, \tag{1.3.6}$$

$$M(B(t_0)) \approx -\frac{U_0}{T} \sin(\omega(t_0 - t_0) - \varphi_0) \int_{t_0}^{t_0+T} \mu(t - t_0) \mu(t - t_0) dt.$$

Модулирующие функции в (1.3.6) определяют вид огибающей корреляционной функции сложного сигнала. Функции $\cos(\omega(t_0 - t_0) + \varphi_0)$ и $\sin(\omega(t_0 - t_0) - \varphi_0)$ определяют высокочастотное заполнение корреляционных функций сложного сигнала. При $t_0 = t_0$ реализуется максимум модуля корреляционной функции, в котором

$$\begin{aligned} M(A)_{t_0=t_0} &= U_0 \cos(\varphi_0), \\ M(B)_{t_0=t_0} &= -U_0 \sin(\varphi_0). \end{aligned} \quad (1.3.7)$$

Следовательно максимум модуля корреляционной функции определяет несмещенную оценку амплитуды U_0 и фазы φ_0 сигнала.

При отсутствии сигнала на участке принятого сообщения, когда $y(t) = U_{ш}(t)$, выражения (1.3.4) определяют процесс фильтрации шума корреляционными фильтрами с импульсными характеристиками

$$\begin{aligned} h_A &= \frac{2}{T} \cos(\omega(t - t_0)) \mu(t - t_0), \\ h_B &= \frac{2}{T} \sin(\omega(t - t_0)) \mu(t - t_0). \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

Дисперсия шума на выходе этих фильтров определяется выражениями

$$D_A = D_B = M(|A|^2) = \frac{2\sigma^2}{N}, \quad (1.3.9)$$

где $N = \frac{T}{\tau_k}$ – количество некоррелированных отсчетов шума на интервале сигнала T .

Дисперсия шума квадратурных компонент при корреляционной обработке уменьшается в $\frac{N}{2}$ раз. Таким образом, выполняя корреляционную обработку принятого сообщения можно получить две зависимости $A(t_0)$ и $B(t_0)$, содержащие шумовые и сигнальные максимумы. Распределение этих зависимостей при любом значении t_0 является нормальным в связи с линейностью преобразования.

Математическое ожидание от $A(t_0)$ и $B(t_0)$ при t_0 , где нет сигнала равно нулю. Математическое ожидание от $A(t_0)$ и $B(t_0)$ в момент $t_0 = t_0$, где сигнал присутствует равно $M(A(t_0 = t_0)) = A = U_0 \cos(\varphi_0)$ и $M(B(t_0 = t_0)) = B = -U_0 \sin(\varphi_0)$.

В максимуме каждой квадратурной компоненты математическое ожидание от $A'(t'_0)$ или $B'(t'_0)$ будет равно $M(A'(t'_{0\max})) = U_0$ или $M(B'(t'_{0\max})) = U_0$.

Дисперсии случайных величин $A'(t'_0)$ и $B'(t'_0)$ при любом t'_0 равны $D_A = D_B = \frac{2\sigma^2}{N}$. При переходе от квадратурных компонент $A'(t'_0)$ и $B'(t'_0)$ к модулю

$$U'(t'_0) = \sqrt{[A'(t'_0)]^2 + [B'(t'_0)]^2} \quad (1.3.10)$$

изменяется плотность распределения случайной величины $U'(t'_0)$. Она будет распределена по закону Релея, если сигнал отсутствует и по закону Райса при наличии сигнала. Задача обнаружения сигнала может быть решена относительно любой из функций $A'(t'_0)$, $B'(t'_0)$ или $U'(t'_0)$.

Рассмотрим случай использования косинусной квадратурной компоненты для решения задачи обнаружения сигнала.

Плотности распределения случайной величины $q = A'(t'_0)$ в ее максимуме при наличии сигнала в принятом сообщении и при отсутствии сигнала в принятом сообщении будут соответственно иметь вид:

$$P_1(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_A}} \exp\left(-\frac{(q-U'_0)^2}{2D_A}\right), \quad (1.3.11)$$

$$P_2(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_A}} \exp\left(-\frac{q^2}{2D_A}\right),$$

где U'_0 – оцениваемое значение амплитуды сигнала.

Плотность распределения $P_2(q)$ связана только со статистикой шума. Используя критерий Неймана-Пирсона, установим вероятность ложной тревоги и зафиксируем ее на уровне C .

$$P_{л.т.} = C = \int_h^\infty P_2(q) dq = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_A}} \int_h^\infty \exp\left(-\frac{q^2}{2D_A}\right) dq = 1 - \Phi\left(\frac{h}{\sqrt{D_A}}\right), \quad (1.3.12)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ – интеграл вероятности.

Из выражения (1.3.12) легко выразить пороговый уровень, разделяющий распределения $P_1(q)$ и $P_2(q)$,

$$h = \sqrt{D_A} \Phi^{-1}(1-C) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sigma \Phi^{-1}(1-C), \quad (1.3.13)$$

где $\Phi^{-1}(x)$ – функция, обратная интегралу вероятности.

Для данного введенного порога (1.3.13) найдем вероятность обнаружения сигнала в случае определения его амплитуды значением U'_0 :

$$P_{обн.} = \int_h^{\infty} P_1(q) dq = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_A}} \int_h^{\infty} \exp\left(-\frac{(q-U'_0)^2}{2D_A}\right) dq = 1 - \Phi\left(\frac{h-U'_0}{\sqrt{D_A}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{h-U'_0}{\sigma\sqrt{2/N}}\right). \quad (1.3.14)$$

Таким образом, задача обнаружения сигнала оказывается решенной.

Если оценочное значение амплитуды сигнала U'_0 равно установленному порогу h , тогда вероятность обнаружения равна 0.5. Вероятность пропуска цели равна также 0.5. При увеличении U'_0 вероятность обнаружения возрастает и при $U'_0 = 2h$ будет равна

$$P_{обн.} = 1 - C, \quad (1.3.15)$$

причем, вероятность пропуска цели равна вероятности ложной тревоги.

Рассмотри вопрос о значении порогового уровня, разделяющего сигнальные и шумовые максимумы преобразованной реализации $q(t'_0) = U'(t'_0)$. Введенная величина $q(t'_0)$ является выходом оптимального приемника, в котором реализуется алгоритм обработки (1.3.10). Определим две вероятности распределения случайной величины $q(t'_0)$ в момент времени t'_0 , когда нет сигнала и когда сигнал присутствует в сообщении:

$$p_1(q) = \frac{q}{D_A} \exp\left(-\frac{q^2}{2D_A}\right), \quad (1.3.16)$$

$$p_2(q) = \frac{q}{D_A} \exp\left(-\frac{q^2 + \nu^2}{2D_A}\right) I_0\left(\frac{q\nu}{D_A}\right),$$

где $\nu = \sqrt{A(t'_0)^2 + B(t'_0)^2}$ – оцениваемое значение амплитуды сигнала.

Эти плотности распределения представлены на рисунке 1.3.1 в момент времени t_0 , когда реализуется максимум модуля корреляционной функции сигнала.

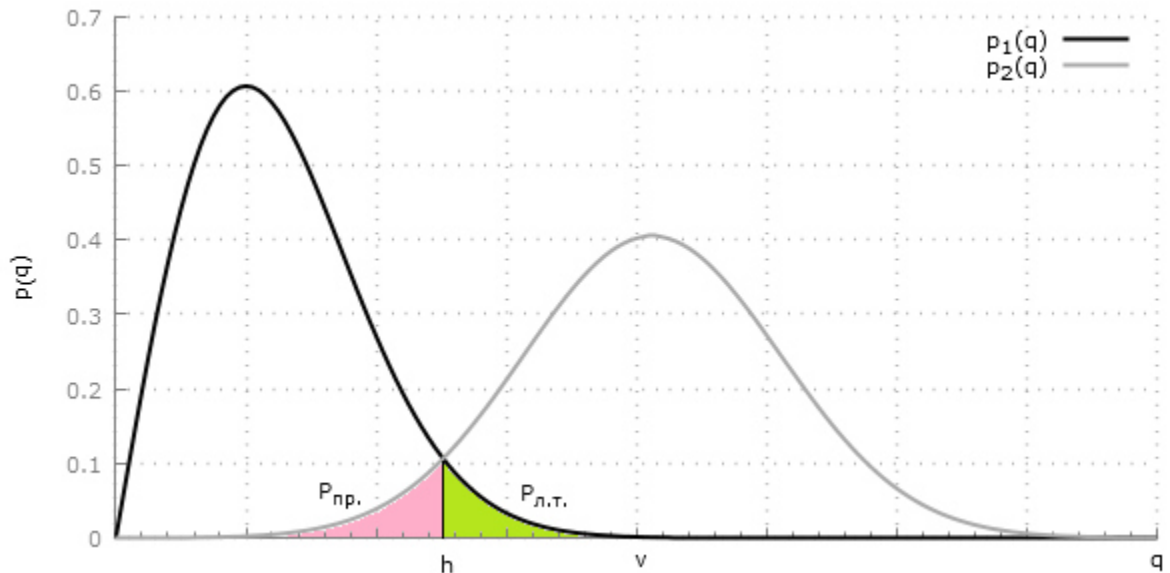


Рисунок 1.3.1 – Иллюстрация распределений на выходе обнаружителя (1.3.10)

Согласно критерию идеального наблюдателя, пороговое значение выставляется по точке пересечения распределений $p_1(q)$ и $p_2(q)$. Однако применить такое пороговое значение сложно в связи с тем, что значение v может быть различным, а данное пороговое значение определяется исходя из уровня сигнала.

Определим пороговый уровень исходя из дисперсии шума. Для этого найдем вероятность ложной тревоги и зафиксируем ее

$$C = \int_h^{\infty} P_1(q) dq. \quad (1.3.17)$$

Подставляя в (1.3.17) выражение для $p_1(q)$ из (1.3.16) и разрешая его относительно порога h , получим

$$h = 2\sigma\sqrt{-\ln(C)/N}. \quad (1.3.18)$$

Таким образом, выражение (1.3.18) определяет пороговый уровень для разделения шумовых и сигнальных максимумов. Пороговый уровень установлен исходя из фиксированного значения ложной тревоги C .

Затем, определяя по сигналу значение v найдем вероятность правильного обнаружения такого сигнала по формуле (1.3.19).

$$P_{\text{пр.обн.}} = \int_h^{\infty} P_2(q) dq. \quad (1.3.19)$$

Таким образом, задача решена.

Остается рассмотреть вопрос об оценке дисперсии в принятом сообщении. Для этого запишем функционал правдоподобия (1.3.20) согласно (1.2.6) и (1.3.1):

$$\Delta(t_0', A', B') = \int_0^T \left| y(t) - \left(A' \cos(\omega(t-t_0')) + B' \sin(\omega(t-t_0')) \right) \mu(t-t_0') \right|^2 dt. \quad (1.3.20)$$

Подставим в него значения A' и B' из (1.3.4) и возведем в квадрат с учетом (1.3.3). В результате получим

$$\begin{aligned} \Delta(t_0') = & \int_0^T |y(t)|^2 dt - A(t_0') \int_0^T y(t) \cos(\omega(t-t_0')) \mu(t-t_0') dt - \\ & - B(t_0') \int_0^T y(t) \sin(\omega(t-t_0')) \mu(t-t_0') dt. \end{aligned} \quad (1.3.21)$$

Определим математическое ожидание от функционала правдоподобия (1.3.21) в точке $t_0' = t_0$:

$$M(\Delta(t_0' = t_0)) = \sigma^2 T. \quad (1.3.22)$$

Следовательно функционал правдоподобия в точке минимума, когда $t_0' = t_0$, определяет оценку дисперсии шума σ^2 . Таким образом, выражения (1.3.19) и (1.3.21) полностью решают задачу обнаружения сигнала в принятой реализации. При этом устанавливается порог h при фиксированном уровне вероятности ложной тревоги.

§1.4. Оценка параметров сложных сигналов

Рассмотрим задачу оптимальной оценки параметров сложных сигналов. Ее решение определяет структуру оптимального приемника (алгоритм обработки) и оценку дисперсии параметров сигнала (дисперсию Рао-Крамера).

Формулы приведенных оценок широко известны для общего случая сигналов, в данном параграфе приведены данные оценки для сложных сигналов, что необходимо для дальнейшего построения алгоритмов цифровой обработки сигналов и сравнения результатов.

Отличительной особенностью является то, что решение задачи оценки параметров сложного сигнала проводится в соответствии с положениями теории оптимального приема [32].

Рассмотрим более подробно данный вопрос. Запишем в общем виде принятое сообщение, содержащее сложный сигнал:

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_0 e^{i\omega_0(t-t_0)} \mu(t-t_0) + \hat{U}_{ш}(t), \quad t \in t_0 \div t_0 + T, \quad (1.4.1)$$

где \hat{U}_0 – комплексная амплитуда сложного сигнала, $\mu(t-t_0)$ – модулирующая функция, t_0 – время прихода сложного сигнала, T – длительность сложного сигнала, ω_0 – круговая частота, $\hat{U}_{ш}(t)$ – аддитивный нормальный шум со средним значением равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

Модулирующая функция определяет кодовую комбинацию из положительных и отрицательных видеоимпульсов длительностью τ_{II} единичной амплитуды, если сложный сигнал создан на основе М-последовательности или кодов Баркера. Модулирующая функция определяет функциональную зависимость вида

$$\mu(t-t_0) = e^{iA(t-t_0)^2}, \quad (1.4.2)$$

где $A = \frac{\omega_k - \omega_0}{2 \cdot T}$, ω_k – конечная круговая частота, если сложный сигнал представляет собой сигнал с линейно меняющейся частотой (ЛЧМ-сигнал).

Оптимальный алгоритм обработки при решении задачи оценки параметров сигнала определяется уравнениями правдоподобия. В связи с этим запишем логарифм функции правдоподобия вида (1.2.5):

$$\ln L(\bar{\lambda}') = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int_t \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_0 e^{i\omega_0(t-t_0)} \mu(t-t_0) \right|^2 dt, \quad (1.4.3)$$

где $\bar{\lambda}'$ – вектор оцениваемых параметров сигнала, интегрирование производится по времени в принятой реализации.

При дифференцировании по амплитуде \hat{U}_0' и приравнении дифференциала к нулю, можно получить

$$\hat{U}_0'(t_0', \omega_0') = \frac{1}{T} \int_t \hat{y}(t) e^{-i\omega_0'(t-t_0')} \mu^*(t-t_0') dt. \quad (1.4.4)$$

Данное выражение определяет структуру оптимального приемника. Согласно представлениям линейного пространства сигналов – это скалярное произведение вектора принятого сообщения и вектора копии сигнала с единичной энергией. Математическое ожидание от (1.4.4) приводит к зависимости

$$M(\hat{U}_0'(t_0', \omega_0')) = \frac{\hat{U}_0}{T} e^{-i(\omega_0 t_0 - \omega_0' t_0')} \int_{t_0}^{t_0+T} e^{i(\omega_0 - \omega_0')t} \mu(t-t_0) \mu^*(t-t_0') dt. \quad (1.4.5)$$

Это двумерная корреляционная функция, зависящая от изменения частоты ω_0' и от изменения времени прихода сигнала t_0' .

В максимуме при $t_0' = t_0$ и $\omega_0' = \omega_0$

$$M\left(\hat{U}_0'(t_0' = t_0, \omega_0' = \omega_0)\right) = \hat{U}_0', \quad (1.4.6)$$

что говорит о несмещенности решения. Максимум корреляционной функции определяет оценки амплитуды \hat{U}_0' , начальной фазы φ_0' , времени прихода t_0' и частоты ω_0' .

Рассмотрим структуру корреляционной функции вначале для сигналов на основе М-последовательностей (кодов Баркера). В этом случае при $t_0' = t_0$ можно получить разрез корреляционной функции по частотной оси

$$M\left(\hat{U}_0'(t_0' = t_0, \omega_0')\right) = \hat{U}_0' \frac{\sin\left(\left(\omega_0 - \omega_0'\right)T/2\right)}{\left(\omega_0 - \omega_0'\right)T/2} e^{i\left(\omega_0 - \omega_0'\right)\frac{T}{2}}. \quad (1.4.7)$$

Выражение (1.4.7) фактически определяет спектр сложного сигнала, полуширина спектральной линии определяется выражением

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (1.4.8)$$

Если $t_0' \neq t_0$, то спектр содержит ряд спектральных линий. При условии $\omega_0' = \omega_0$ выражение (1.4.4) определяет разрез функции корреляции по временной оси t_0' :

$$M\left(\hat{U}_0'(t_0', \omega_0' = \omega_0)\right) = \frac{\hat{U}_0'}{T} e^{-i\omega_0(t_0 - t_0')} \int_{t_0}^{t_0+T} \mu(t - t_0) \mu^*(t - t_0') dt. \quad (1.4.9)$$

Это корреляционная функция сигнала на основе М-последовательности с высокочастотным заполнением. Полуширина основного лепестка определяется длительностью одной позиции кода τ_{II} .

Рассмотрим структуру двумерной корреляционной функции для ЛЧМ-сигналов. В этом случае (1.4.5) будет иметь вид:

$$M\left(\hat{U}_0'(t_0', \omega_0')\right) = \frac{\hat{U}_0'}{T} e^{-i\left(\omega_0 t_0 - \omega_0' t_0'\right) - A\left(t_0^2 - t_0'^2\right)} \int_{t_0}^{t_0+T} e^{i\left(\omega_0 - \omega_0' - 2A\left(t_0 - t_0'\right)\right)t} dt. \quad (1.4.10)$$

Сечение функции (1.4.10) вдоль оси ω_0' при условии $t_0' = t_0$ приводит к выражению (1.4.7).

Сечение функции (1.4.10) вдоль оси t_0' при условии $\omega_0' = \omega_0$ приводит к выражению

$$M\left(\hat{U}_0'(t_0', \omega_0' = \omega_0)\right) = \frac{\hat{U}_0'}{T} e^{i\left(A\left(t_0^2 - t_0'^2\right) - \omega_0\left(t_0 - t_0'\right)\right)} \int_{t_0}^{t_0+T} e^{-2Ai\left(t_0 - t_0'\right)t} dt. \quad (1.4.11)$$

Выполняя интегрирование, получим

$$M\left(\hat{U}_0'(t_0', \omega_0' = \omega_0)\right) = \frac{\hat{U}_0'}{T} \frac{\sin\left[A\left(t_0 - t_0'\right)\left(T - \left(t_0 - t_0'\right)\right)\right]}{A\left(t_0 - t_0'\right)} e^{-i\left(\omega_0 + AT\right)\left(t_0 - t_0'\right)} \quad (1.4.12)$$

или

$$M(\hat{U}_0(t_0', \omega_0' = \omega_0')) = \hat{U}_0 \frac{\sin[A\tau(T - \tau)]}{A\tau(T - \tau)} e^{-i(\omega_0 + AT)\tau} \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right),$$

где $\tau = t_0 - t_0'$.

Определим точки, в которых выражение (1.4.12) обращается в ноль. Приравнявая аргумент синуса значению πn и решая квадратное уравнение

$$A\tau(T - \tau) = \pi n,$$

получим два решения относительно τ :

$$\tau_1 \approx T, \quad \tau_2 \approx \frac{n}{f_k - f_0}. \quad (1.4.13)$$

Следовательно, сечение корреляционной функции имеет полуширину $\tau_2 \approx (f_k - f_0)^{-1}$ и определяется девиацией частоты. На рисунке 1.4.1 показано сечение модуля корреляционной функции вдоль оси ω_0' .

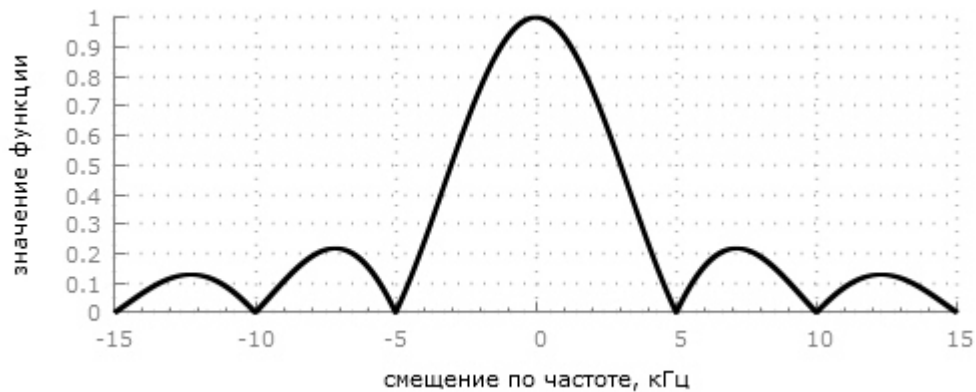


Рисунок 1.4.1 – Разрез модуля корреляционной функции ЛЧМ-сигнала ($T = 0.2$ мс, $f_k - f_0 = 50$ кГц) по частоте. Он представляет собой спектр радиоимпульса длительностью $T=0.2$ мс, полуширина спектральной линии на уровне 0.5 от максимума равна 3 кГц

На рисунке 1.4.2 показано сечение модуля корреляционной функции вдоль оси t_0' .

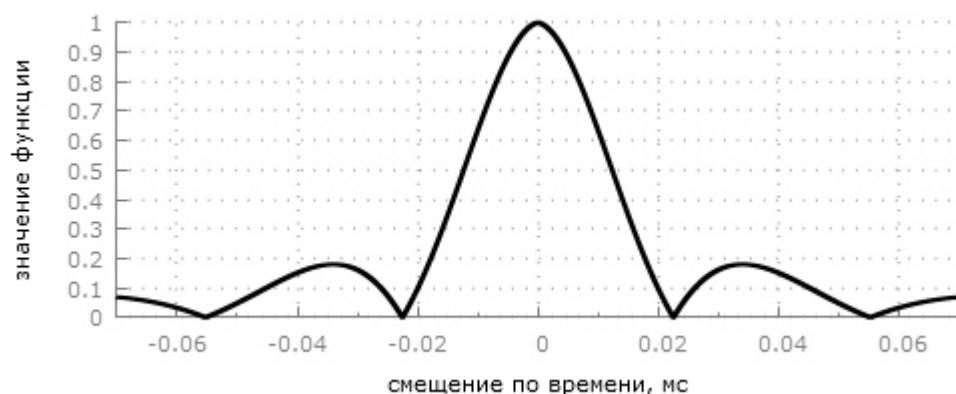


Рисунок 1.4.2 – Разрез модуля корреляционной функции ЛЧМ-сигнала ($T = 0.2$ мс, $f_{\kappa} - f_0 = 50$ кГц) по времени. Полуширина сжатого импульса на уровне 0.5 от максимума определяется девиацией частоты и равна 0.012 мс

На рисунке 1.4.3 показано сечение двумерной корреляционной функции горизонтальной плоскостью на уровне 0.5 от максимума.

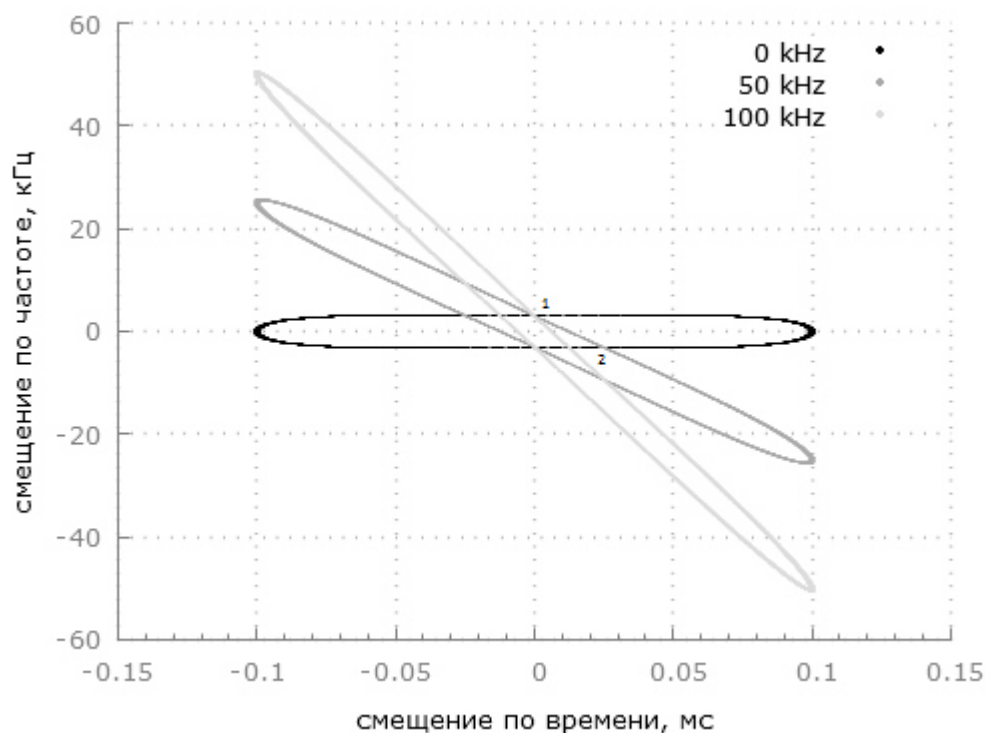


Рисунок 1.4.3 – Разрез на уровне 0.5 от максимума модулей двумерных функций корреляции ЛЧМ-сигналов ($T = 0.2$ мс) с девиациями частот соответственно равными 0, 50, 100 кГц. Пересечения эллипсов с вертикальной и горизонтальной осями определяют полуширину спектральной линии и полуширину корреляционной функции

Рисунок 1.4.3 геометрически определяет взаимосвязь τ_2 с девиацией частоты $f_{\kappa} - f_0$. При увеличении девиации частоты эллипс скользит по двум направляющим, поворачиваясь

относительно точки 1, что вызывает уменьшение τ_2 . Однако ЛЧМ-сигналы могут создаваться и при фиксированном значении девиации частоты. Для этого при фиксированном положении точки 2, определяющей значение τ_2 , эллипс вращается за счет увеличения длительности T , что вызывает уменьшение ширины корреляционной функции по частотной оси. Такая технология применения ЛЧМ-сигналов используется в [16].

Рассмотрим вопрос об оценке дисперсий параметров сигнала: амплитуды \hat{U}_0 , начальной фазы $\hat{\phi}_0$, времени прихода \hat{t}_0 и частоты $\hat{\omega}_0$. Оценка дисперсии проводится в момент времени $t_0 = \hat{t}_0$, т.е. в максимуме корреляционной функции. В связи с этим оцениваемые параметры равны параметрам сигнала, содержащихся в принятом сообщении. Согласно теории, элементы информационной матрицы Фишера определяются выражением

$$J_{ij} = -M \left(\frac{d^2 \ln(L(\bar{\lambda}))}{d\lambda_i d\lambda_j} \right), \quad i, j = 1 \div N. \quad (1.4.14)$$

Рассмотрим вначале вопрос о дисперсии амплитуды D_U и начальной фазы D_{ϕ_0} при известных t_0 и ω_0 . Для этого двойным дифференцированием (1.4.3) получим элементы информационной матрицы Фишера

$$J = \begin{pmatrix} \frac{N}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{|\hat{U}_0|^2 N}{\sigma^2} \end{pmatrix}.$$

Матрица дисперсий является обратной к информационной матрице Фишера. Вычисляя элементы обратной матрицы, получим

$$D_U = \frac{\sigma^2}{N} \text{ и } D_{\phi_0} = \frac{\sigma^2}{N|\hat{U}_0|^2}, \quad (1.4.15)$$

где $N = \frac{T}{\tau_\kappa}$.

Рассмотрим дисперсии времени прихода D_{t_0} и частоты D_{ω_0} сложного сигнала. Используя (1.4.3), получим информационную матрицу Фишера

$$J = \begin{pmatrix} \frac{|\hat{U}_0|^2 T^2 N}{3\sigma^2} & \frac{|\hat{U}_0|^2 \omega_0 T N}{2\sigma^2} \\ \frac{|\hat{U}_0|^2 \omega_0 T N}{2\sigma^2} & \frac{|\hat{U}_0|^2 \omega_0^2 N}{\sigma^2} \end{pmatrix}. \quad (1.4.16)$$

Диагональные элементы обратной матрицы определяют дисперсии D_{t_0} и D_{ω_0} :

$$D_{i_0} = \frac{4\sigma^2}{|\hat{U}_0|^2 \omega_0^2 N} \text{ и } D_{\omega_0} = \frac{12\sigma^2}{|\hat{U}_0|^2 T^2 N}. \quad (1.4.17)$$

Выражения дисперсий Рао-Крамера (1.4.15) и (1.4.17) для параметров сложных сигналов на основе М-последовательностей (на основе кодов Баркера) совпадают с аналогичными выражениями для дисперсии параметров радиоимпульсов (простые сигналы). Для ЛЧМ-сигналов выражения для дисперсий амплитуды, начальной фазы и времени прихода определяются выражениями (1.4.15), (1.4.17), однако выражение для дисперсии частоты имеет более сложный вид:

$$D_{\omega_0} = \frac{4\sigma^2}{|\hat{U}_0|^2 T^2 N} \left(1 + \frac{\omega_k}{\omega_0} + \left(\frac{\omega_k}{\omega_0} \right)^2 \right). \quad (1.4.18)$$

Дисперсия частоты имеет квадратичную зависимость от отношения конечной частоты ω_k к начальной частоте ω_0 .

Таким образом, в настоящем параграфе с помощью теории оптимального приема (методом максимального правдоподобия) конкретизированы известные общие выражения для оценок параметров сложных сигналов.

§1.5. Задача разрешения сложных сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия в области их неортогональности

В данном параграфе рассмотрим решение задачи разрешения двух или более сдвинутых по времени сигналов на основе М-последовательностей (кодов Баркера), основанное на применении преобразованного функционала правдоподобия.

Принятая в настоящее время теория разрешения сигналов основана на представлениях, введенных Вудвордом, о функции неопределенности. Она определяется выражением

$$\psi(\bar{\lambda}_0, \bar{\lambda}_0 + \Delta\bar{\lambda}) = \psi(\tau, \Delta\omega) = \left| \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{S}(t) \cdot \hat{S}^*(t - \tau) \exp(-j\Delta\omega t) dt \right|, \quad (1.5.1)$$

где $\bar{\lambda}_0$ – вектор параметров сигнала $\hat{S}(\bar{\lambda}_0, t)$, $\Delta\bar{\lambda}$ – отклонение вектора параметров от вектора $\bar{\lambda}_0$ по какому-либо параметру, E – энергия сигнала, $E = \int_0^T |\hat{S}(\bar{\lambda}_0, t)|^2 dt$.

Выражение (1.5.1) по существу определяет нормированную многомерную функцию корреляции. В одномерном случае если вместо вектора параметров взять частоту ω_0 , то выражение (1.5.1) будет определять нормированный «спектр» сигнала, полуширина основного

лепестка которого равна $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$. По критерию Релея два радиоимпульса отличающиеся частотой на $\Delta\omega$ могут быть разрешены. Они являются ортогональными. Выражение (1.5.1) будет определять корреляционную функцию радиоимпульса длительностью T , если вместо $\bar{\lambda}_0$ взять время прихода радиоимпульса. По критерию Релея разрешение по времени прихода двух радиоимпульсов возможно, если разность времен прихода $\Delta t = \tau = T$. В двумерном случае, когда вектор изменяется за счет двух параметров (например, за счет времени прихода τ и частоты $\Delta\omega$), выражение (1.5.1) определяет функцию неопределенности.

Объем функции неопределенности ограничен и определяется выражением (1.5.2).

$$V = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(\tau, \Delta\omega) d\tau d\omega = 1. \quad (1.5.2)$$

Сечение функции неопределенности на уровне 0.5 от максимума горизонтальной плоскостью определяет эллипс неопределенности, аналогичный представленному на рисунке 1.4.3 предыдущего параграфа.

Если два сигнала не имеют пересечений эллипса неопределенности, то они являются ортогональными и могут быть разрешены. Их параметры могут быть оценены по отдельности. Если два сигнала имеют область пересечения эллипсов неопределенности, тогда, согласно теории, они не могут быть разрешены, а их параметры имеют сильные интерференционные искажения.

В настоящей работе задача разрешения двух или более сложных сигналов решается на основе положений теории оптимального приема. Впервые исследование вопросов разрешения сигналов на основе положений теории оптимального приема проведено Хелстромом [57]. В области пеленгации, радиолокации, спектроскопии оптических систем эти положения были существенно развиты в работах БФУ им И. Канта [10, 29, 35]. В настоящей работе рассмотрены положения теории оптимального приема в приложении к сложным сигналам: сигналам на основе M -последовательностей, сигналам на основе кодов Баркера, ЛЧМ-сигналам. Основой рассмотрения данного вопроса является разделение совокупности сигналов на ортогональные, когда критерий Релея выполняется, и неортогональные, когда критерий Релея не выполняется, и коэффициент корреляции между сигналами отличен от нуля. Во втором случае при решении задачи разрешения подобных сигналов используется информация о векторе разности \bar{d} между вектором принятого сообщения \bar{y} и вектором копии сигнала \bar{S} .

Выведем основные выражения, определяющие решение задачи разрешения сложных сигналов сначала для двух сигналов. Пусть принятое сообщение имеет вид:

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_1 e^{i\omega_0(t-t_1)} \mu(t-t_1) + \hat{U}_2 e^{i\omega_0(t-t_2)} \mu(t-t_2) + \hat{U}_{ш}(t), \quad (1.5.3)$$

где \hat{U}_1, \hat{U}_2 – комплексные амплитуды сигналов, t_1, t_2 – времена прихода первого и второго сигналов соответственно, ω_0 – несущая круговая частота, $\mu(t-t_1), \mu(t-t_2)$ – модулирующие функции первого и второго сигналов, $\hat{U}_{ш}(t)$ – аддитивный нормальный шум со средним значением равным нулю, дисперсией σ^2 и интервалом корреляции τ_k .

На основании (1.5.3) и (1.2.6) запишем функционал правдоподобия

$$\tilde{L}(\bar{\lambda}') = \int_t \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1' e^{i\omega_0(t-t_1')} \mu(t-t_1') - \hat{U}_2' e^{i\omega_0(t-t_2')} \mu(t-t_2') \right|^2 dt, \quad (1.5.4)$$

где $\bar{\lambda}'$ – вектор оцениваемых параметров сигнала, интегрирование производится по времени в принятой реализации.

Дифференцируя (1.5.4) по \hat{U}_1' и \hat{U}_2' и приравнявая дифференциалы к нулю, получим систему уравнений правдоподобия:

$$\begin{aligned} \int_{t_1'}^{t_1'+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega_0(t-t_1')} \mu^*(t-t_1') dt &= \hat{U}_1' \int_{t_1'}^{t_1'+T} \mu^2(t-t_1') dt + \hat{U}_2' \int_{t_2'}^{t_2'+T} e^{i\omega_0(t_1'-t_2')} \mu^*(t-t_1') \mu(t-t_2') dt, \\ \int_{t_2'}^{t_2'+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega_0(t-t_2')} \mu^*(t-t_2') dt &= \hat{U}_1' \int_{t_1'}^{t_1'+T} e^{-i\omega_0(t_1'-t_2')} \mu(t-t_1') \mu^*(t-t_2') dt + \hat{U}_2' \int_{t_2'}^{t_2'+T} \mu^2(t-t_2') dt. \end{aligned} \quad (1.5.5)$$

Решая эти уравнения относительно \hat{U}_1' и \hat{U}_2' , получим:

$$\begin{aligned} \hat{U}_1'(t_1', t_2') &= \frac{1}{T} \frac{\int_{t_1'}^{t_1'+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega_0(t-t_1')} \mu^*(t-t_1') dt - \hat{R}^* \int_{t_2'}^{t_2'+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega_0(t-t_2')} \mu^*(t-t_2') dt}{1 - |\hat{R}|^2}, \\ \hat{U}_2'(t_1', t_2') &= \frac{1}{T} \frac{\int_{t_2'}^{t_2'+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega_0(t-t_2')} \mu^*(t-t_2') dt - \hat{R} \int_{t_1'}^{t_1'+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega_0(t-t_1')} \mu^*(t-t_1') dt}{1 - |\hat{R}|^2}. \end{aligned} \quad (1.5.6)$$

Данные выражения являются более общими по сравнению с корреляционным анализом, т.к. они включают в себя коэффициент корреляции \hat{R} :

$$\hat{R} = \frac{1}{T} \int_{t_2'}^{t_1'+T} e^{-i\omega_0(t_1'-t_2')} \mu(t-t_1') \mu^*(t-t_2') dt.$$

При $\hat{R} = 0$ выражения (1.5.6) определяют корреляционный анализ сложных сигналов.

Рассмотрим структуру полученных решений. Пусть принятое сообщение $\hat{y}(t)$ содержит лишь первый сигнал, тогда математические ожидания от $\hat{U}'_1(t'_1, t'_2)$ и $\hat{U}'_2(t'_1, t'_2)$ будут равны:

$$M(\hat{U}'_1(t'_1, t'_2)) = \frac{\hat{U}_1}{T} \left[\frac{\int_{t'_1}^{t'_1+T} e^{i\omega_0(t-t'_1)} \mu(t-t'_1) \mu^*(t-t'_1) dt - \hat{R}^* \int_{t'_2}^{t'_2+T} e^{i\omega_0(t-t'_1)} \mu(t-t'_1) \mu^*(t-t'_2) dt}{1 - |\hat{R}|^2} \right],$$

$$M(\hat{U}'_2(t'_1, t'_2)) = \frac{\hat{U}_1}{T} \left[\frac{\int_{t'_2}^{t'_2+T} e^{i\omega_0(t-t'_1)} \mu(t-t'_1) \mu^*(t-t'_2) dt - \hat{R} \int_{t'_1}^{t'_1+T} e^{i\omega_0(t-t'_1)} \mu(t-t'_1) \mu^*(t-t'_1) dt}{1 - |\hat{R}|^2} \right].$$
(1.5.7)

При $t'_1 = t_1$ получим

$$M(\hat{U}'_1(t'_1, t'_2)) = \hat{U}_1,$$

$$M(\hat{U}'_2(t'_1, t'_2)) = 0.$$
(1.5.8a)

Аналогично, если принятое сообщение содержит лишь второй сигнал, то

$$M(\hat{U}'_1(t'_1, t'_2)) = 0,$$

$$M(\hat{U}'_2(t'_1, t'_2)) = \hat{U}_2.$$
(1.5.8б)

Если принятое сообщение содержит совокупность первого и второго сигналов, тогда

$$M(\hat{U}'_1(t'_1, t'_2)) = \hat{U}_1,$$

$$M(\hat{U}'_2(t'_1, t'_2)) = \hat{U}_2.$$
(1.5.8в)

Как и следовало ожидать, решения (1.5.6) являются несмещенными. Однако эти выражения не могут решить задачу разрешения двух сигналов. В точках $t'_1 = t_1$ и $t'_2 = t_2$ они определяют истинные значения \hat{U}_1 и \hat{U}_2 , однако нет критерия отбора этих точек. Максимумы (1.5.6) достигаются при других значениях t'_1 и t'_2 . Для решения задачи разрешения двух сигналов необходимо использовать дополнительную информацию, которую дает вектор разности \bar{d} между принятым сообщением \bar{y} и вектором копии сигнала \bar{S} .

В связи с этим, подставим (1.5.6) в функционал правдоподобия (1.5.4), преобразуем полученное выражение с учетом (1.5.5) и придем к соотношению (1.5.9):

$$\Delta(t_1', t_2') = \int_t |\hat{y}(t)|^2 dt - U_1'(t_1', t_2') \int_{t_1'}^{t_1'+T} \hat{y}^*(t) e^{i\omega_0(t-t_1')} \mu(t-t_1') dt - U_2'(t_1', t_2') \int_{t_2'}^{t_2'+T} \hat{y}^*(t) e^{i\omega_0(t-t_2')} \mu(t-t_2') dt. \quad (1.5.9)$$

Данное выражение представляет собой поверхность в пространстве параметров t_1' и t_2' . В точке $t_1' = t_1$ и $t_2' = t_2$ эта поверхность имеет глобальный минимум, который является критерием отбора решений. В этой точке $t_1' = t_1$, $t_2' = t_2$, $\hat{U}_1' = \hat{U}_1$, $\hat{U}_2' = \hat{U}_2$. Следовательно, меняя t_1' и t_2' в области их определения можно построить поверхность функционала правдоподобия (1.5.9) и использовать минимум поверхности функционала как критерий отбора решений. Дополнительно значение минимума функционала определяет дисперсию шума в принятой реализации.

Таким образом, задача разрешения двух сложных сигналов оказывается решенной.

Обобщим полученный результат на случай M подобных сигналов. В этом случае принятое сообщение имеет вид

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^M \hat{U}_n e^{i\omega_0(t-t_n)} \mu(t-t_n) + U_{ш}(t). \quad (1.5.10)$$

Функционал правдоподобия будет иметь вид

$$\tilde{L}(\bar{\lambda}') = \int_t \left| \hat{y}(t) - \sum_{n=1}^M \hat{U}_n e^{i\omega_0(t-t_n)} \mu(t-t_n) \right|^2 dt. \quad (1.5.11)$$

Уравнения правдоподобия можно записать в матричном виде:

$$\beta = AU', \quad (1.5.12)$$

где

$$\beta_k = \int_{t_k}^{t_k+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega_0(t-t_k)} \mu^*(t-t_k) dt - \text{элементы вектор-столбца } \beta, \\ U_n' - \text{оцениваемые амплитуды (элементы вектор-столбца } U'), \quad (1.5.13) \\ \alpha_{nk} = \int_{t_k}^{t_k+T} e^{-i\omega_0(t_k-t_n)} \mu^*(t-t_n) \mu(t-t_k) dt - \text{элементы матрицы } A.$$

Решая уравнения (1.5.12) можно получить оценочные значения U_n' амплитуд при заданных значениях $t_1' \div t_M'$. Подставляя полученные значения U_n' в функционал правдоподобия, получим:

$$\Delta(t_1 \div t_n) = \int_0^T |\hat{y}(t)|^2 dt - \sum_{n=1}^M \hat{U}_n \beta_n^* \quad (1.5.14)$$

Функционал правдоподобия (1.5.14) представляет собой поверхность в M – мерном пространстве параметров t_n . Минимум этой поверхности определяет решение, т.е. набор параметров: t_n, \hat{U}_n ($n=1 \div M$).

Представленное решение задачи разрешения M подобных сигналов имеет две особенности. Первая связана со значительным увеличением машинного времени с увеличением M . При $M=2, 3$ компьютеры средней мощности могут решить задачу в приемлемое время. Однако, если $M > 3$, то требуется принимать дополнительные меры для ускорения вычислительного процесса (процедурам минимизации функционала отведены несколько отдельных параграфов).

Вторая особенность связана с тем, что для получения решения с большим значением M требуется высокое отношение сигнал/шум.

В настоящее время в аппаратуре не используется подход к сверхразрешению описываемый в данном параграфе, основной причиной препятствующей внедрению такой технологии остается огромная вычислительная сложность данного метода, что нивелирует его преимущества. Однако современные вычислительные средства позволяют применять данный метод в режиме реального времени, что будет показано далее.

При использовании классического подхода, основанного на функции неопределенности, при сближении частот сигналов (времен прихода) сближаются функции неопределенности и появляется необходимость их разрешения. При этом совершается ошибка: принятое сообщение и копия совокупности сигналов должны соответствовать друг другу по количеству сигналов. Максимум логарифма функции правдоподобия для совокупности сигналов определяет оценки всех параметров совокупности сигналов. Термина «разрешение» (разрешающая способность) здесь не требуется, т.к. все параметры определяются в одном глобальном максимуме. В настоящем параграфе раскрывается технология получения решения задачи оценки параметров совокупности сигналов, содержащихся в принятом сообщении. В дальнейшем будет показана технология поиска минимума преобразованного логарифма функции правдоподобия цифровыми методами. Это новая технология решения. Во второй главе проведен всесторонний анализ возможностей этой технологии решения задачи оценки параметров совокупности сигналов.

Для решения уравнений (1.5.12) необходимо осуществить операцию обращения матрицы A , эта операция несет основную вычислительную нагрузку и определяет в конечном счете решение. По построению матрица A не содержит шумовых отсчетов, что позволяет работать

с более низкими отношениями сигнал шум, чем применяемые методы сверхразрешения: MUSIC, авторегрессионные и т.д. Кроме того размер матрицы A существенно меньше, применяемых в упомянутых методах.

В случае применения данной технологии нет необходимости точного знания числа сигналов, единственное ограничение – применяемый алгоритм должен быть рассчитан на не меньшее число сигналов, чем принято в действительности. Согласно формулам (1.5.8) найденные амплитудные оценки во временные моменты, когда сигнала в действительности не было будут находиться на уровне шума и их легко убрать, введя порог, например, согласно идеологии, описанной в §1.3.

§1.6. Рабочая область при решении задачи разрешения подобных сигналов

Критерий Релея разделяет сложные сигналы на ортогональные и неортогональные. Следовательно, основным параметром, который определяет решение данной задачи является модуль коэффициента корреляции между сигналами. При его приближении к единице обусловленность матрицы A из уравнения (1.5.12) ухудшается, что приводит к резкому нарастанию ошибок и делает невозможным решение задачи разрешения сигналов (хотя последнее возможно при больших отношениях сигнал/шум). Поэтому определение рабочей области решения задачи разрешения подобных сигналов является важным моментом и требует рассмотрения в отдельном параграфе. Оценить рабочую область можно по дисперсии оценок параметров сигнала, что и осуществлено в данном параграфе.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. Пусть принятое сообщение содержит два подобных сложных сигнала (1.5.3), а логарифм функции правдоподобия имеет вид

$$\ln L(\bar{\lambda}') = -\frac{1}{2\sigma^2\tau_k} \int \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_1' e^{i\omega_0(t-t_1)} \mu(t-t_1) - \hat{U}_2' e^{i\omega_0(t-t_2)} \mu(t-t_2) \right|^2 dt. \quad (1.6.1)$$

Оценим дисперсии амплитуд этих двух сигналов, используя формулу для элементов информационной матрицы Фишера

$$J_{ij} = -M \left(\frac{d^2 \ln(L(\bar{\lambda}'))}{d\lambda_i d\lambda_j} \right). \quad (1.6.2)$$

Дифференцируя (1.6.1) по \hat{U}_1' и \hat{U}_2' в соответствии с (1.6.2), получим информационную матрицу Фишера

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} \frac{N}{\sigma^2} & \frac{\hat{R}^* N}{\sigma^2} \\ \frac{\hat{R} N}{\sigma^2} & \frac{N}{\sigma^2} \end{pmatrix}, \quad (1.6.3)$$

где N – число отсчетов в принятом сложном сигнале.

Диагональные элементы матрицы, обратной матрице Фишера, определяют дисперсии амплитуд сложных сигналов

$$D_{U_1} = D_{U_2} = \frac{\sigma^2}{N(1-|\hat{R}|^2)}. \quad (1.6.4)$$

Если ввести дисперсию $D_{U_0} = \frac{\sigma^2}{N}$ при $|\hat{R}|=0$, т.е. при ортогональных сигналах, то относительная дисперсия амплитуд будет иметь простой вид

$$D_{rel} = \frac{D_U}{D_{U_0}} = \frac{1}{1-|\hat{R}|^2}. \quad (1.6.5)$$

Эта зависимость представлена на рисунке 1.6.1.

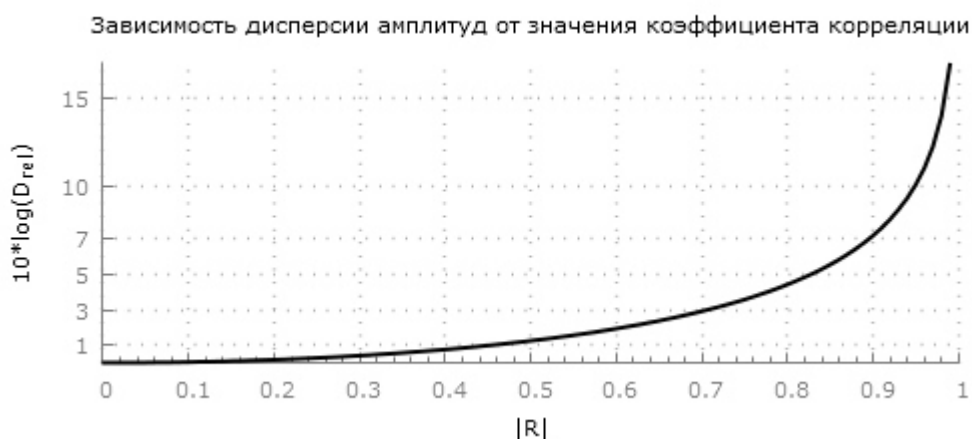


Рисунок 1.6.1 – Графическая иллюстрация зависимости (1.6.5)

В области изменений модуля коэффициента корреляции между сигналами $|\hat{R}|=0 \div 0.9$ относительная дисперсия меняется слабо, увеличиваясь на 7дБ к $|\hat{R}|=0.9$. Эту область можно считать рабочей областью разрешения сложных сигналов методом максимального правдоподобия.

Если в принятом сообщении содержится M подобных сигналов, тогда информационная матрица Фишера имеет вид

$$\hat{J} = \frac{N}{\sigma^2} \begin{pmatrix} 1 & \hat{R}_{1,2} & \vdots & \hat{R}_{1,N} \\ \hat{R}_{2,1}^* & 1 & \vdots & \dots \\ \dots & \dots & \vdots & \dots \\ \hat{R}_{N,1}^* & \dots & \hat{R}_{N,N-1} & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.6.6)$$

Пусть определитель этой матрицы будет равен Δ_0 , тогда диагональные элементы обратной матрицы (матрицы дисперсий амплитуд) будут определяться выражением

$$D_{ii} = \frac{A_{ii}}{\Delta_0}, \quad i = 1 \div M, \quad (1.6.6)$$

где A_{ii} – алгебраическое дополнение диагонального элемента матрицы Фишера, определяемого индексом i . Следовательно, возможность решения задачи разрешения M сигналов обуславливается значением определителя информационной матрицы Фишера.

§1.7. Адаптивная фильтрация сложных сигналов на фоне неортогональных по отношению к сигналу помех

Фильтрация сигналов на фоне помех является чрезвычайно актуальной задачей. Для ее решения используются различные фильтры как аналоговые, так и цифровые. Существующие в настоящее время фильтры разделяются на согласованные и оптимальные. Согласованные по частоте фильтры имеют полосу пропускания равную ширине спектра сигнала. Оптимальные фильтры определяются формой спектра сигнала [9].

В данном параграфе предложен новый метод фильтрации сигнала на фоне помехи. Он основан на предположении о том, что интервал корреляции помехи больше или соизмерим с длительностью сложного сигнала. В этом случае помеха может быть представлена в виде функции с постоянными, но неизвестными параметрами. Ее взаимосвязь с сигналом полностью описывается коэффициентом корреляции. Используя теорию максимального правдоподобия можно решить задачу оценки параметров помехи и исключить ее из принятого сообщения.

Введем представление о такой фильтрации сигнала на фоне помех на основании линейного пространства сигналов. В этом пространстве как сигнал, так и помеха (импульсная или сосредоточенная по частоте) представляются в виде вектора и, как следствие, могут быть ортогональны (если спектры сигнала и помехи не пересекаются, т.е. коэффициент корреляции сигнала и помехи по частотам равен нулю, или если корреляционные функции помехи и сигнала не пересекаются, т.е. коэффициент корреляции по времени прихода сигнала и помехи равен нулю). Существующее в настоящее время большое многообразие аналоговых и

цифровых фильтров позволяет отфильтровать сигнал лишь при ортогональной помехе. Если помеха неортогональна сигналу, то фильтры такого рода устранят лишь ортогональную по отношению к сигналу часть помехи, неортогональная же часть помехи проходит через фильтр. Такое представление о фильтрации сигнала на фоне помех позволяет с единой позиции охарактеризовать эффективность фильтрации с помощью одного параметра – коэффициента корреляции между сигналом и помехой. Предыдущие параграфы (§1.5 и §1.6) позволяют сделать основной вывод: с помощью метода максимального правдоподобия можно создать фильтры нового типа. Эти фильтры, в отличие от существующих, способны отфильтровать сигнал от помех как ортогональных, так и неортогональных к нему. При этом в выражениях §1.5 достаточно второй сигнал заменить на помеху. В §1.6 определяется рабочая область разрешения двух сигналов, задаваемая коэффициентом корреляции. В рабочей области коэффициент корреляции меняется в пределах $R = 0 \div 0.9$, следовательно, и возможность фильтрации сигнала от помехи определяется такой же рабочей областью изменения коэффициента корреляции между сигналом и помехой. Приведенные выше представления справедливы как для простых сигналов, так и для сложных сигналов.

Представим более подробно технологию фильтрации сложного сигнала на фоне сосредоточенной по частоте помехи фильтрами максимального правдоподобия. Пусть принятое сообщение имеет вид

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_C e^{i\omega_C(t-t_0)} \mu(t-t_0) + \hat{U}_П e^{i\omega_П t} + \hat{U}_Ш(t), \quad (1.7.1)$$

где \hat{U}_C – комплексная амплитуда сложного сигнала, $\mu(t-t_0)$ – модулирующая функция сложного сигнала, t_0 – время прихода сложного сигнала, ω_0 – рабочая круговая частота сигнала, $\hat{U}_П$, $\omega_П$ – комплексная амплитуда и частота помехи. Спектр помехи определяется длительностью принятой реализации. Спектр сложного сигнала определяется шириной отдельной позиции М-последовательности $\tau_П$.

Помеха, фигурирующая в данном выражении, может существенно влиять на корреляционный анализ принимаемого сигнала, делая невозможным правильное определение времени прихода сигнала, поэтому задача фильтрации чрезвычайно важна.

Описываемый далее фильтр работает с сигналом во временной области, производя обработку в скользящем окне, равном длительности сложного сигнала. При этом на каждом интервале предполагается возможность наличия как помехи, так и полезного сигнала (аналогично выражению (1.7.1)). По мере фильтрации окно сдвигается по сигналу для осуществления обработки. В этом смысле данный фильтр эквивалентен классическому сверточному фильтру, однако процедура фильтрации, производимая при каждом фиксированном положении окна фильтра, гораздо сложнее.

Процедуру получения оценочного значения сигнала на выходе фильтра при текущем положении окна обработки назовем итерацией. Опишем математически все операции, осуществляемые на какой-либо итерации алгоритма фильтрации. Для этого запишем на основании (1.7.1) функционал правдоподобия в наиболее общем виде – все параметры сигнала и помехи неизвестны (затем будут рассмотрены частные случаи):

$$\tilde{L}(\bar{\lambda})_i = \int_{t_i}^{t_i+T} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}'_C e^{i\omega'_C(t-t'_0)} \mu(t-t'_0) - \hat{U}'_{II} e^{i\omega'_{II}t} \right|^2 dt, \quad (1.7.2)$$

где $\bar{\lambda}$ – вектор оцениваемых параметров сигнала и помехи, обработка осуществляется в пределах окна $[t_i; t_i+T]$, где t_i – текущее положение окна, T – длительность сложного сигнала, i – номер текущей итерации.

По мере увеличения номера итерации алгоритма окно обработки смещается таким образом, что полезный сигнал может лишь частично попадать в него, что учитывается в записи выражения (1.7.2) путем введения параметра t'_0 (оценка времени прихода сложного сигнала), измеряемого относительно текущего положения окна в пределах от $-T$ до T .

Дифференцируя (1.7.2) по амплитудам \hat{U}'_C и \hat{U}'_{II} и приравнивая дифференциалы к нулю, получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_C(t-t'_0)} \mu^*(t-t'_0) dt &= \hat{U}'_C \int_{t_i}^{t_i+T} \mu^2(t-t'_0) dt + \hat{U}'_{II} \int_{t_i}^{t_i+T} e^{i\omega'_{II}t} e^{-i\omega'_C(t-t'_0)} \mu^*(t-t'_0) dt, \\ \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_{II}t} dt &= \hat{U}'_C \int_{t_i}^{t_i+T} e^{-i\omega'_{II}t} e^{i\omega'_C(t-t'_0)} \mu(t-t'_0) dt + \hat{U}'_{II} T. \end{aligned} \quad (1.7.3)$$

Обозначим коэффициент корреляции между сигналом и помехой на i -той итерации как

$$\hat{R}_i = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} e^{i\omega'_{II}t} e^{-i\omega'_C(t-t'_0)} \mu^*(t-t'_0) dt.$$

В этом случае можно получить решение:

$$\begin{aligned} \hat{U}'_C &= \frac{\int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_C(t-t'_0)} \mu^*(t-t'_0) dt - \hat{R}_i \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_{II}t} dt}{\gamma - T |\hat{R}_i|^2}, \\ \hat{U}'_{II} &= \frac{\gamma \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_{II}t} dt - T \hat{R}_i^* \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_C(t-t'_0)} \mu^*(t-t'_0) dt}{\gamma - T |\hat{R}_i|^2}, \end{aligned} \quad (1.7.4)$$

где $\gamma = \int_{t_i}^{t_i+T} \mu^2(t-t'_0) dt$ – длительность сложного сигнала в окне обработки.

Производя оценку помехи для каждого момента времени t_i , можно вычесть ее из исходного сигнала, тем самым осуществляя фильтрацию. Таким образом сигнал на выходе фильтра будет описываться выражением (1.7.5):

$$\hat{x}(t_i) = \hat{y}(t_i) - \hat{U}_\Pi(t_i). \quad (1.7.5)$$

Для осуществления фильтрации необходимо производить оценку времени прихода сигнала t_0' относительно текущего времени t_i отдельно, т.к. выражения (1.7.4) не дают такой возможности.

Однако, ошибка между исходным сигналом $\hat{y}(t)$ на интервале обработки $[t_i; t_i + T]$ и восстановленным по формулам (1.7.4) может служить критерием оценки параметра t_0' . Определим ее как сумму квадратов разности значений входного сигнала и выходного восстановленного сигнала фильтра (для случая дискретного сигнала):

$$\varepsilon_i(t_0') = \sum_n \left(\hat{y}(t_n) - \left[\hat{U}_C e^{i\omega_C(t_n - t_0')} \mu(t_n - t_0') + \hat{U}_\Pi e^{i\omega_\Pi(t_n)} \right] \right)^2, \quad (1.7.6)$$

где t_n – время внутри окна обработки, t_n может изменяться от 0 до T .

Внимательное рассмотрение выражения (1.7.6), говорит о его эквивалентности выражению (1.7.2), что свидетельствует о возможности использования минимума функционала правдоподобия для нахождения оценки t_0' . Для этого необходимо оцененные значения амплитуды помехи и сигнала поставить в исходное выражение (1.7.2), получившееся выражение для случая дискретного сигнала будет иметь вид

$$\Delta(t_0') = \sum_n \hat{y}^2(t_n) - \hat{U}_C \sum_n \hat{y}^*(t_n) e^{i\omega_C(t_n - t_0')} \mu(t_n - t_0') - \hat{U}_\Pi \sum_n \hat{y}^*(t_n) e^{i\omega_\Pi(t_n)}. \quad (1.7.7)$$

Таким образом оценка времени прихода сигнала осуществляется путем нахождения значения t_0' , минимизирующего функционал (1.7.7).

Рассмотрим частные случаи.

1. Пусть частота сигнала ω_C и частота помехи ω_Π известны. Неизвестны амплитуды \hat{U}_C , \hat{U}_Π и время прихода сигнала t_0' .

В этом случае выражения (1.7.4) – (1.7.5) при учете (1.7.7) (при замене оценок частот сигнала и помехи их истинными значениями) полностью решают задачу фильтрации, результатом которой будет очищенный от помехи входной сигнал.

Процедуру поиска значения t_0' можно представить в следующем виде: у нас есть словарь возможных образов принимаемого сигнала, которые отличаются друг от друга своим положением относительно окна обработки, что отражает формула (1.7.8):

$$Q_m = e^{i\omega_c(t-t_m)} \mu(t-t_m), \text{ где } -T < t_m < T. \quad (1.7.8)$$

Тогда фильтрация сводится к выражению:

$$\hat{x}(t_i) = \hat{y}(t_i) - \frac{1}{T} \frac{\gamma \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega_{\Pi} t} dt - T \hat{R}_m^* \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) Q_m^* dt}{\gamma - T |\hat{R}_m|^2}, \quad (1.7.9)$$

где \hat{R}_m определяется образом сигнала при известной частоте помехи

$$\hat{R}_m = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} e^{i\omega_{\Pi} t} Q_m^* dt.$$

Для осуществления фильтрации необходимо на каждой итерации осуществлять адаптацию к образу сигнала в окне обработки, чтобы точно определить параметры помехи и скомпенсировать ее (адаптация опирается на нахождение минимального значения функционала правдоподобия (1.7.7), истинным является тот образ, что дает самое малое значение функционала правдоподобия). Определив образ сигнала, производится оценка значения помехи в момент времени t_i . Вычитая это значение из исходного сигнала получим результат фильтрации (1.7.9).

Описанный фильтр может быть представлен как адаптивный фильтр, который на каждом шаге фильтрации осуществляет подстройку к образу сигнала. В таком виде структура фильтра (1.7.9) достаточно проста. Она представлена на рисунке (1.7.1)

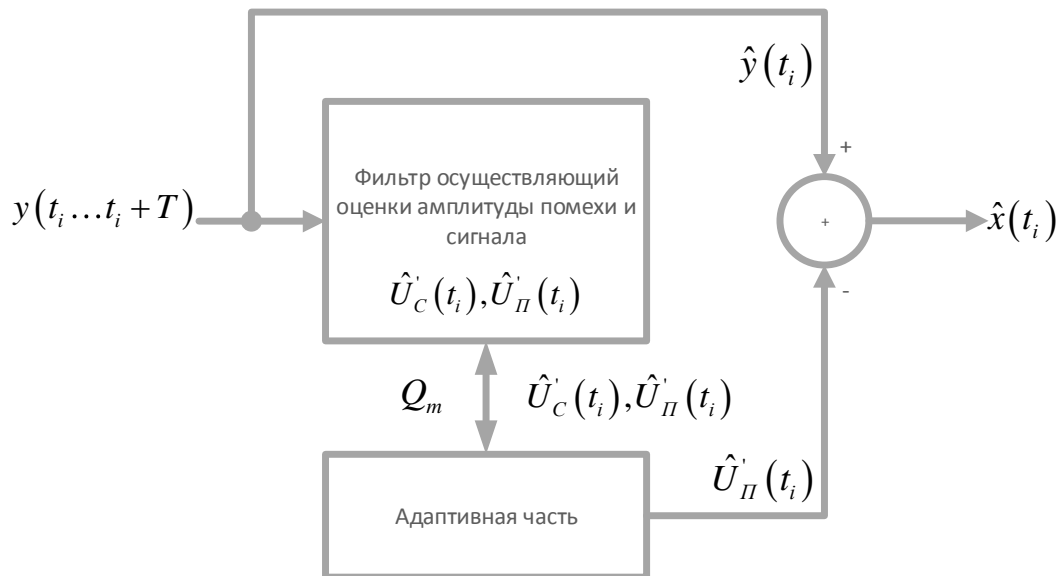


Рисунок 1.7.1 – Схема адаптивного фильтра

Непосредственно сам блок фильтрации работает согласно уравнениям (1.7.4) и производит оценку амплитуд помехи и полезного сигнала при данном образе, выдаваемом

адаптивной частью фильтра. Перебирая образы и оценивая вышеуказанные параметры, адаптивная часть фильтра выбирает решение с минимальной невязкой (1.7.7) и выдает оценку значения помехи в момент времени t_i на сумматор, где происходит вычитание данного значения из исходного сигнала.

Данный фильтр легок в реализации и обладает неплохой производительностью, однако необходимость решения задачи в указанном виде крайне маловероятна, т.к. частота принятой помехи обычно не определена заранее.

2. Пусть частота сигнала ω_c известна, а частота сосредоточенной помехи ω_{Π} неизвестна, так же неизвестны амплитуды сигнала и помехи \hat{U}_c , \hat{U}_{Π} и время прихода сигнала t_0 .

В этом случае выражений (1.7.4) – (1.7.5) + (1.7.7) недостаточно для решения задачи фильтрации помехи.

В данном случае опять необходимо использовать вектор \bar{d} – вектор разности между принятым сообщением \bar{y} и копией сигнала \bar{S} для дополнительного анализа, нацеленного на определение частоты помехи. Мы уже делали это для определения времени t_0 без акцента на сравнение векторов сигналов. Подставим выражения (1.7.4) (заменив оценку частоты сигнала на ее истинное значение) в функционал правдоподобия аналогичный (1.7.2)

$$\Delta_i(t_0', \omega_{\Pi}') = \int_{t_i}^{t_i+T} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_c e^{i\omega_c(t-t_0')} \mu(t-t_0') - U_{\Pi}' e^{i\omega_{\Pi}' t} \right|^2 dt. \quad (1.7.10)$$

Преобразуя (1.7.10), получим выражение аналогичное (1.7.7), но для одновременного определения двух параметров – положения полезного сигнала t_0' относительно окна обработки и частоты помехи ω_{Π}' .

$$\Delta_i(t_0', \omega_{\Pi}') = \int_{t_i}^{t_i+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \hat{U}_c' \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}^*(t) e^{i\omega_c(t-t_0')} \mu(t-t_0') dt - U_{\Pi}' \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}^*(t) e^{i\omega_{\Pi}' t} dt \quad (1.7.11)$$

Функционал правдоподобия (1.7.11) определяет поверхность в двумерном пространстве t_0' , ω_{Π}' . Минимум этой поверхности реализуется в точке $t_0' = t_0$, $\omega_{\Pi}' = \omega_{\Pi}$. При этом $\hat{U}_c' = \hat{U}_c$ и $\hat{U}_{\Pi}' = \hat{U}_{\Pi}$. Минимум поверхности функционала правдоподобия является критерием отбора решений при переборе в (1.7.11) параметров t_0' , ω_{Π}' в области определения.

Структура данного фильтра является сложной. Принятое сообщение $\hat{y}(t)$ на интервале $t_i \div t_i + T$ преобразуется в поверхность функционала $\Delta(t_0', \omega_{\Pi}')$ в соответствии с выражениями (1.7.4) и (1.7.11). Преобразование производится, например, методом перебора параметров t_0' , ω_{Π}' на указанной площадке. Находится минимум поверхности функционала, который

определяет параметры $t_0' = t_0$, $\omega_{II}' = \omega_{II}$, $\hat{U}_C' = \hat{U}_C$ для осуществления фильтрации по формуле (1.7.4) при фиксированных значениях $t_0' = t_0$ и $\omega_{II}' = \omega_{II}$.

3. Пусть неизвестными являются параметры: частота сигнала ω_C , частота помехи ω_{II} , время прихода t_0 , амплитуда сигнала \hat{U}_C и помехи \hat{U}_{II} .

В этом случае зависимость функционала правдоподобия (1.7.11) усложняется – $\Delta(t_0', \omega_{II}', \omega_C')$. Однако структура решения остается прежней. При этом времени для перебора трех параметров для получения поверхности функционала правдоподобия требуется гораздо больше. Время ЭВМ для расчета находится по закону:

$$\Delta t = (\Delta t_0)^n,$$

где n – количество переменных в процедуре перебора, Δt_0 – время расчета функционала правдоподобия в одномерном случае.

Следует отметить, что представленные фильтры максимального правдоподобия относятся к классу адаптивных фильтров. Амплитуда помехи, ее частота, начальная фаза оцениваются в процессе фильтрации на интервале обработки T .

§1.8. Особенности адаптивной фильтрации сложных сигналов на фоне импульсных помех

Рассмотрим особенности фильтрации сигналов на фоне импульсных помех фильтрами максимального правдоподобия. В этом случае в записи принятого сообщения следует учесть время прихода импульса помехи t_{II} и форму ее огибающей $\mu_{II}(t)$, которая предполагается известной:

$$\hat{y}(t) = \hat{U}_C e^{i\omega_C(t-t_0)} \mu(t-t_0) + \hat{U}_{II} e^{i\omega_{II}(t-t_{II})} \mu_{II}(t-t_{II}) + \hat{U}_{ш}(t) \quad (1.8.1)$$

Функционал правдоподобия для i -той итерации будет записан в виде

$$\tilde{L}(\bar{\lambda})_i = \int_{t_i}^{t_i+T} \left| \hat{y}(t) - \hat{U}_C e^{i\omega_C(t-t_0')} \mu(t-t_0') - \hat{U}_{II} e^{i\omega_{II}(t-t_{II})} \mu_{II}(t-t_{II}) \right|^2 dt, \quad (1.8.2)$$

где t_0' – оценка времени прихода полезного сигнала относительно окна обработки, t_{II}' – оценка положения импульса помехи относительно окна обработки.

Коэффициент корреляции между сигналом и помехой будет иметь вид:

$$\hat{R}_i = \frac{1}{T} \int_{t_{II}'}^{t_{II}'+T} e^{i\omega_{II}(t-t_{II}')} e^{-i\omega_C(t-t_0')} \mu^*(t-t_0') \mu_{II}(t-t_{II}') dt, \quad (1.8.3)$$

где следует учесть, что интегрирование в (1.8.3) в действительности ведется по времени пересечения сигнала и помехи, притом, что помеха имеет длительность T_{Π} в окне обработки. Таким образом вектор оцениваемых параметров включает \hat{U}'_C , \hat{U}'_{Π} , t'_0 , t'_{Π} , T'_{Π} , ω'_C , ω'_{Π} . Область функционирования алгоритма определяется условием $|\hat{R}'_i| < 0.9 \forall i$.

Решения уравнений правдоподобия эквивалентные (1.7.4) будут иметь вид:

$$\hat{U}'_{C_i} = \frac{\beta \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_C(t-t'_0)} \mu^*(t-t'_0) dt - T \hat{R}'_i \int_{t'_{\Pi}}^{t'_{\Pi}+T'_{\Pi}} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_{\Pi}(t-t'_{\Pi})} \mu^*(t-t'_{\Pi}) dt}{\gamma \beta - T^2 |\hat{R}'_i|^2} \quad (1.8.4)$$

$$\hat{U}'_{\Pi_i} = \frac{1}{T} \frac{\gamma \int_{t'_{\Pi}}^{t'_{\Pi}+T'_{\Pi}} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_{\Pi}(t-t'_{\Pi})} \mu^*(t-t'_{\Pi}) dt - T \hat{R}'_i \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}(t) e^{-i\omega'_C(t-t'_0)} \mu^*(t-t'_0) dt}{\gamma \beta - T^2 |\hat{R}'_i|^2},$$

где $\gamma = \int_{t_i}^{t_i+T} \mu^2(t-t'_0) dt$ – длительность сложного сигнала в окне обработки,

$$\beta = \int_{t'_{\Pi}}^{t'_{\Pi}+T'_{\Pi}} \mu_{\Pi}^2(t-t'_{\Pi}) dt.$$

Этими выражениями определена технология совместного спектрально-корреляционного анализа.

При переходе к вектору разности \bar{d} между принятым сообщением \bar{y} и вектором копии сигнала \bar{S} , функционал правдоподобия будет иметь вид:

$$\Delta_i(t'_0, t'_{\Pi}, \omega'_{\Pi}, \omega'_C, T'_{\Pi}) = \int_{t_i}^{t_i+T} |\hat{y}(t)|^2 dt - \hat{U}'_C \int_{t_i}^{t_i+T} \hat{y}^*(t) e^{i\omega'_C(t-t'_0)} \mu(t-t'_0) dt - \hat{U}'_{\Pi} \int_{t'_{\Pi}}^{t'_{\Pi}+T'_{\Pi}} \hat{y}^*(t) e^{i\omega'_{\Pi}(t-t'_{\Pi})} \mu_{\Pi}(t-t'_{\Pi}) dt \quad (1.8.5)$$

Поверхность функционала правдоподобия определяется в пятимерном пространстве параметров t'_0 , t'_{Π} , ω'_{Π} , ω'_C , T'_{Π} . Полное решение данной задачи адаптивной фильтрации требует большого количества машинного времени. В связи с этим минимум поверхности функционала правдоподобия (1.8.5) можно определять методами глобальной оптимизации, которые существенно снижают количество машинного времени по сравнению с перебором по сетке.

Выражениями (1.8.4) и (1.8.5) решается задача адаптивной фильтрации сложного сигнала на фоне импульсной широкополосной помехи. Значение модуля коэффициента корреляции между сложным сигналом и помехой позволяет оценить качественно возможность полной

фильтрации помехи. В случае сосредоточенной по частоте помехи ширина спектров сложного сигнала и помехи различаются достаточно сильно. Они отличаются в N раз, где N – количество позиций модулирующей функции. В результате модуль коэффициента корреляции между сигналом и помехой не превышает значения 0.5. Аналогично в случае импульсной помехи с длительностью отдельного импульса $T_{II} \gg T$, спектр сложного сигнала значительно превышает ширину спектра помехи. В результате модуль коэффициента корреляции и в этом случае не превышает значения 0.5. Следовательно, решения в этих двух случаях хорошо обусловлены. Наиболее сложным случаем является случай, когда помеха подобна сигналу. На основании положений §1.5 можно считать, что помеха подобная сигналу может быть отфильтрована в рабочей области, которая определяется интервалом изменений модуля коэффициента корреляции $R = 0 \div 0.9$.

Результаты модельных исследований описанного фильтра представлены во второй главе работы.

§1.9. Методы оптимизации по времени алгоритмов поиска глобального минимума функционала правдоподобия при обработке сложных сигналов

1.9.1 Решение задачи минимизации функционала правдоподобия, основанное на применении глобальной оптимизации

Отдельного рассмотрения требует вопрос о поиске глобального минимума функционала, возникающего в ходе решения задачи оценки параметров сигнала с применением теории оптимального приема. Как было показано, попытка получения оценок максимального правдоподобия для таких параметров сигнала как время прихода или частота неизбежно приводит к необходимости численного поиска минимума функционала правдоподобия, т.к. аналитического решения в данном случае получить не удастся.

Применительно к настоящей работе такая необходимость возникает при решении задачи сверхразрешения двух или более сложных сигналов, при решении задачи фильтрации с целью определения параметров помехи и сигнала. В данном случае размерность пространства поиска равна числу неизвестных параметров. Решение задачи напрямую (путем перебора по фиксированной сетке) хоть и приводит к правильному результату, но является очень ресурсоемким процессом, что приводит к непоправимо долгому времени решения задачи. Время, затрачиваемое на получение решения, можно оценить формулой

$$t = (n \cdot \tau)^N, \quad (1.9.1)$$

где n – число узлов в одномерной сетке, τ – время, затрачиваемое на вычисление функции в одном из узлов сетки, N – размерность пространства поиска.

Особенностью поставленной задачи является сложность минимизируемого функционала, а именно огромное количество локальных минимумов, обусловленных влиянием шумов и структурой самого функционала, сам же глобальный максимум весьма узок, что увеличивает вероятность промаха при использовании алгоритмов глобальной оптимизации. Представленные особенности функционала правдоподобия не позволяют пользоваться популярными алгоритмами локальной минимизации, такими как градиентный спуск, метод Нелдера – Мида, ввиду естественных ограничений, накладываемых спецификой минимизируемой поверхности.

Существует огромное количество алгоритмов глобальной оптимизации, отличающихся принципом действия, скоростью сходимости, чувствительностью к локальным экстремумам и т. п. Огромное разнообразие этих алгоритмов определяется тем, что ни один из них не носит универсальный характер. Так какие-то алгоритмы лучше приспособлены для решения одних задач, а другие для других.

Применение таких популярных алгоритмов как DIRECT [64, 65], ISRES [69, 70], CRS [66, 67, 68] показало их недостаточную эффективность при решении указанной задачи (в процессе тестирования использовались реализации указанных алгоритмов из популярной библиотеки NLOpt), поэтому автором предложен алгоритм CRSM_LGM (контролируемый случайный поиск с локальными и глобальными мутациями).

Данный алгоритм является модификацией алгоритма CRS, предложенного W. L. Price [67, 68]. Базовый алгоритм CRS находит нового потенциального индивида в популяции на основании случайной комбинации n индивидуумов (n – размерность пространства поиска), уже принадлежащих популяции согласно формуле (1.9.2).

$$\bar{P} = 2 * \bar{G} - \bar{R}_m, \quad (1.9.2)$$

где \bar{P} – вектор, задающий положение нового потенциального индивидуума, \bar{G} – вектор, задающий центр масс случайной комбинации выбранных индивидуумов, \bar{R}_m – вектор, задающий положение одного, случайно выбранного индивидуума популяции.

В случае если данный потенциальный индивид лучше самого худшего индивидуума в популяции, то он заменяет его.

Мы добавим в алгоритм процедуру глобальной и локальной мутации для уточнения решения как глобально, так и в окрестности некоего локального минимума.

Работа всегда ведется с наихудшим индивидом в популяции или с новым индивидом, заменившим его в процессе работы базового CRS шага.

Процедуры локальной и глобальной мутации принципиально не отличаются друг от друга, различия в них лишь в степени вносимого в координаты индивида «шума». Шум определен как аддитивный гауссовский со средним значением равным нулю и неким среднеквадратичным отклонением (СКО), определенным пользователем. Стандартно СКО для локальной мутации – 25 минимальных шагов алгоритма, а для глобальной мутации четверть области определения одной из переменных.

После осуществления стандартного CRS шага, мы производим операцию глобальной мутации, причем делаем ее покоординатно, а именно «шатаем» значения одной из координат индивидуума и смотрим на значение его пригодности. Если она улучшилась, то заменяем старого индивида на нового. Так же поступаем для всех остальных координат.

Следующим шагом будет аналогичная процедуре глобальной мутации локальная мутация, призванная улучшить значения особи в окрестности некоего минимума.

Итак, шаг алгоритма CRSM_LGM представляет собой:

- 1) базовый CRS шаг;
- 2) глобальная покоординатная мутация индивида, полученного на предыдущем шаге (или наихудшего индивида в популяции в случае неудачного CRS шага);
- 3) локальная покоординатная мутация индивида, полученного на предыдущем шаге.

Блок схема алгоритма приведена на рисунке 1.9.1.

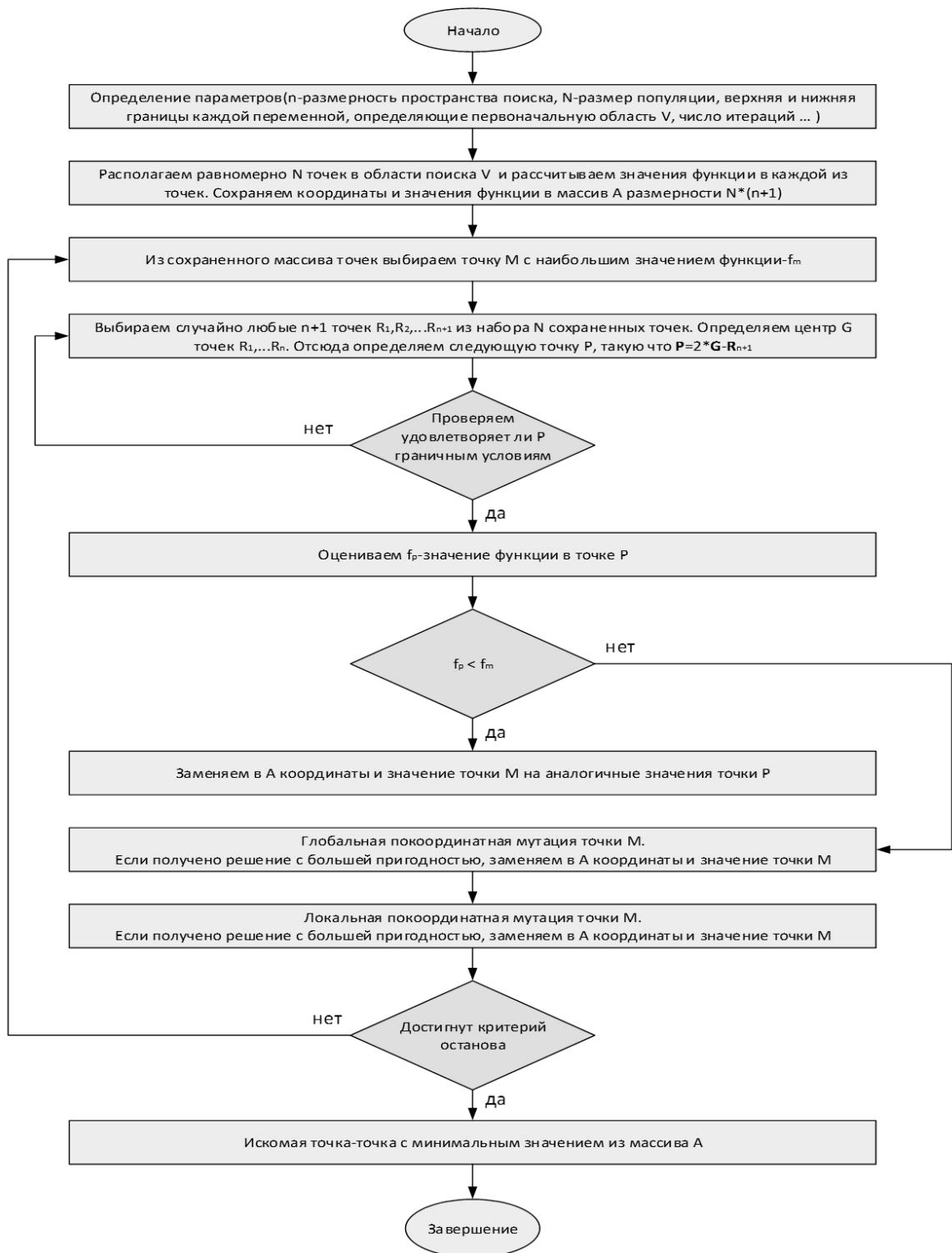


Рисунок 1.9.1 – Блок схема алгоритма CRSM_LGM

1.9.2. Решение задачи минимизации функционала правдоподобия, основанное на применении технологии CUDA

В предыдущем разделе показан алгоритм минимизации функционала правдоподобия, возникающего, например, в процессе решения задачи сверхразрешения нескольких сигналов. В данном разделе предлагается еще один способ решения поставленной задачи, а именно

решение, основанное на применении графических процессоров, что позволяет существенно уменьшить время получения конечного результата.

В настоящем параграфе внимание уделяется функционалам правдоподобия, возникающим в процессе решения задачи разрешения сложных сигналов на примере двумерного случая.

В последнее время все большее число математических расчетов выполняется в параллельном коде. Это позволяет получить существенный выигрыш в производительности алгоритма решения той или иной задачи. Сокращение времени расчетов в пренебрежении накладками на предварительные операции настройки можно выразить формулой

$$\Delta t = t_0 \left(1 - \frac{1}{Q} \right), \quad (1.9.3)$$

где Q – число одновременно исполняемых нитей, t_0 – время выполнения расчета в однопоточном варианте алгоритма.

Два основных направления использования параллельных технологий:

- 1) использование специализированных кластеров, имеющих «на борту» сотни ядер;
- 2) использование графических процессоров (GPU) для неграфических вычислений.

Второй вариант гораздо проще реализовать, т.к. мы жертвуем лишь кроссплатформенностью кода и получаем существенный прирост в производительности, притом, что аппаратная часть при таком подходе занимает совсем немного места, а GPU имеется в наличие на любом компьютере.

Реализация первого варианта требует обязательного наличия специализированного кластера, который не всегда есть в наличии, поэтому акцентируем внимание на втором способе.

Наиболее известной платформой для применения неграфических вычислений на графических процессорах является CUDA. CUDA (*Compute Unified Device Architecture*) – это архитектура параллельных вычислений от NVIDIA, позволяющая существенно увеличить вычислительную производительность благодаря использованию GPU (графических процессоров) [17].

Данная архитектура позволяет запускать большое количество (зависящее от конкретной платформы) параллельных нитей, выполняющих уникальные задачи. Именно этой особенностью мы и воспользуемся для минимизации целевого функционала, возникающего в процессе решения задач, основанных на применении теории оптимального приема.

Так как каждая нить работает независимо от другой параллельной нити, то мы можем использовать эту особенность для одновременного расчета многих значений функционала, а затем лишь останется найти минимум в получившемся массиве.

Рассмотрим основные шаги, необходимые, для организации вычисления минимума функционала с применением параллельных потоков.

Шаг 1. Определяем минимизируемую функцию для вызова с GPU (это наш функционал правдоподобия):

```
__device__ float func_2d(float x, float y),
```

где x и y – входные переменные, функция возвращает значение функционала в указанных точках.

Шаг 2. Реализуем ядро, осуществляющее расчет значений полученной функции с сохранением данных значений в массив (пример для двумерного случая):

```
__global__ void kernel_2d(float *result, uint64_t size_x, uint64_t size_y, float step, float begin_x, float begin_y)
```

```
{
    uint64_t tid = threadIdx.x + blockIdx.x * blockDim.x;
    uint64_t idx = tid % size_x;
    uint64_t idy = tid / size_x;
    if (tid < size_x*size_y)
        *(result + tid) = func_2d (begin_x + step*idx, begin_y + step*idy);
}
```

В данном примере tid – идентификатор запущенной нити, idx – переменная, осуществляющая индексацию вдоль направления x в двумерной сетке, idy – переменная, осуществляющая индексацию вдоль направления y в двумерной сетке, $step$ – шаг сетки, $begin_x$, $begin_y$ – начальные положения узлов сетки для осей x и y соответственно, $size_x$ и $size_y$ – размеры сетки в направлениях x и y , соответственно. Как видно, в данном случае осуществлен переход от двойной индексации к одномерной. Насчитанные значения сохраняются в массив $result$.

Указанная ранее переменная tid , которая идентифицирует номер запускаемого потока, складывается из номера блока $blockIdx.x$ по оси x , $threadIdx.x$ – номера нити в блоке по этой же оси (CUDA поддерживает трехмерную индексацию). Константа $blockDim.x$ указывает максимальное число нитей в одном блоке вдоль заданного направления.

Условие $if (tid < size_x*size_y)$ не дает ядру выйти за пределы массива, т.к. обычно число запускаемых потоков больше размера массив. Квалификатор `__global__` указывает на то, что ядро, будучи вызванным на основной машине (host), будет исполнено на видеоадаптере (device). Используемый ранее квалификатор `__device__` указывает на то, что функция будет вызвана с устройства (device) и выполнена на нем.

Шаг 3. Написание ядра функции, реализующей поиск минимального элемента в массиве насчитанных значений.

```
__global__ void distance_min(float *a, uint64_t size, float *min, uint64_t *pos);
```

В данной функции *a* – входной массив значений, в котором будет осуществлен поиск минимального элемента, *size* – размер входного массива, *min* и *pos* – указатели на значение и положение в массиве минимального элемента, найденного в процессе выполнения данного ядра.

Реализация ядра *distance_min* может иметь вид, представленный ниже.

```
__global__ void distance_min(float *a, uint64_t size, float *min, uint64_t *pos)  
{  
// threadsPerBlock – число потоков, запускаемых в одном блоке  
__shared__ float cache[threadsPerBlock];  
__shared__ uint64_t pos_cache[threadsPerBlock];  
uint64_t tid = threadIdx.x + blockIdx.x * blockDim.x;  
uint64_t cacheIndex = threadIdx.x;  
  
if (tid == 0)  
    *min = CUDART_INF_F;  
  
cache[cacheIndex] = CUDART_INF_F;  
pos_cache[cacheIndex] = 0;  
  
if (tid < size)  
{  
    cache[cacheIndex] = a[tid];  
    pos_cache[cacheIndex] = tid;  
}  
  
// синхронизация всех нитей  
__syncthreads();  
  
uint64_t i = blockDim.x / 2;  
while (i != 0)  
{  
    if (cacheIndex < i)
```



```

    {
        pos_cache[cacheIndex] = pos_min(cache[cacheIndex], cache[cacheIndex +
i],
        pos_cache[cacheIndex], pos_cache[cacheIndex + i]);
        cache[cacheIndex] = minimum(cache[cacheIndex], cache[cacheIndex + i]);
    }
    __syncthreads();
    i /= 2;
}

if (cacheIndex == 0)
    atomicMin(min, cache[0], pos, pos_cache[0]);
}

```

Шаг 4. Осуществляем минимизацию функции.

```

kernel_2d <<< blocks, threadsPerBlock >>> (dev_funcvals, number_x, number_y, step,
begin_x, begin_y);
distance_min <<< blocks, threadsPerBlock >>> (dev_funcvals, number_x*number_y, dev_m,
dev_position);

```

Фигурируемые в скобках <<<◇>>> значения представляют собой параметры запуска ядра: *blocks* – число блоков, задействованных на решение задачи, описанной в ядре, *threadsPerBlock* – число нитей, запущенных на блок. Выбирая *threadsPerBlock* равным некоторому значению, *blocks* можно определить по формуле, указанной ниже:

```

uint64_t threadsPerBlock = 1024;
uint64_t blocks = (number_x * number_y + threadsPerBlock - 1) / threadsPerBlock;

```

где *number* – число узлов в сетке, по которой производится расчет значений функционала.

Искомые значения *x* и *y*, можно выразить следующим образом:

```

float x = ((*host_position % number_x)*step + begin_x);
float y = ((*host_position / number_x)*step + begin_y),

```

где *host_position* – локальная переменная хранящее значение переменной *dev_position*.

Описанная в данной статье процедура поиска минимума функционала позволяет получить существенный прирост в скорости работы приложения, осуществляющего оценку параметров сигнала на основе теории оптимального приема, в то же время, решение, получаемое с помощью описанного алгоритма, является истинным глобальным минимумом, что позволяет снизить ошибки, связанные с промахами при применении каких-либо алгоритмов оптимизации. Кроме того, описанный способ минимизации может быть применен

и к другим задачам, возникающим в радиотехнике и требующим для решения минимизацию некоторой функции.

§1.10. Обработка сложных сигналов с учетом поляризационной структуры

В третьей главе диссертационной работы изложены вопросы экспериментальных исследований возможностей обработки сложных сигналов. Экспериментальные исследования проведены на основе данных, получаемых с помощью станции вертикального зондирования ионосферы «Вектор». Учет поляризационной структуры сложных сигналов, отраженных от ионосферы, определяет технологию обработки. В связи с этим в настоящем параграфе изложены основные представления о поляризации радиоволн, методах обработки. Основное внимание при этом уделено поляризационному разделению эллиптически поляризованных ортогональных магнитоионных компонент.

1.10.1. Основные теоретические представления

Представим кратко основную терминологию, описывающую структуру поляризованных электромагнитных волн, в том числе и в ионосфере.

Термин поляризация электромагнитных волн определяет характер изменения в пространстве вектора напряженности поля \vec{E} электромагнитной волны. Если электрический вектор \vec{E} в каждой точке пространства, занятого волной, совершая колебания, остаётся всё время в одной и той же плоскости, проходящей через направление распространения волны, то поляризацию называют линейной. Если проекция конца вектора \vec{E} на перпендикулярную плоскость описывает окружность, тогда поляризация круговая. В этом случае возможно вращение вектора \vec{E} как по часовой, так и против часовой стрелки.

В общем случае волна характеризуется эллиптической поляризацией. Она описывается в плоскости X, Y двумя выражениями (1.10.1):

$$\begin{aligned} E_x &= E_{x_0} \cos(\omega t + \varphi_{x_0}), \\ E_y &= E_{y_0} \cos(\omega t + \varphi_{y_0}), \end{aligned} \tag{1.10.1}$$

где E_{x_0} и E_{y_0} – амплитуды эллиптически поляризованной волны в направлениях X и Y, $\omega = 2\pi f$ – круговая частота, φ_{x_0} и φ_{y_0} – начальные фазы.

Если исключить частоту и время из выражений (1.10.1), то получим соотношение

$$\left(\frac{E_x}{E_{x_0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y_0}}\right)^2 - \frac{2E_x E_y}{E_{x_0} E_{y_0}} \cos(\varphi_{x_0} - \varphi_{y_0}) = \sin^2(\varphi_{x_0} - \varphi_{y_0}). \quad (1.10.2)$$

Это соотношение описывает эллипс в линейном базисе X, Y (рисунок 1.10.1).

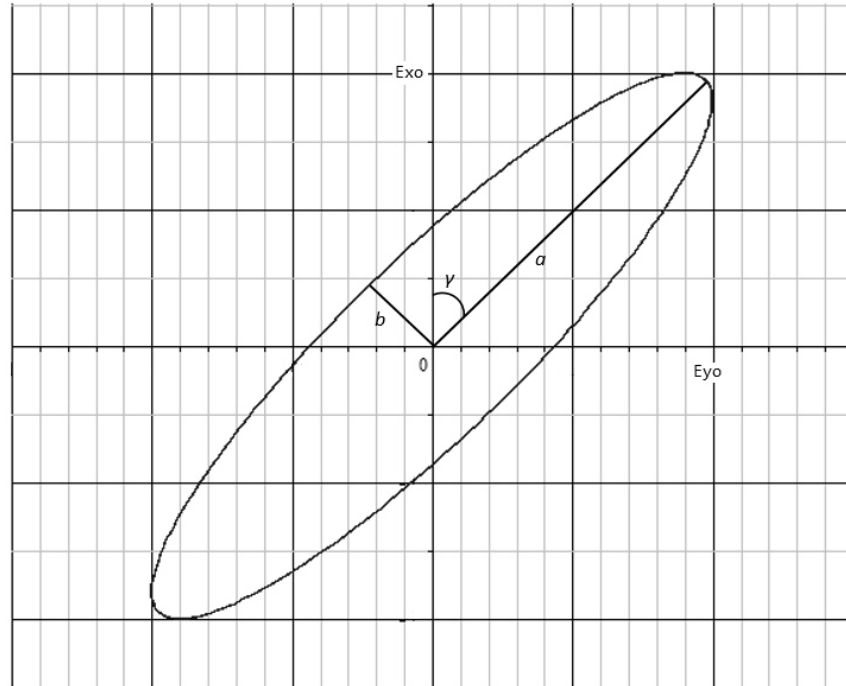


Рисунок 1.10.1 – Эллипс поляризации в линейном базисе X, Y

Он характеризуется следующими параметрами: a – большая полуось эллипса поляризации, b – малая полуось эллипса поляризации, γ - угол ориентации эллипса поляризации в линейном базисе X, Y. Направление вращения вектора напряженности поля электромагнитной волны определяется направлением малой полуоси b .

Согласно (1.10.2) поляризация будет линейной, если $\Delta\varphi = \varphi_{x_0} - \varphi_{y_0} = 0$, тогда

$$\left(\frac{E_x}{E_{x_0}} - \frac{E_y}{E_{y_0}}\right)^2 = 0 \text{ или } \frac{E_x}{E_{x_0}} = \pm \frac{E_y}{E_{y_0}}.$$

В случае $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, получим

$$\left(\frac{E_x}{E_{x_0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y_0}}\right)^2 = 1. \quad (1.10.3)$$

Это уравнение эллипса, большая ось которого располагается вдоль оси X или вдоль оси Y. Если дополнительно $E_{x_0} = E_{y_0}$, то выражение (1.10.3) определяет окружность и поляризация будет круговой.

Запишем комплексный вектор поляризации

$$\hat{q} = \frac{\hat{E}_y}{\hat{E}_x} = qe^{i\delta},$$

где $\delta = \varphi_{y_0} - \varphi_{x_0}$ – фазор вектора поляризации.

Угол ориентации эллипса поляризации определяется выражением

$$\operatorname{tg}(2\gamma) = \frac{2q \cos \delta}{1 - q^2}.$$

Коэффициент эллиптичности K равен

$$K = \frac{b}{a} = \left(\frac{\sin^2 \gamma - q \sin(2\gamma) \cos \delta + q^2 \cos^2 \gamma}{\cos^2 \gamma + q \sin(2\gamma) \cos \delta + q^2 \sin^2 \gamma} \right)^{1/2}.$$

Если $\delta = 0$, то $q = \operatorname{tg} \gamma$ и $K = 0$ – поляризация линейная.

Если $\delta = \frac{\pi}{2}$, то $\gamma = 0$ и $K = \pm q$ – поляризация эллиптическая с большой осью вдоль оси

X или Y.

В связи с анизотропными свойствами ионосферы энергия электромагнитной волны от излучателя разделяется на две составляющие – две магнитоионные компоненты. Отношение энергий магнитоионных составляющих определяется структурой области ионосферы в точке входа лучей в ионосферу. В частности, отношение энергии определяется углом между вектором магнитного поля Земли \vec{H}_0 и волновым вектором \vec{k} . При дальнейшем распространении двух магнитоионных компонент их поляризация может существенно меняться, однако в точку приема приходят две магнитоионные компоненты с предельными поляризационными характеристиками. Они формируются нижней областью ионосферы в точке выхода лучей из ионосферы. Таким образом, структура поляризации ионосферных волн связана с двумя локальными областями ионосферы: нижняя граница ионосферы в точке входа луча в ионосферу и нижняя граница ионосферы в точке выхода луча из ионосферы. Первая область определяет отношение энергии между магнитоионными компонентами при распространении в ионосфере. Вторая область определяет эллипсы поляризации магнитоионных компонент на выходе из ионосферы.

В настоящей работе изложены основы поляризационного разделения эллиптически поляризованных ортогональных магнитоионных компонент с поясняющими иллюстрациями. Алгоритм разделения является новым и оригинальным.

Поляризация обыкновенной и необыкновенной волн при отсутствии поглощения определяются согласно [12] выражением

$$\frac{E_{y_{1,2}}}{E_{x_{1,2}}} = q_{1,2} = -i \frac{2\sqrt{u}(1-\nu)\cos\alpha}{u\sin^2\alpha \mp \sqrt{u^2\sin^4\alpha + 4u(1-\nu)^2\cos^2\alpha}}, \quad (1.10.4)$$

где верхний знак перед корнем относится к обыкновенной волне, а нижний знак к необыкновенной волне, $q_{1,2}$ – коэффициенты поляризации, α – угол между вектором магнитного поля Земли \vec{H}_0 и волновым вектором \vec{k} электромагнитной волны, $\nu = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$, $u = \frac{\omega_H^2}{\omega^2}$, ω – частота поля волны, ω_H – гироскопическая частота электронов, $\omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 N}{m}$, N – концентрация электронов, m – масса электрона. В общем случае, как следует из (1.10.4), волны обоих типов эллиптически поляризованы, причем при отсутствии поглощения оси эллипсов, описываемых концом проекции вектора \vec{E} на плоскость XY, параллельны осям X и Y (оси выбраны таким образом, что магнитное поле лежит в плоскости YZ). Далее легко видеть, что

$$q_1 q_2 = 1.$$

При $\alpha = 0$ имеем $q_1 = -i$, $q_2 = +i$, т.е. обе волны поляризованы по кругу. При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ имеем $q_1 = 0$, $q_2 = -i\infty$, т.е. $E_{x_2} = 0$ и $E_{y_1} = 0$, что соответствует линейной поляризации вектора \vec{E} на плоскость XY.

Поле E_z в волнах определяется формулой (1.10.5) и при выходе из ионосферы обращается в ноль:

$$E_z = -i \frac{2\sqrt{uv}\sin\alpha}{u - (1-\nu) - uv\cos^2\alpha} E_x + \frac{uv\cos\alpha\sin\alpha}{u - (1-\nu) - uv\cos^2\alpha} E_y. \quad (1.10.5)$$

Важным понятием в радиополяриметрии является понятие ортогонально поляризованных электромагнитных волн. Две волны ортогонально поляризованы, если их эллипсы имеют одинаковую форму ($|\hat{q}_1| = |\hat{q}_2|$), большие оси эллипсов взаимно перпендикулярны, а направление вращения противоположны (рисунок 1.10.2).

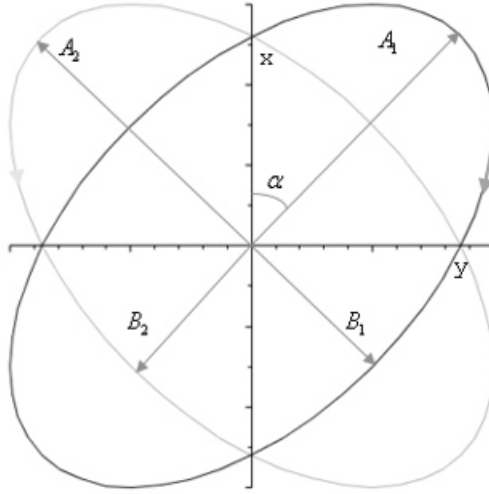


Рисунок 1.10.2 – Ортогонально поляризованные электромагнитные волны (ортогональность понимается в рамках скалярного произведения)

Ортогональность таких волн понимается в рамках скалярного произведения

$$\left(\bar{\hat{E}}_1 \bar{\hat{E}}_2^*\right) = \hat{E}_{x_1} \hat{E}_{x_2}^* + \hat{E}_{y_1} \hat{E}_{y_2}^* = 0. \quad (1.10.6)$$

Согласно рисунку 1.10.2, две эллиптически поляризованные волны в линейном базисе можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{\hat{E}}_1 &= \left(A_1 \cos \alpha e^{i\omega t} - B_1 \sin \alpha e^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}, A_1 \sin \alpha e^{i\omega t} + B_1 \cos \alpha e^{i\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} \right)^T \\ \bar{\hat{E}}_2 &= \left(A_2 \sin \alpha e^{i\omega t} - B_2 \cos \alpha e^{i\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}, -A_2 \cos \alpha e^{i\omega t} - B_2 \sin \alpha e^{i\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)} \right)^T \end{aligned} \quad (1.10.7)$$

Скалярное произведение этих векторов равно нулю:

$$\begin{aligned} \left(\bar{\hat{E}}_1 \bar{\hat{E}}_2^*\right) &= A_1 A_2 \sin \alpha \cos \alpha - A_1 B_2 \cos^2 \alpha e^{i\frac{\pi}{2}} - B_1 A_2 \sin^2 \alpha e^{i\frac{\pi}{2}} \\ &+ B_1 B_2 \sin \alpha \cos \alpha e^{i\pi} - A_1 A_2 \sin \alpha \cos \alpha - A_1 B_2 \sin^2 \alpha e^{i\frac{\pi}{2}} \\ &- B_1 A_2 \cos^2 \alpha e^{i\frac{\pi}{2}} - B_1 B_2 \sin \alpha \cos \alpha e^{i\pi} = 0. \end{aligned} \quad (1.10.8)$$

1.10.2. Метод поляризационного разрешения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями

Как было показано в §1.6, рабочая область для алгоритма разделения сигналов, основанного на применении теории оптимального приема определяется степенью перекрытия

двух сигналов, что математически формулируется заданием допустимого диапазона для коэффициента корреляции двух сигналов: $|\hat{R}| = 0 \div 0.9$.

В случае приема сигналов, имеющих разную поляризацию представляется возможным их полное разделение, однако, приемная аппаратура усложняется за счет необходимости наличия двух приемных антенн.

В настоящем параграфе описан алгоритм полного поляризационного разделения двух эллиптически поляризованных волн, применительно к задаче вертикального зондирования ионосферы.

В настоящее время основным способом разделения О и Х волн является использование пары ортогонально-ориентированных антенн в направлениях Х и Y с применением предположения о круговом характере поляризации принятых волн [71]. Эти волны с амплитудами E_o и E_e создадут на выходе антенн сигналы

$$\begin{aligned} E_x &= E_o \cos \omega t + E_e \cos(-\omega t) = E_o \cos \omega t + E_e \cos \omega t, \\ E_y &= E_o \sin \omega t + E_e \sin(-\omega t) = E_o \sin \omega t - E_e \sin \omega t. \end{aligned} \quad (1.10.9)$$

Для разделения обыкновенной и необыкновенной волн необходимо внести фазовый сдвиг $\varphi = 90^\circ$ в любой из этих сигналов, например, в E_x :

$$\begin{aligned} E'_x &= E_o \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + E_e \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -E_o \sin \omega t - E_e \sin \omega t, \\ E''_x &= E_o \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + E_e \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = E_o \sin \omega t + E_e \sin \omega t. \end{aligned} \quad (1.10.10)$$

Сложение E_y и E''_x выделит обыкновенную волну, а E_y и E'_x необыкновенную:

$$\begin{aligned} E_o &= E_y + E''_x = 2E_o \sin \omega t, \\ E_x &= E_y + E'_x = -2E_e \sin \omega t. \end{aligned} \quad (1.10.11)$$

Данный способ разделения О и Х волн подходит исключительно для циркулярно-поляризованных волн. В случае приема эллиптически поляризованных волн данный способ не подходит.

В общем случае на выходе из ионосферы волна имеет эллиптическую поляризацию [28]. Опишем разработанный способ разделения таких волн.

Данный способ основан на использовании двух линейных взаимно ортогональных вибраторов. Введем систему координат вдоль их осей. В этом случае большие оси эллипсов поляризации принимаемых ионосферных волн будут располагаться под углами α и $\pi/2 - \alpha$ к оси Х (рисунок 1.10.2).

Выражения для волн, принимаемых антенной запишем в виде

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \varphi_1) \\ q \sin(\omega t + \varphi_1) \end{pmatrix} + A_2 \begin{pmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha \\ -\cos \alpha & -\sin \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \varphi_2) \\ q \sin(\omega t + \varphi_2) \end{pmatrix}, \quad (1.10.12)$$

где $q = \frac{B_1}{A_1}$.

Для разделения магнитоионных компонент нужно произвести следующие действия:

I. Повернуть систему координат на угол α , с помощью матрицы поворота

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \text{ получим}$$

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \varphi_1) \\ q \sin(\omega t + \varphi_1) \end{pmatrix} + A_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \varphi_2) \\ q \sin(\omega t + \varphi_2) \end{pmatrix}. \quad (1.10.13)$$

II. Добавить к сигналу E'_y фазу $\varphi = \pi/2$:

$$\begin{pmatrix} E''_x \\ E''_y \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \varphi_1) \\ q \cos(\omega t + \varphi_1) \end{pmatrix} + A_2 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin(\omega t + \varphi_2) \\ q \sin(\omega t + \varphi_2) \end{pmatrix}. \quad (1.10.14)$$

III. Повернуть систему координат на угол $\beta = \arctg(q)$ с помощью матрицы поворота

$$B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}, \text{ получим}$$

$$\begin{pmatrix} E'''_x \\ E'''_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)(\cos \beta + q \sin \beta) \\ A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)(\cos \beta + q \sin \beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \sqrt{1+q^2} \cos(\omega t + \varphi_1) \\ A_2 \sqrt{1+q^2} \sin(\omega t + \varphi_2) \end{pmatrix}, \quad (1.10.15)$$

где E'''_x и E'''_y представляют собой разделенные магнитоионные компоненты.

Недостатком данного алгоритма является необходимость априорной определенности параметров α и β .

Построим адаптивный алгоритм для решения этой же задачи в условиях полной априорной неопределенности параметров поляризации принятых сигналов, осуществляющий поиск решения путем минимизации ошибки

$$\varepsilon = \sqrt{\sum (\hat{K}[X]_i - A_1 \hat{K}[M(t-t_1)]_i)^2 + \sum (\hat{K}[Y]_i - A_2 \hat{K}[M(t-t_2)]_i)^2}, \quad (1.10.16)$$

где \hat{K} – оператор получения модуля ненормированной корреляционной функции, A_1, A_2 – амплитуды принятых сигналов в разделенных по поляризации реализациях X и Y, t_1, t_2 – времена прихода ионосферных сигналов, $M(t)$ – образ излучаемого сигнала единичной амплитуды.

Поверхность функционала (1.10.16) гладкая в окрестности точки глобального минимума, что позволяет использовать какой-либо метод локальной минимизации для поиска параметров поляризации сигналов, например, можно использовать алгоритм Нелдера-Мида.

Глава 2. Результаты модельных исследований возможностей обработки сигналов с большой базой

§2.1. Потенциальные возможности решения задачи обнаружения сигналов на основе М-последовательностей с предварительной корреляционной обработкой и с оценкой дисперсии шума в принятом сообщении

В §1.3 изложены основы решения задачи обнаружения сложного сигнала с предварительной корреляционной обработкой, позволяющей оценить параметры сигнала и использовать их при определении порогового уровня. Представим с помощью модельных расчетов возможности обнаружения сигнала в соответствии с теоретическими положениями §1.3. Для модельных расчетов используем сигнал на основе 16-позиционной М-последовательности. Параметры сигнала следующие: амплитуда $U_0 = 2.0 В$, начальная фаза $\varphi_0 = 30^\circ$, рабочая частота $f_0 = 465 кГц$, интервал между отсчетами $\Delta t = 0.2 мкс$, количество отсчетов на одну позицию сигнала $N_2 = 150$, количество отсчетов во всем сигнале $N = 2400$, длительность одной позиции $\tau = 30 мкс$, длительность сложного сигнала $T = 480 мкс$. На рисунке 2.1.1 показана модулирующая последовательность, содержащая 16 позиций с кодом 1100010001001011.

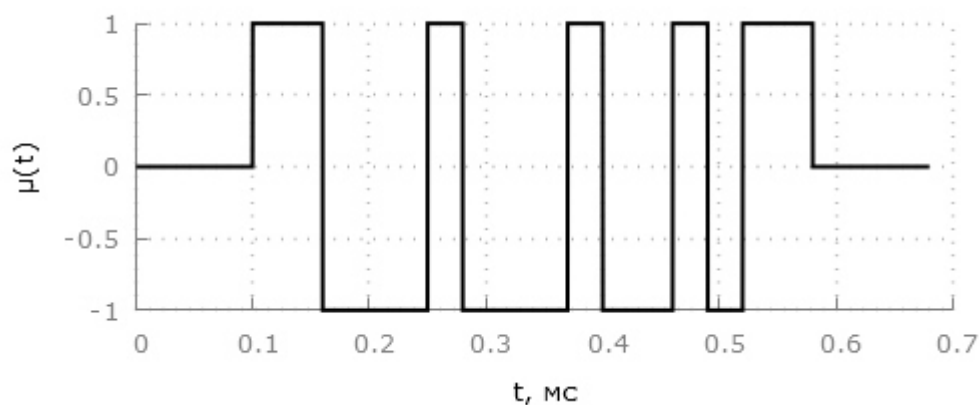


Рисунок 2.1.1 – Модулирующая 16-ти позиционная последовательность

На рисунке 2.1.2 показано принятое сообщение, содержащее сигнал на основе 16-позиционной М-последовательности. Белым цветом отмечена модулирующая М-последовательность.

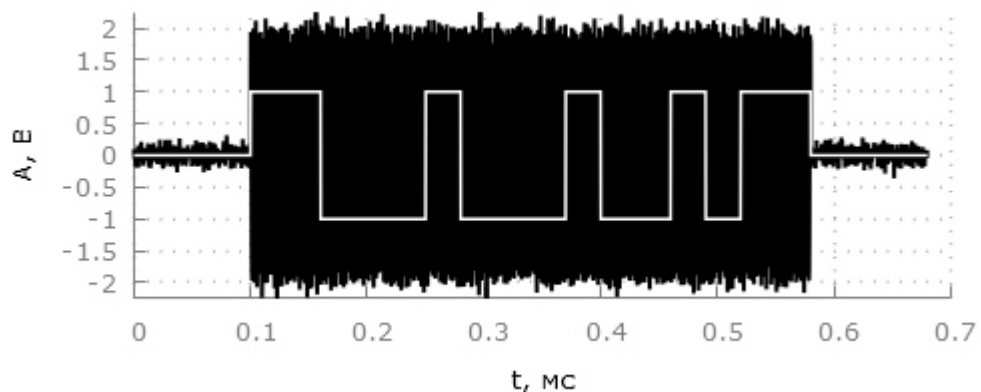


Рисунок 2.1.2 – Принятое сообщение с шумом. Белым цветом отображена модулирующая M-последовательность. Амплитуда сигнала равна 2.0 В, дисперсия шума – 0.1 В

На рисунке 2.1.3 показан модуль, а на рисунке 2.1.4 косинусная составляющая корреляционной функции (свертки с образом полезного сигнала) сложного сигнала, изображенного на рисунке 2.1.2.

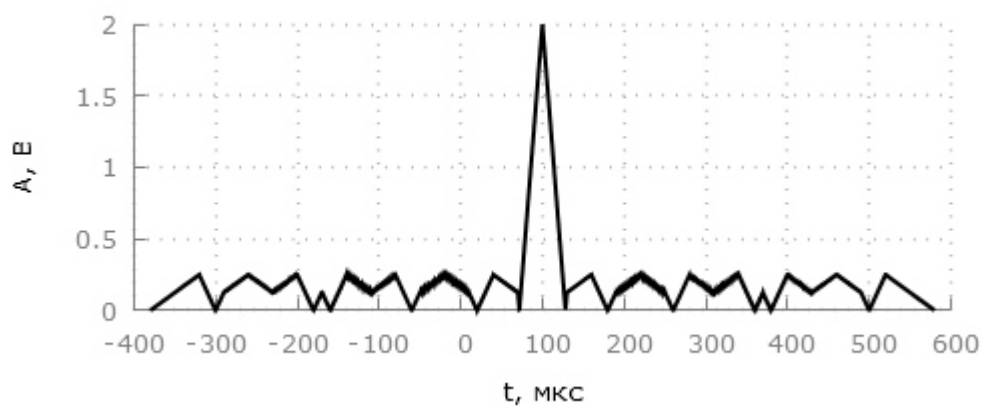


Рисунок 2.1.3 – Модуль корреляционной функции сигнала на основе 16-ти позиционной M-последовательности

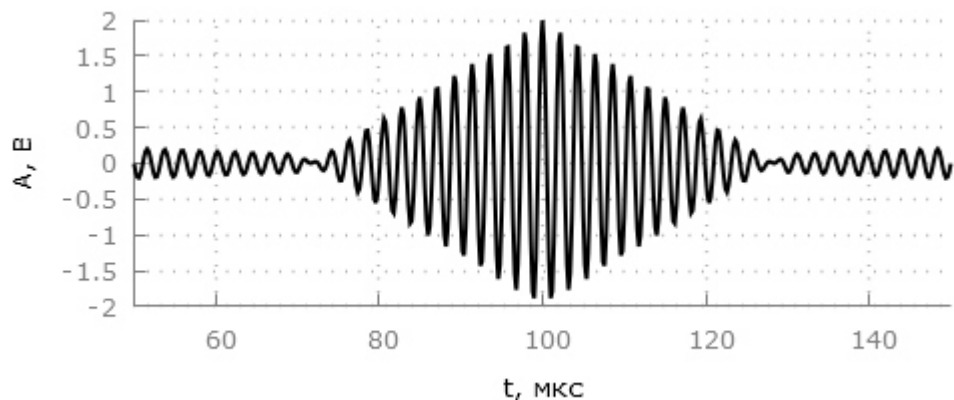


Рисунок 2.1.4 – Косинусная составляющая корреляционной функции сложного сигнала

Полуширина корреляционной функции определяется длительностью одной позиции М-последовательности (30 мкс). Значение максимума определяет амплитуду сигнала. Косинусная и синусная составляющие корреляционной функции определяют начальную фазу сигнала. Положение максимума модуля корреляционной функции определяет время прихода сигнала. На рисунке 2.1.5 показан функционал правдоподобия для сигнала, изображенного на рисунке 2.1.2.

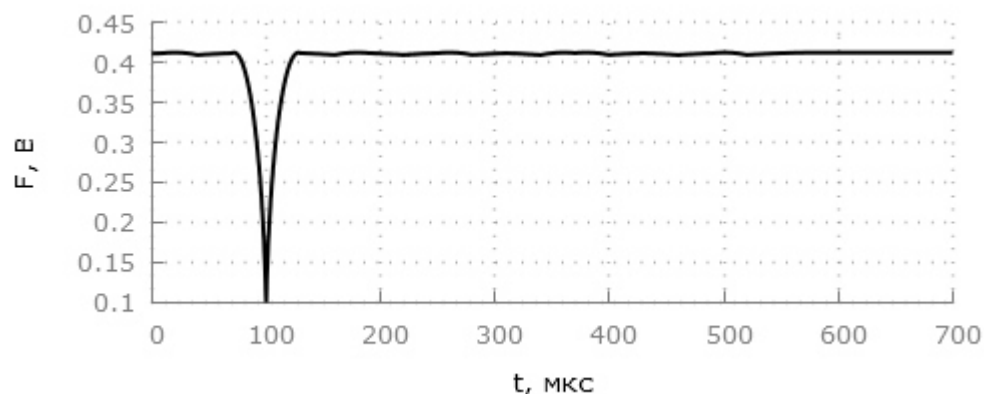


Рисунок 2.1.5 – Функционал правдоподобия. Его минимум определяет время прихода сложного сигнала. Значение минимума функционала правдоподобия определяет дисперсию шума в принятой реализации. Боковые лепестки практически отсутствуют

Его возможности в оценке параметров следующие: минимум функционала правдоподобия определяет время прихода сигнала и комплексную амплитуду (посредством выражений (1.3.4)), значение минимума функционала правдоподобия определяет дисперсию шума в принятой реализации, его боковые лепестки практически отсутствуют, верхний уровень связан с энергией сигнала и дисперсией шума $E_c + \sigma^2$. На рисунке 2.1.6. показана возможность оценки дисперсии шума в принятой реализации по значению минимума функционала правдоподобия.

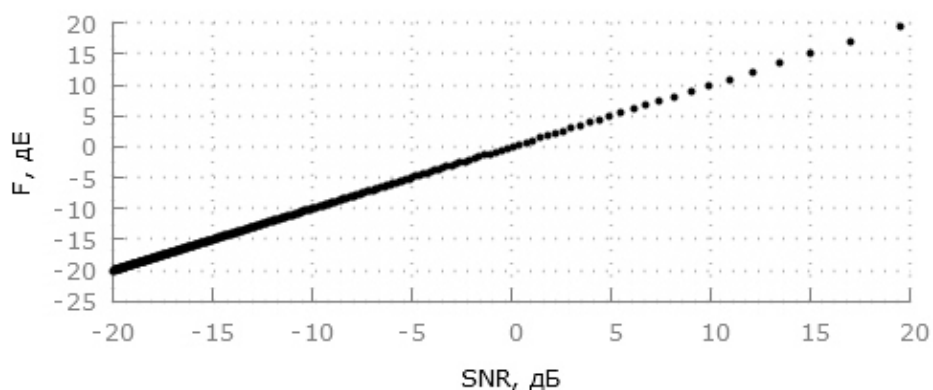


Рисунок 2.1.6 – Зависимость дисперсии шума, оцененной по минимуму функционала правдоподобия от заданной в модели дисперсии шума. Зависимость линейная на интервале изменений отношений сигнал/шум $-20 \text{ дБ} \div 20 \text{ дБ}$

На интервале изменения отношения сигнал/шум от -20 дБ до 20 дБ отмечается линейная зависимость.

В результате корреляционной обработки принятого сообщения (амплитуда сигнала равна 0.44 В , дисперсия шума 3.16 В) отмечаются (рисунок 2.1.7) шумовые максимумы и сигнальный максимум.

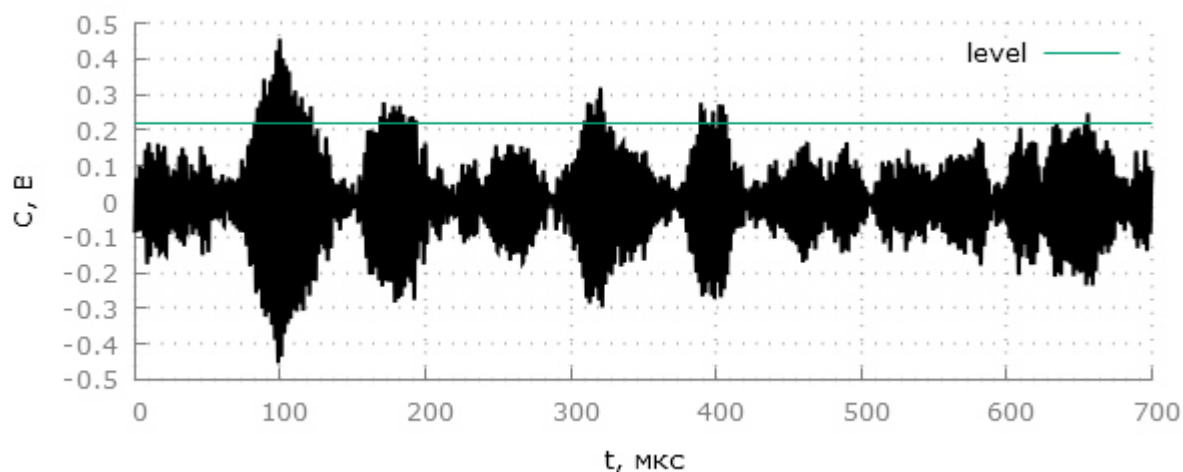


Рисунок 2.1.7 – Корреляционная обработка сигнала (амплитуда сигнала равна 0.44 В , дисперсия шума 3.16 В). Отмечаются шумовые максимумы и сигнальный максимум. Сигнальный максимум отмечается в момент времени 100 мкс . Пороговый уровень установлен по СКО шума в принятой реализации. Вероятность превышения шума равна 0.01

Шумовые максимумы обусловлены действием корреляционного фильтра в отсутствие сигнала. Сигнальные максимумы представляют собой суперпозицию сигнала и шума. Статистика как сигнальных, так и шумовых максимумов задается нормальным

распределением с дисперсией $\sigma_1^2 = \frac{2\sigma^2}{N}$, где N - количество некоррелированных отсчетов шума на интервале длительности сигнала T , σ^2 - дисперсия шума в принятой реализации. В модели задано значение $\sigma = 3.16 B$, амплитуда сигнала $A = 0.44 B$. В результате корреляционной обработки значение σ_1 меньше σ в $\sqrt{\frac{N}{2}} \approx 35$ раз ($\sigma_1 \approx 0.1$). Пороговый уровень выставлен в соответствии с выражением (1.3.13) – $\Phi^{-1}(C = 0.01) = 0.22$. Особенностью является то, что этот пороговый уровень определяется двумя параметрами: σ_1 (среднеквадратичное отклонение шума) и принятым уровнем вероятности ложной тревоги C .

Вероятность ложной тревоги определяет вероятность превышения порогового уровня шумовыми максимумами. При уменьшении вероятности ложной тревоги пороговый уровень увеличивается. Информация об амплитуде сигнала учитывается следующим образом: если амплитуда сигнала $U_c = 2h$, тогда сигнал обнаруживается с вероятностью обнаружения $P_{обн.} = 1 - C$; если амплитуда сигнала $U_c > 2h$, то вероятность обнаружения увеличивается; если $U_c < 2h$, то вероятность обнаружения уменьшается за счет увеличения вероятности пропусков сигнала.

На рисунке 2.1.7 амплитуда сигнала равна $U_c \approx 2h$, следовательно, вероятность обнаружения равна $P_{обн.} \approx 0.99$. Это утверждение качественно подтверждается статистикой, приведенной на рисунке 2.1.8.

На этом рисунке представлены две гистограммы, полученные по 100 тысячам независимых реализаций. Первая гистограмма является гистограммой шума, определенной в области, где нет сигнала. Вторая гистограмма является гистограммой шума в области сигнала при $t_1 \approx 100 \text{ мкс}$ (с учетом поправки на фазу сигнала). Пороговый уровень отмечен вертикальной линией ($h = 0.22$). Вероятность обнаружения сигнала по данным рисунка 2.1.8 составляет около 99%.

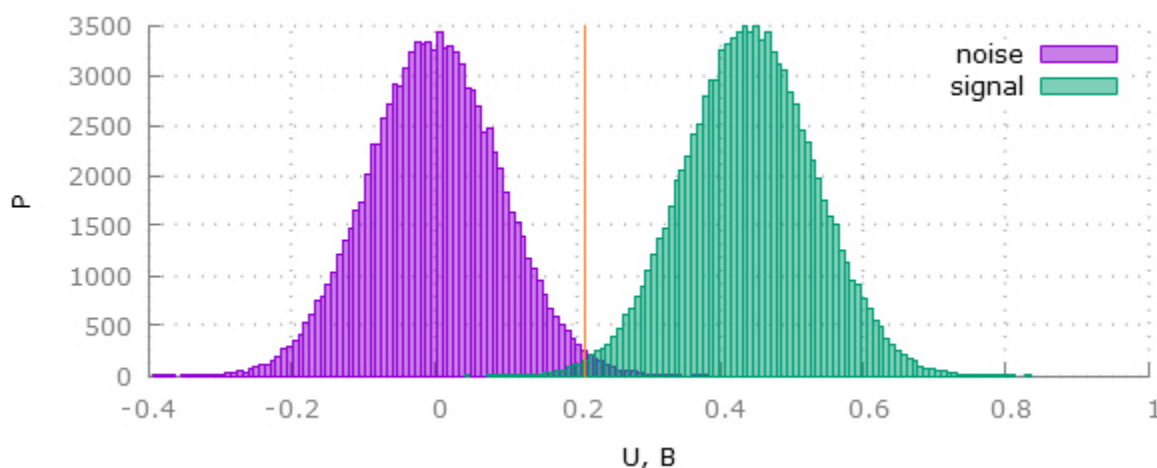


Рисунок 2.1.8 – Гистограмма шума, полученная вне области сигнала и гистограмма сигнала с шумом. Пороговый уровень равен 0.22 В. Амплитуда сигнала равна 0.44 В. СКО шума после преобразования равно 0.1 В. Гистограммы построены по 100 тысячам независимых реализаций

Таким образом, в настоящем параграфе представлена методика решения задачи обнаружения сигнала после предварительной корреляционной обработки принятого сообщения на модельных данных. Пороговый уровень устанавливается исходя из оценки дисперсии шума. При амплитуде сигнала превышающей двойной пороговый уровень вероятность обнаружения сигнала превышает заявленный уровень $P_{обн.} \geq 1 - P_{л.тр.}$.

§2.2. Статистика оценок параметров сложных сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия

В §1.4 изложены основные положения теории для решения задачи оценки параметров сложных сигналов. В настоящем параграфе приведем зависимости оценок получаемых решений от отношения сигнал/шум для M-последовательностей. В модельных расчетах принято следующее: амплитуда сигнала $U_0 = 2.0 В$, начальная фаза $\varphi_0 = 30^\circ$, рабочая частота $f_0 = 465 кГц$, интервал между отсчетами $\Delta t = 0.2 мкс$, количество отсчетов на одну позицию сигнала $N_2 = 150$, количество отсчетов во всем сигнале $N = 2400$, длительность одной позиции $\tau = 30 мкс$, длительность сложного сигнала $T = 480 мкс$. Оценки параметров определяются в минимуме преобразованного функционала правдоподобия, однако для случая одного сигнала данные оценки эквивалентны оценкам, определенным по выражению (1.4.4),

описывающему корреляционную обработку сложных сигналов. Оцениваются амплитуда, начальная фаза, время прихода сложного сигнала.

Модулирующая последовательность и принятое сообщение показаны на рисунке 2.1.1 и 2.1.2. Модуль корреляционной функции показан на рисунке 2.1.3. Функционал правдоподобия (рисунок 2.1.5) приведен к виду, при котором минимум функционала определяет СКО шума в принятой реализации.

На рис 2.2.1 представлена зависимость СКО оценок амплитуды сложного сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации.

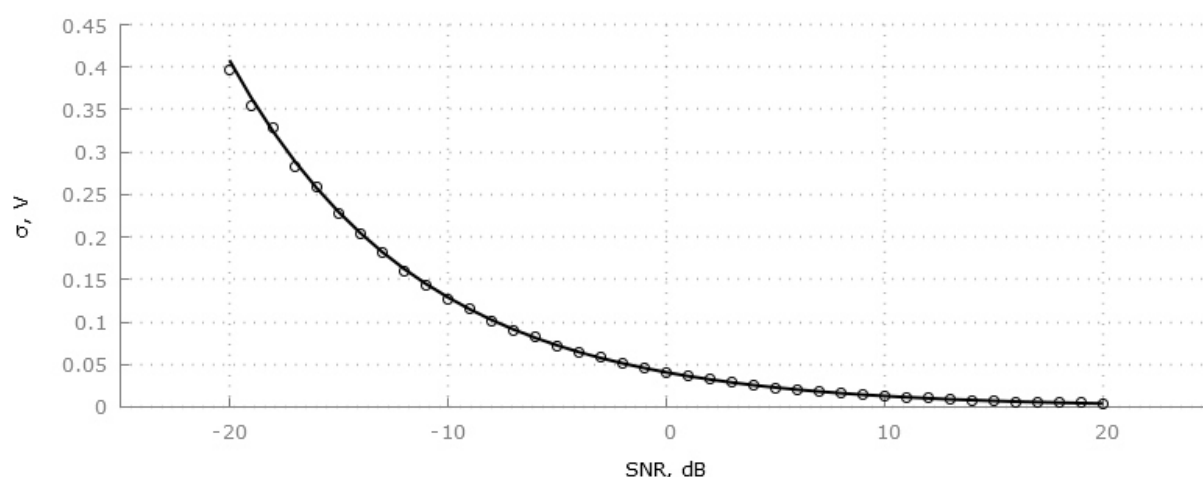


Рисунок 2.2.1 – Зависимость СКО оценок амплитуды сложного сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации. Линией представлена зависимость СКО оценок амплитуды сигнала, определенная по выражению Рао – Крамера, точками представлены значения, полученные по модельному сигналу

Линией представлено среднеквадратичное отклонение амплитуды сигнала, определенное в соответствии с выражением Рао-Крамера:

$$\sigma_U = \frac{\sigma}{\sqrt{N/2}}, \quad (2.2.1)$$

где σ – СКО шума в принятой реализации, σ_U – СКО шума после корреляционной обработки.

Рисунок 2.2.1 демонстрирует хорошее качественное и количественное соответствие теории и модельных расчетов.

На рисунке 2.2.2 показана зависимость СКО оценок времени прихода сложного сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации.

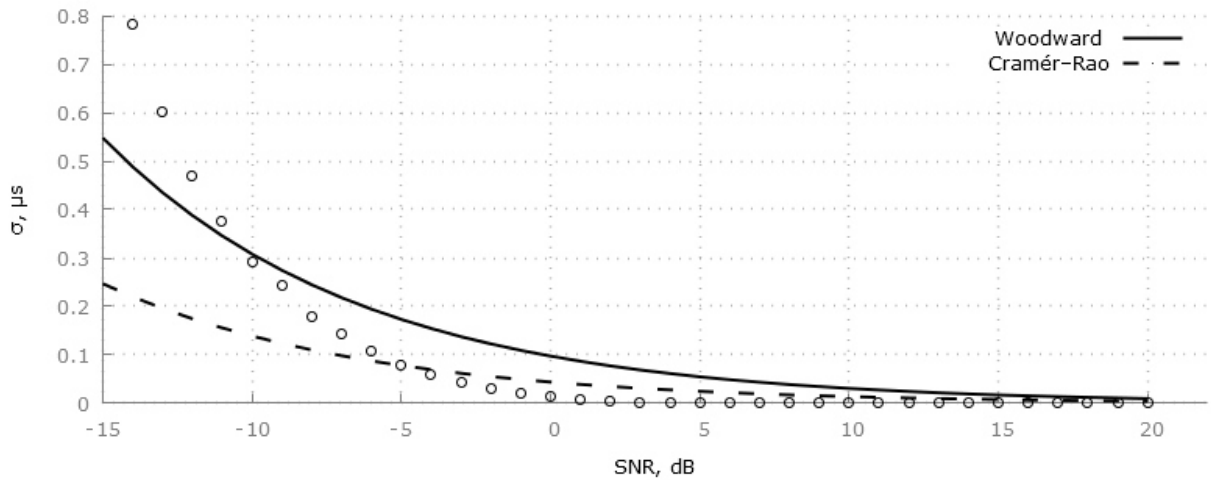


Рисунок 2.2.2 – Зависимость СКО оценок времени прихода сложного сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации. Представлены две теоретические зависимости СКО времени прихода сигнала: по выражению Рао-Крамера и по выражению Вудворда

На рисунке линиями представлены две теоретические зависимости. Первая определяет СКО времени прихода по формуле Вудворда – по максимуму огибающей корреляционной функции:

$$\sigma_{t_0} = \frac{\sigma\tau}{\pi U_0} \sqrt{\frac{1}{2N}}, \quad (2.2.2)$$

где τ – полуширина корреляционной функции, N – количество некоррелированных отсчетов на длительности T сложного сигнала, σ – СКО шума в принятой реализации.

Вторая теоретическая зависимость определяет СКО времени прихода по формуле Рао-Крамера:

$$\sigma_{t_0} = \frac{\sigma}{U_0\omega_0} \sqrt{\frac{2}{N}}, \quad (2.2.3)$$

где ω_0 – несущая круговая частота. Данная оценка времени прихода связана с высокочастотным заполнением корреляционной функции и явно зависит от несущей частоты ω_0 . Эта оценка не связана с длительностью сигнала. Она лучше оценивает время прихода сложного сигнала при больших отношениях сигнал/шум (более -5 дБ).

При отношении сигнал/шум менее -5 дБ статистика времени прихода сложного сигнала существенно отличается от указанных теоретических зависимостей.

На рисунке 2.2.3 показана зависимость СКО оценок начальной фазы сложного сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации.

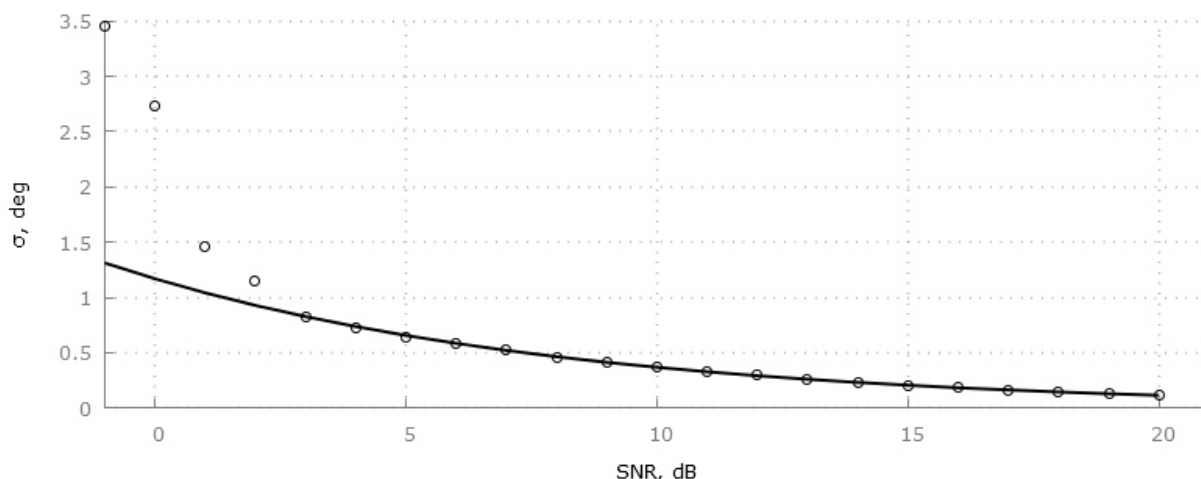


Рисунок 2.2.3 – Зависимость СКО оценок начальной фазы сложного сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации. Представлена кривая СКО начальной фазы сигнала по Рао-Крамеру

Представлена зависимость среднеквадратичного отклонения начальной фазы, рассчитанная по выражению Рао-Крамера:

$$\sigma_{\varphi_0} = \frac{\sigma}{U_0} \sqrt{\frac{2}{N}}. \quad (2.2.4)$$

В области менее 0 дБ отношения сигнал/шум отмечаются значительные отклонения оценок начальной фазы сигнала от теоретической зависимости (2.2.4). Они связаны с тем, что время прихода в этих точках оценивается неточно. Это и приводит к дополнительной погрешности начальной фазы. Дисперсия начальной фазы определяется выражением:

$$D_{\varphi}^{\prime} = D_{\varphi} + wD_{t_0}. \quad (2.2.5)$$

Возможность оценивать СКО шума в принятом сообщении по минимуму преобразованного функционала правдоподобия позволяет получать оценки дисперсий параметров Рао – Крамера, т.к. выражения для дисперсий параметров Рао – Крамера сигнала (§1.4) содержат в себе дисперсию шума.

Ниже представлены зависимости СКО оценок параметров сигнала от СКО шума на выходе корреляционного фильтра (1.4.4), значение которого с точностью до мультипликативной константы $\sqrt{\frac{2}{N}}$ равно значению минимума функционала правдоподобия, который дает оценку СКО шума в принятой реализации.

На рисунке 2.2.4 показана зависимость СКО оценок амплитуды сложного сигнала в зависимости от СКО шума на выходе корреляционного фильтра (1.4.4), оцененного по минимуму функционала правдоподобия.

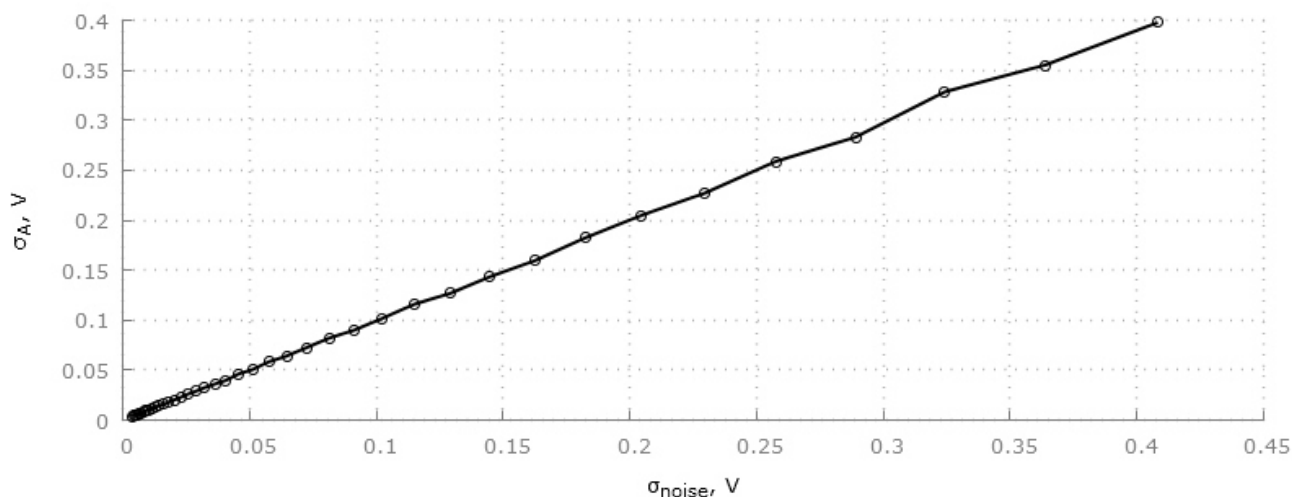


Рисунок 2.2.4 – Зависимость СКО оценок амплитуды сложного сигнала от СКО шума на выходе корреляционного фильтра (1.4.4), оцененного в минимуме функционала правдоподобия

Как видно из рисунка 2.2.4, определенные по модельным данным значения СКО амплитуды качественно и количественно соответствуют теоретическим значениям $CKO(U_c) = \sigma_{noise}$, где σ_{noise} – шум на выходе корреляционного фильтра (1.4.4). Следовательно, по значению СКО шума в принятом сообщении, оцененному в минимуме функционала правдоподобия, вполне возможно оценить дисперсию амплитуды в принятом сообщении.

На рисунке 2.2.5 показана зависимость СКО оценок времени прихода сложного сигнала в зависимости от СКО шума в принятой реализации после корреляционной обработки.

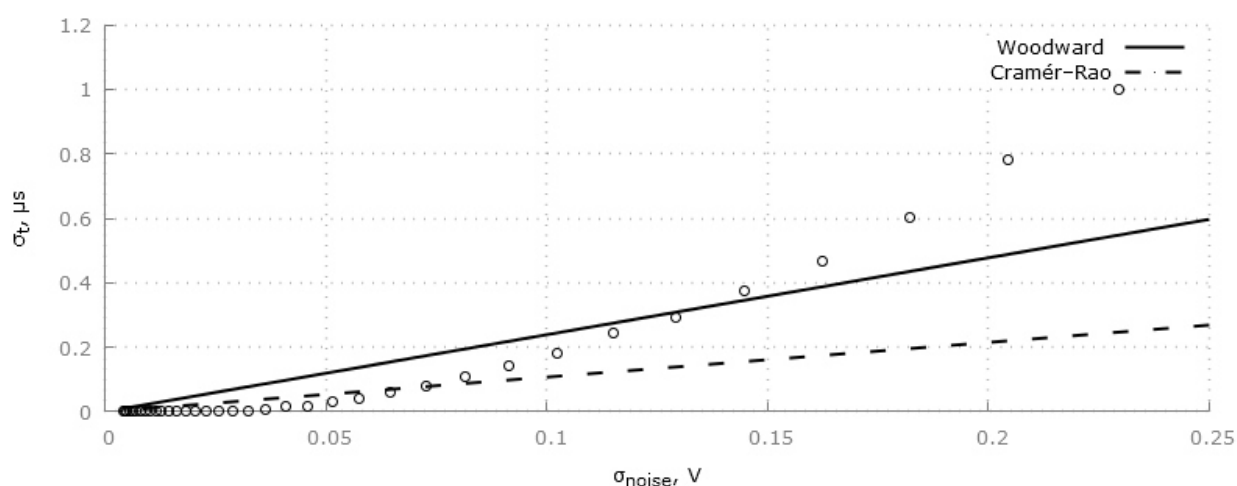


Рисунок 2.2.5 – Зависимость СКО оценок времени прихода сложного сигнала от СКО шума на выходе корреляционного фильтра (1.4.4). На рисунке также определены зависимости СКО времени прихода по Вудворду и по Рао – Крамеру

Линиями представлены оценки СКО времени прихода, рассчитанные по формуле Вудворда и формуле Рао-Крамера. При малых значениях СКО шума на выходе корреляционного фильтра (1.4.4) (менее 0.075) более адекватной является оценка СКО времени прихода по Рао-Крамеру. Таким образом, оценка дисперсии в принятой реализации может быть заменена теоретической оценкой дисперсии времени прихода.

Аналогичное построение для начальной фазы сложного сигнала представлено на рисунке 2.2.6.

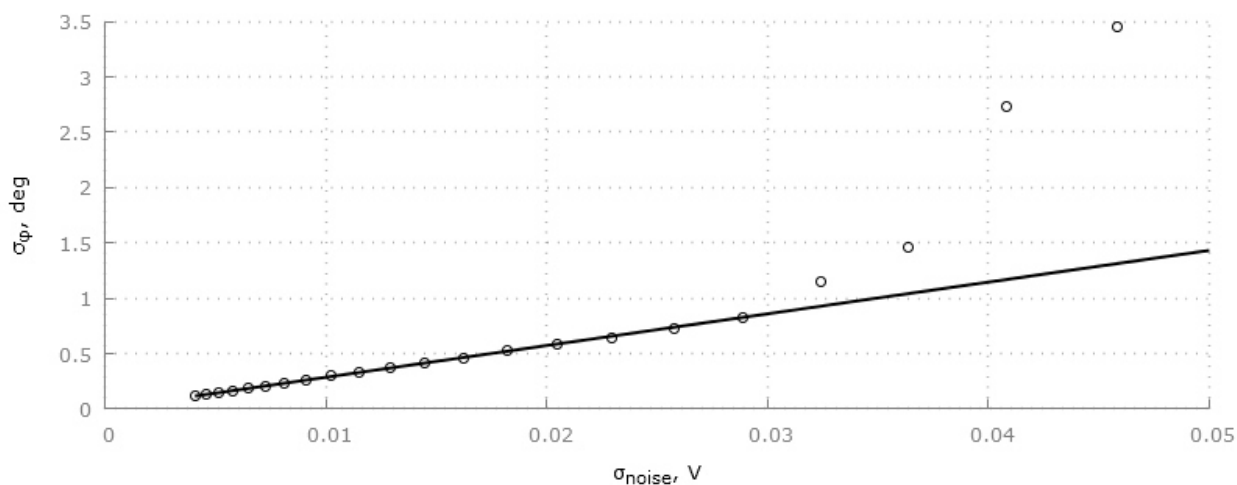


Рисунок 2.2.6 – Зависимость СКО оценок начальной фазы сложного сигнала от СКО шума на выходе корреляционного фильтра (1.4.4). На рисунке также определена зависимость СКО начальной фазы по Рао – Крамеру

Как показывает рисунок 2.2.6 СКО оценок начальной фазы сопоставимы с СКО начальной фазы, рассчитанными по выражению Рао-Крамера при малых значениях шума.

Таким образом, уравнения правдоподобия позволяют дать оценки основным параметрам сложного сигнала по принятой реализации. Дополнительно минимум функционала правдоподобия, связанный с вектором разности \bar{d} между принятым сообщением \bar{y} и вектором копии сигнала \bar{S} , дает возможность оценить дисперсии параметров.

§2.3. Статистика оценок параметров ЛЧМ-сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия

Приведем результаты модельных исследований сигналов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ-сигналов). ЛЧМ-сигналы имеют ряд особенностей при обработке и требуют отдельного рассмотрения. Параметры сигнала, принятые в модельных расчетах

следующие: амплитуда $U_0 = 2.0 \text{ В}$, начальная фаза $\varphi_0 = 30^\circ$, начальная частота $f_0 = 450 \text{ кГц}$, девиация частоты $\Delta f_0 = f_k - f_0 = 50 \text{ кГц}$, длительность сигнала $T = 0.48 \text{ мс}$, интервал дискретизации $\Delta t = 0.2 \text{ мкс}$, время прихода ЛЧМ-сигнала $t_0 = 0.1 \text{ мс}$. Для обработки ЛЧМ-сигналов используются выражения, приведенные в §1.4.

На рисунке 2.3.1. показан ЛЧМ-сигнал, содержащийся в принятой реализации при отношении сигнал/шум равном 10 дБ. На рисунке 2.3.2. показан модуль корреляционной функции ЛЧМ-сигнала.

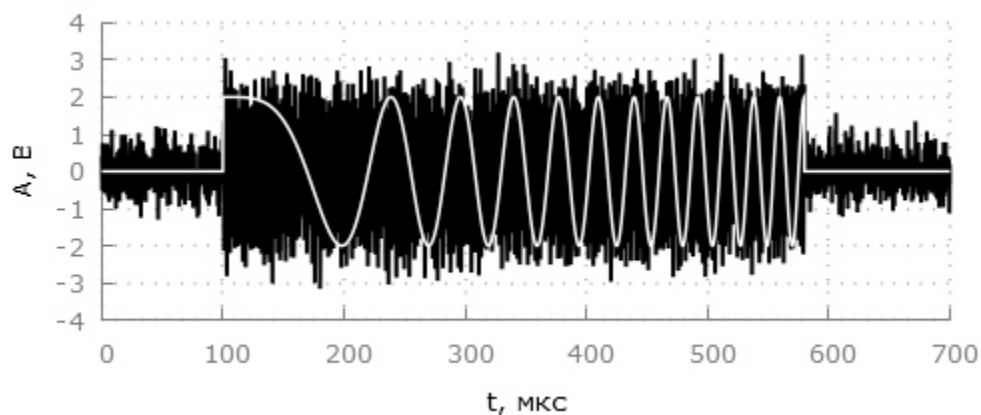


Рисунок 2.3.1 – Принятая реализация ЛЧМ-сигнала. Время прихода равно 0.1 мс, амплитуда – $U=2.0 \text{ В}$, девиация частоты – $\Delta f = 50 \text{ кГц}$, отношение сигнал/шум – 10 дБ

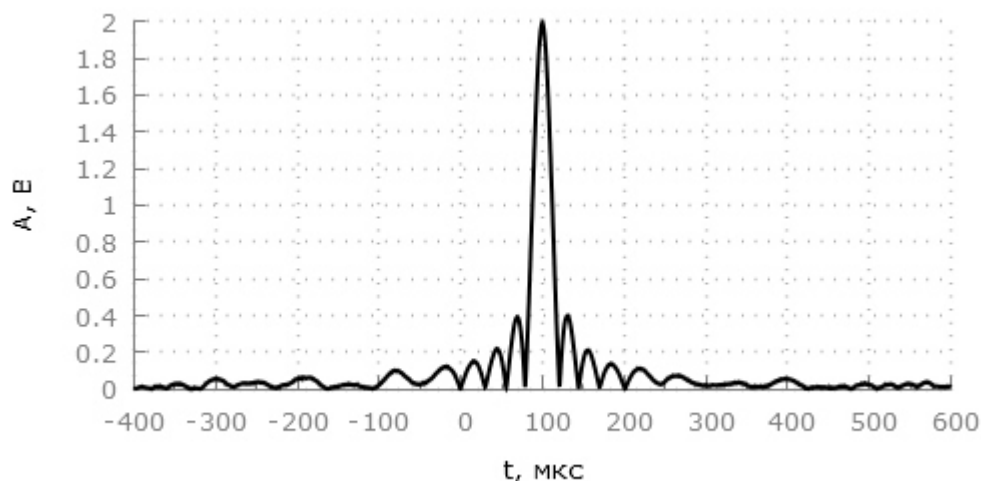


Рисунок 2.3.2 – Модуль корреляционной функции ЛЧМ-сигнала, изображенного на рис. 2.3.1

Полуширина корреляционной функции определяется, как следует из теории, девиацией частоты $\tau = \frac{1}{\Delta f_0} = 20 \text{ мкс}$. Боковые лепестки не превышают значения 0.25 от максимума. В

результате корреляционной обработки отношение сигнал/шум увеличивается в $\sqrt{N/2} \approx 35$

раз. Боковые лепестки корреляционной функции ЛЧМ-сигнала ограничивают динамический диапазон обнаружения второго слабого сигнала на фоне сильного.

На рисунке 2.3.3 линией показана зависимость СКО оценок амплитуды ЛЧМ-сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации – это теоретическая оценка Рао - Крамера. Точками отмечены значения, полученные по модельным данным. Отмечается хорошее качественное и количественное соответствие результатов модельных расчетов и теории. Дисперсию амплитуды Рао-Крамера можно вполне использовать для оценок точности определения амплитуды ЛЧМ-сигнала.

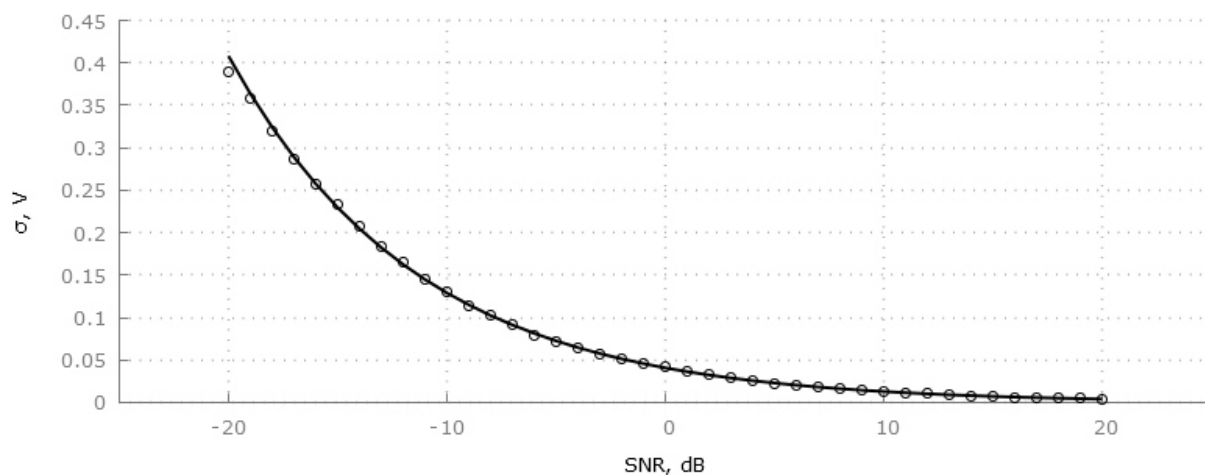


Рисунок 2.3.3 – Зависимость СКО оценок амплитуды ЛЧМ-сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации. Точками отмечены результаты модельных расчетов. Линией представлена зависимость СКО по выражению Рао-Крамера

На рисунке 2.3.4 точками представлена зависимость СКО оценок времени прихода ЛЧМ-сигнала от отношения сигнал/шум, полученная по модельным данным. Линиями показаны теоретические зависимости СКО времени прихода от отношения сигнал/шум по формуле Рао-Крамера и по формуле Вудворда. Лучшее согласие с модельными расчетами обеспечивается СКО по Рао-Крамеру при отношениях сигнал/шум больших 5 Дб.

Таким образом, статистика параметров ЛЧМ-сигналов подобна статистике сигналов на основе М-последовательностей.

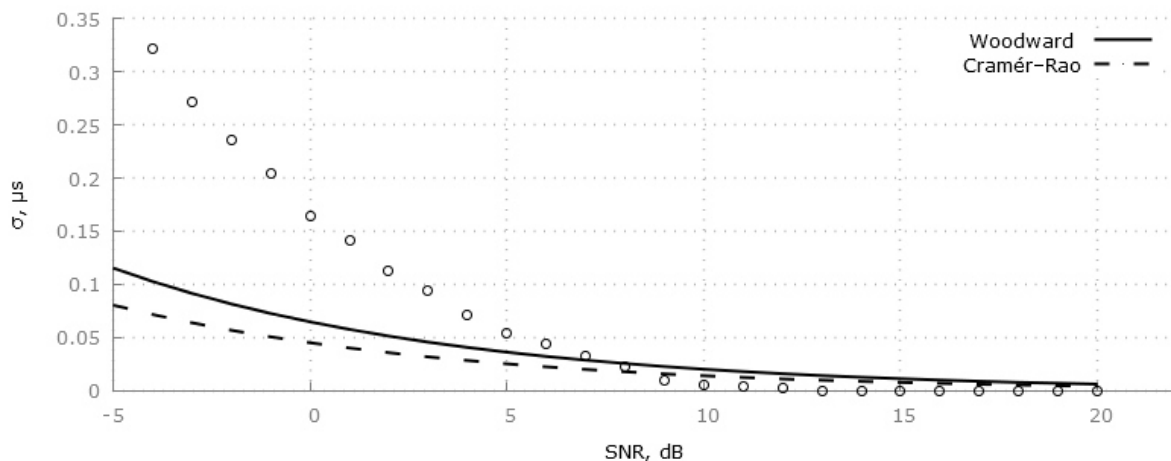


Рисунок 2.3.4 – Зависимость СКО времени прихода ЛЧМ – сигнала от отношения сигнал/шум в принятой реализации. Точками отмечены результаты модельных расчетов. Линиями определены СКО времени прихода в соответствии с выражением Рао-Крамера и с выражением Вудворда.

§2.4. Разрешение сигналов, модулированных М-последовательностью на основе преобразованного функционала правдоподобия

Теория данного вопроса изложена в §1.5, §1.6. В этих параграфах выведены основные соотношения, определяющие оптимальный алгоритм обработки двух и более сигналов, модулированных М-последовательностью. Кроме того, выведены выражения для дисперсий Рао-Крамера, на основании которых определяется рабочая область разрешения сигналов. Она определяется коэффициентом корреляции между сигналами, так для двух сигналов рабочей областью является диапазон изменения $R = 0 \div 0.9$.

В настоящем параграфе представлены результаты модельных расчетов, иллюстрирующие возможности разрешения двух сложных сигналов. Дополнительно для сопоставления представлены результаты модельных расчетов, полученные с помощью корреляционного анализа (релеевское разрешение).

При проведении модельных исследований приняты следующие параметры сигналов: $U_1 = 2.0 В$, $U_2 = 1.5 В$, несущая частота $f_0 = 465 кГц$, длительность одной позиции М-последовательности $\tau = 30 мкс$, длительность сигнала $T = 480 мкс$, интервал дискретизации $\Delta t = 0.2 мкс$, время прихода первого сигнала $t_1 = 0.6 мс$. Время прихода второго сигнала может меняться в широких пределах, обеспечивая условия ортогональности или неортогональности двух сигналов. Модулирующая М-последовательность состоит из 16-ти позиций. Она показана на рисунке 2.1.1.

Представим основные результаты обработки методом максимального правдоподобия двух сигналов, модулированных 16-ти позиционной M-последовательностью. На рисунке 2.4.1 показана принятая реализация, содержащая два сложных сигнала, разность времен прихода которых отличается на 32 мкс (длительность одной позиции 30 мкс), а фазы сигналов соответственно равны 30° и 158° , также на рисунке показаны модулирующие последовательности. Критерием отбора решений в методе максимального правдоподобия является минимум преобразованного функционала правдоподобия, зависящий от времен прихода сигналов $\Delta(t_1, t_2)$.

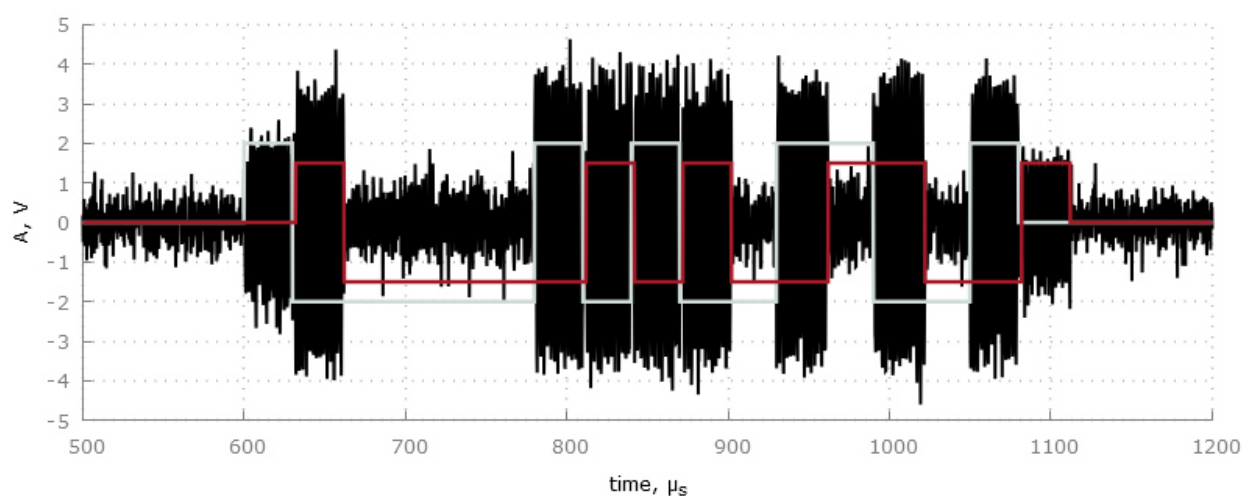


Рисунок 2.4.1 – Принятое сообщение, содержащее два сигнала, модулированных 16-ти позиционной последовательностью, и аддитивный шум. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ. Различие времен прихода равно 32 мкс. Представленные сигналы практически ортогональны. Отмечается сильная интерференция между сигналами

На рисунке 2.4.2 показана поверхность обратного функционала правдоподобия $\Delta^{-1}(t_1, t_2) = \frac{1}{\Delta(t_1, t_2)}$. Выбор функционала $\Delta^{-1}(t_1, t_2)$ для отображения определяется исключительно соображениями наглядности, т.к. максимум поверхности представляется лучше, чем минимум. Глобальный максимум функционала правдоподобия $\Delta^{-1}(t_1, t_2)$ определяет одновременно совокупность оценок параметров двух сигналов, а именно: комплексных амплитуд \hat{U}_1^* , \hat{U}_2^* и времен прихода t_1^* и t_2^* . Такое решение может быть получено как в области ортогональности двух сигналов $t_2 - t_1 > 30$ мкс, так и в области неортогональности, когда $t_2 - t_1 \leq 30$ мкс (предполагается, что $t_2 > t_1$).

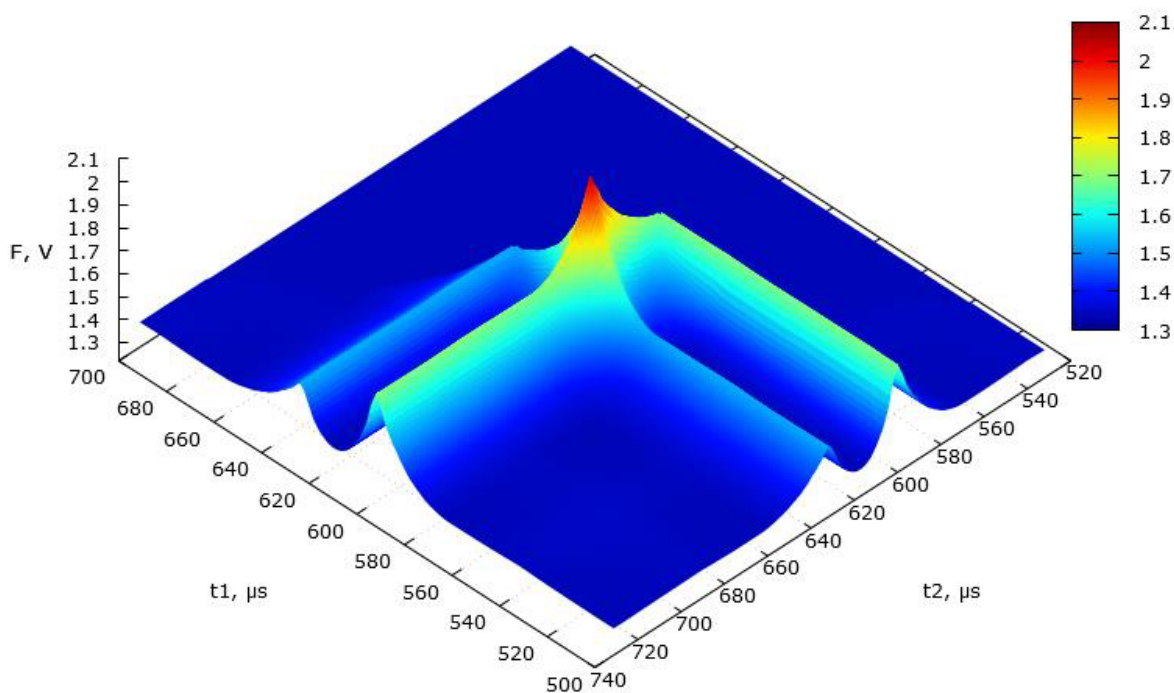


Рисунок 2.4.2 – Поверхность обратного функционала правдоподобия. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ. Различие времен прихода равно 32 мкс. Представленные сигналы практически ортогональны. Единственный глобальный максимум функционала определяет параметры двух сигналов: $\hat{U}_1, \hat{U}_2, t_1, t_2$

На рисунке 2.4.3 показана совместная корреляционная функция двух сложных сигналов и две корреляционные функции, определенные по оценкам амплитуд \hat{U}'_1, \hat{U}'_2 и оценкам времен прихода t'_1 и t'_2 , полученных с помощью метода максимального правдоподобия. Как видно из рисунка, в области ортогональности двух сигналов отдельные корреляционные функции хорошо вписываются в структуру совместной корреляционной функции.

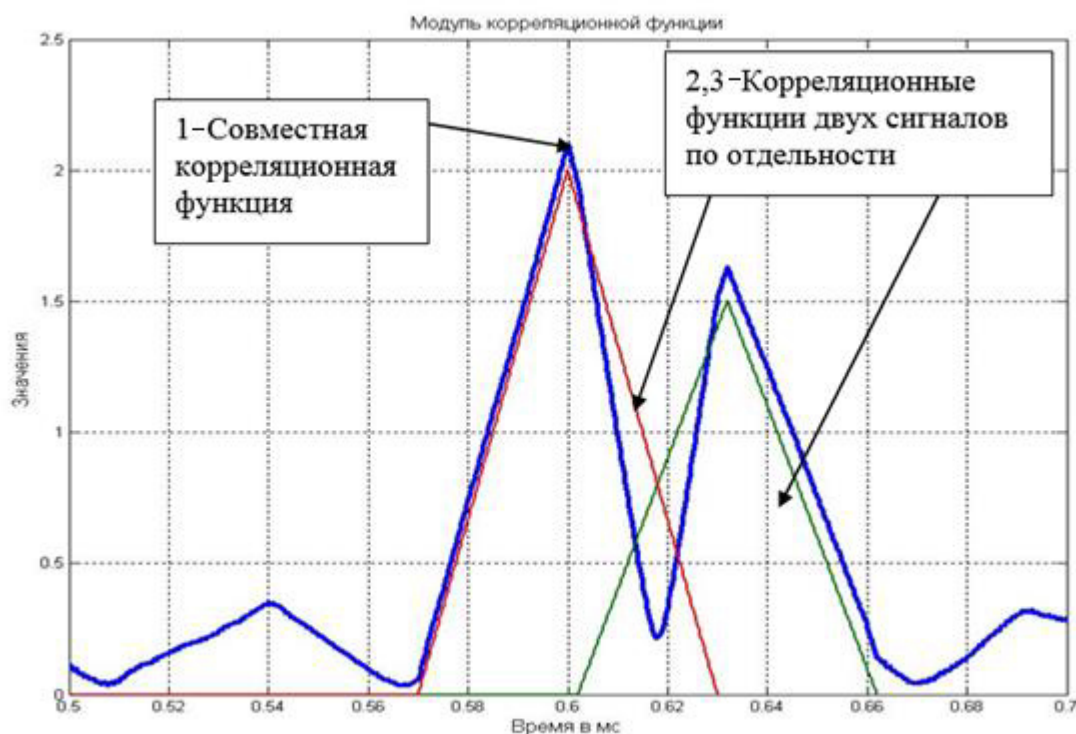


Рисунок 2.4.3 – Результат обработки сообщения, представленного на рисунке 2.4.1. В результате корреляционной обработки получена корреляционная функция с двумя максимумами (1). Обработка методом максимального правдоподобия позволяет получить две отдельные корреляционные функции (2) и (3). Решения, полученные методом максимального правдоподобия, имеют большую точность в оценке параметров

На рисунке 2.4.4 показано принятое сообщение, содержащее два сигнала, модулированных 16-ти позиционной M-последовательностью. В отличие от предыдущего случая разность времен прихода отличается всего на 4 мкс, а фазы сигналов соответственно равны 30° и 68° . Сигналы являются неортогональными по времени прихода. Поверхность обратного функционала правдоподобия для этого случая показана на рисунке 2.4.5. Максимум поверхности обратного функционала правдоподобия и в этом случае позволяет оценить параметры двух сигналов одновременно: $\hat{U}_1, \hat{U}_2, t_1, t_2$, хотя он уже не так явно выражен как на рисунке 2.4.2.

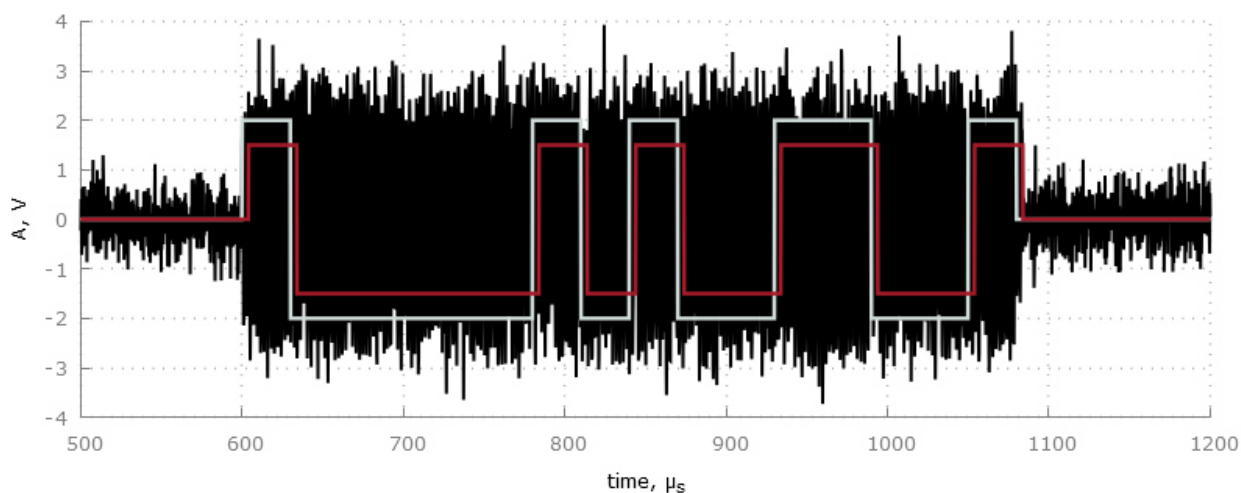


Рисунок 2.4.4 – Принятое сообщение, содержащее два сигнала, модулированных 16-ти позиционной последовательностью, и аддитивный шум. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ. Различие времен прихода равно 4 мкс. Представленные сигналы неортогональны

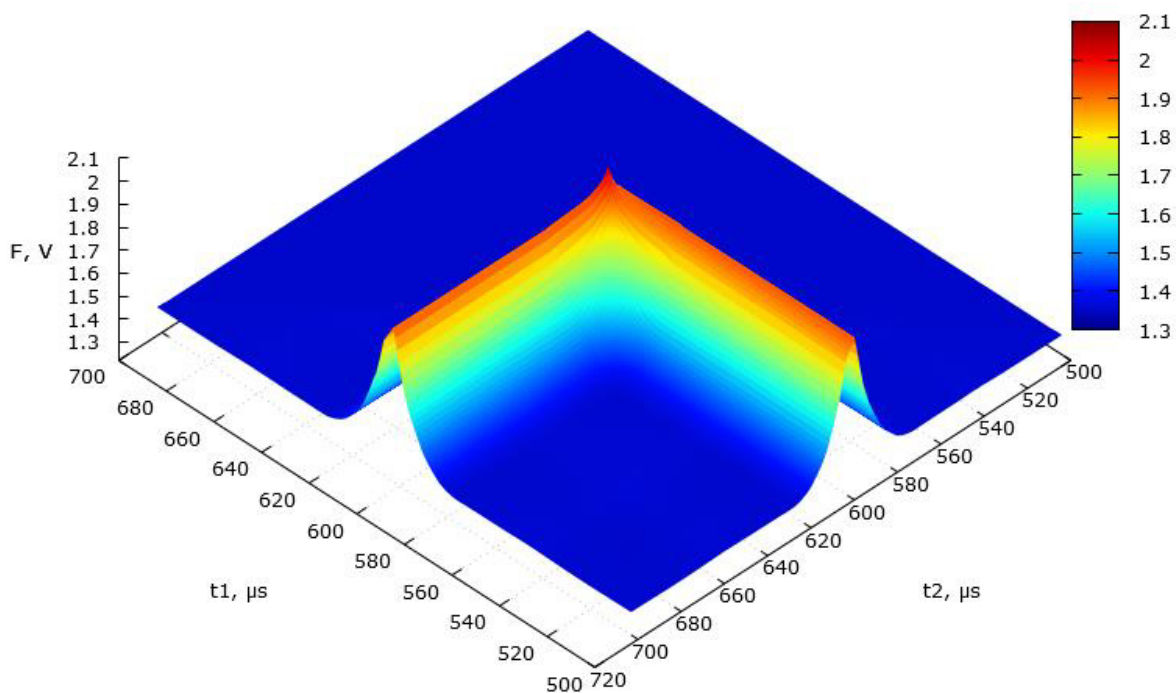


Рисунок 2.4.5 – Поверхность обратного функционала правдоподобия. Отношение сигнал/шум равно 10 дБ. Различие времен прихода двух сигналов равно 4 мкс. Представленные сигналы являются неортогональными. Единственный максимум функционала определяет параметры двух сигналов : $\hat{U}_1, \hat{U}_2, t_1, t_2$

На рисунке 2.4.6 проведено сопоставление общей (совместной) корреляционной функции и двух корреляционных функций, полученных по оценкам параметров сигналов, определенных с использованием метода максимального правдоподобия.

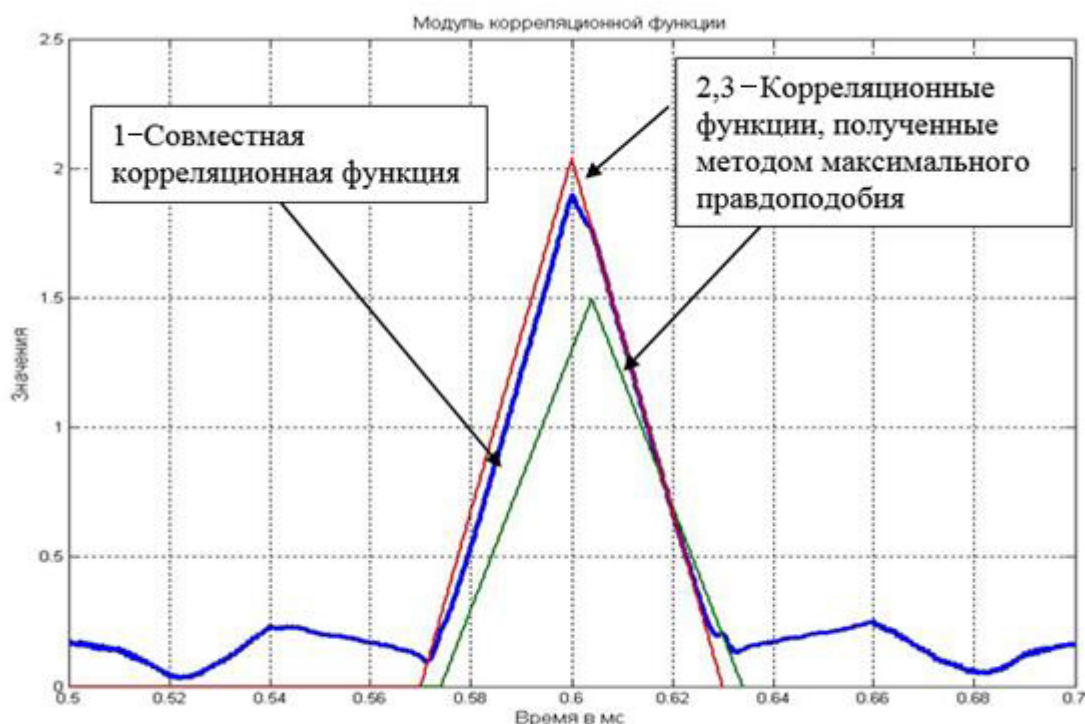


Рисунок 2.4.6 – Результат обработки сообщения, представленного на рисунке 2.4.4. В результате корреляционной обработки получена совместная корреляционная функция (1). Обработка методом максимального правдоподобия позволяет получить две отдельные корреляционные функции (2) и (3)

В области неортогональности двух сигналов совместная корреляционная функция имеет вид функции с одним максимумом. Корреляционные функции, построенные с использованием оценок максимального правдоподобия, решают задачу разрешения двух сложных сигналов.

На следующих двух рисунках представлены зависимости оценок амплитуд двух сигналов \hat{U}_1 и \hat{U}_2 , а также оценок времен прихода сигналов t'_1 и t'_2 от разности времен прихода $\Delta t = t_2 - t_1$. Для реализации такого алгоритма обработки время прихода первого сигнала оставалось постоянным $t_1 = 0.6 \text{ мкс}$, а время прихода второго сигнала менялось линейно от реализации к реализации. Такой алгоритм обработки дает возможность оценить предельное разрешение при соответствующем значении отношения сигнал/шум.

На рисунке 2.4.7 показана возможность решения задачи разрешения двух сложных сигналов. При отношении сигнал/шум 5 дБ разрешение сигналов возможно, даже если

разность времен достигает $\Delta t = 3 \text{ мкс}$. Согласно теории (§1.5, §1.6), коэффициент корреляции между сигналами может достигать значения 0.9. Это эквивалентно разности времен задержки $\Delta t = 0,1\tau = 3 \text{ мкс}$.

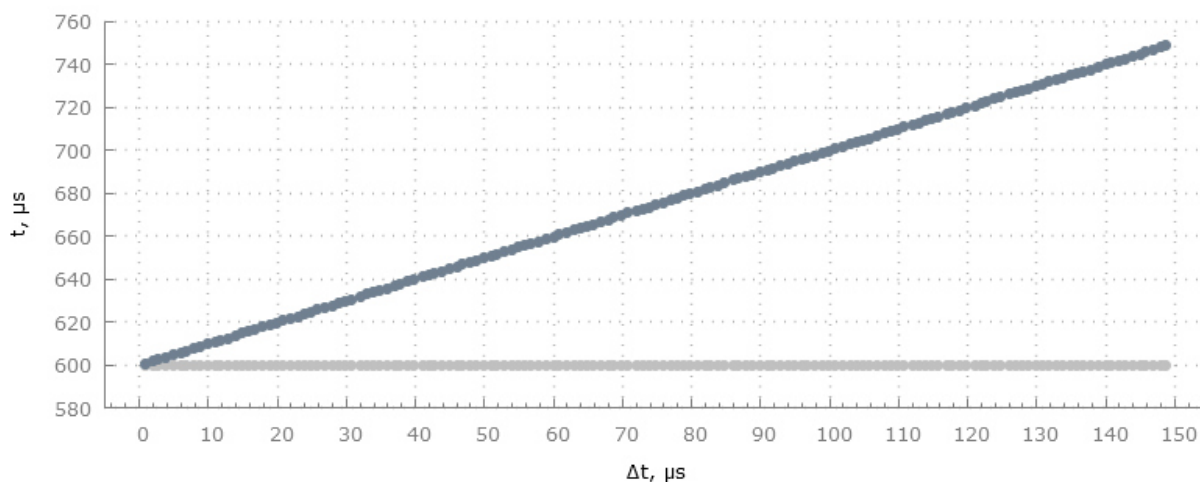


Рисунок 2.4.7 – Зависимость оценок времен прихода двух сложных сигналов от разности времен прихода, полученная методом максимального правдоподобия. Время прихода второго сигнала меняется линейно. Областью ортогональности является область с разностью времен прихода больше 30 мкс. Отношение сигнал/шум равно 5 дБ. Разрешение сигналов возможно при разности $\Delta t = 3 \text{ мкс}$

На рисунке 2.4.8 показаны оценки амплитуд двух сигналов в зависимости от разности времен прихода Δt . Как видно из рисунка, амплитуды двух сигналов ($U_1 = 2.0 \text{ В}$, $U_2 = 1.5 \text{ В}$) оцениваются достаточно точно даже при $\Delta t = 3 \text{ мкс}$. Для сравнения оценок амплитуд и времен прихода двух сигналов, полученных с применением методов максимального правдоподобия, рассчитаны оценки амплитуд и времен прихода методом корреляционного анализа.

Амплитуды двух сигналов, оценённые методом корреляционного анализа (рисунок 2.4.9) в области ортогональности ($\Delta t \geq 30 \text{ мкс}$), имеют значительные отклонения в связи с влиянием боковых лепестков корреляционных функций. В области неортогональности ($\Delta t < 30 \text{ мкс}$) оценки амплитуд неудовлетворительные.

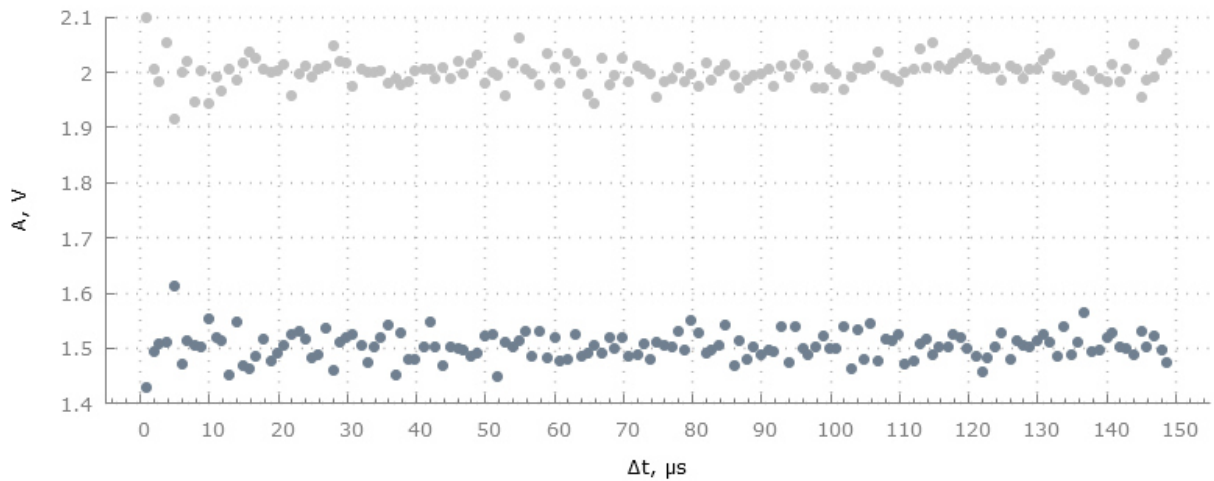


Рисунок 2.4.8 – Зависимость оценок амплитуд двух сложных сигналов от разности времен прихода, полученная методом максимального правдоподобия. Областью ортогональности является область с разностью времен прихода больше 30 мкс. Отношение сигнал/шум равно 5 дБ

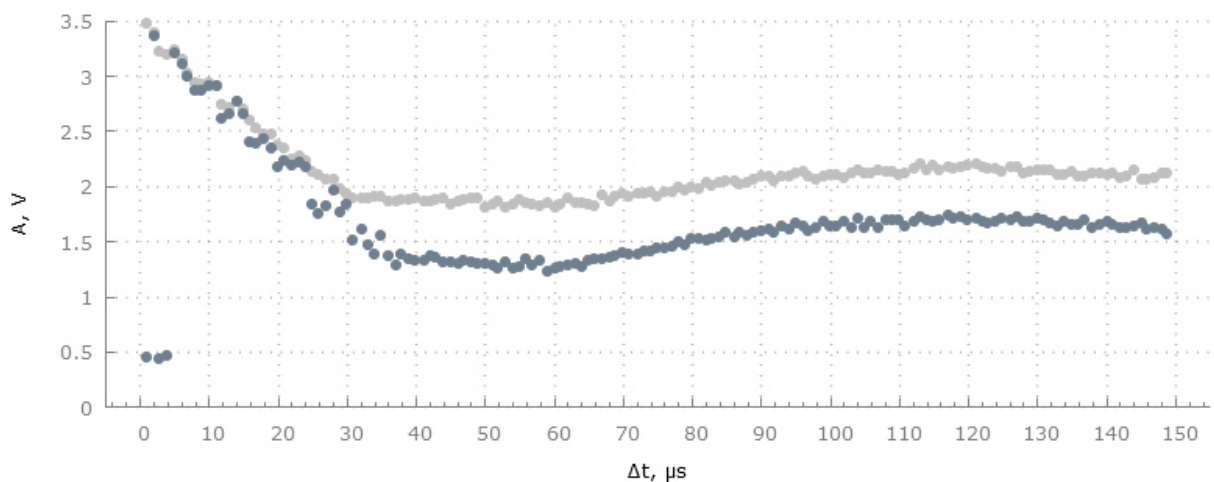


Рисунок 2.4.9 – Зависимость оценок амплитуд двух сложных сигналов от разности времен прихода, полученная методом корреляционного анализа. Областью ортогональности является область с разностью времен прихода больше 30 мкс. Отношение сигнал/шум равно 5 дБ

Получение оценок времен прихода двух сигналов с помощью корреляционного анализа возможно лишь в области ортогональности при $\Delta t \geq 35 \text{ мкс}$ (рисунок 2.4.10). В области неортогональности достоверной является лишь оценка времени прихода первого сигнала ($t_1 = 0.6 \text{ мкс}$), амплитуда которого превышает амплитуду второго сигнала. При обратном соотношении амплитуд недостоверной будет оценка времени прихода первого сигнала.

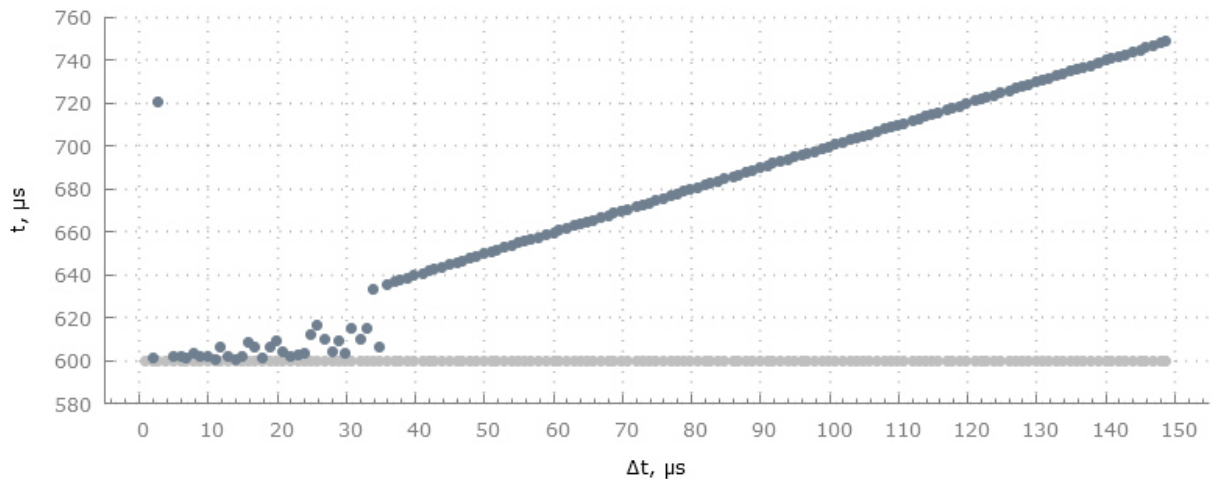


Рисунок 2.4.10 – Зависимость оценок времен прихода двух сложных сигналов от разности времен прихода, полученная методом корреляционного анализа. Время прихода второго сигнала меняется линейно. Областью ортогональности является область с разностью времен прихода больше 30 мкс. Отношение сигнал/шум равно 5 дБ. Разрешение сигналов возможно при разности $\Delta t \geq 35$ мкс

Важным случаем решения задачи разрешения сложных сигналов является случай, когда истинное число сигналов остается неизвестным. В этом случае важно, чтобы число сигналов, действительно присутствующих в принятой реализации, было не больше, чем заложено в алгоритм обработки. В этом случае теория (§1.5, §1.6), используя процедуру математического ожидания от выражений, определяющих амплитуды сложных сигналов, указывает, что решения, соответствующие несуществующим сигналам, будут характеризоваться нулевой амплитудой.

В реальных вычислениях амплитуды несуществующих сигналов не будут равны нулю, а будут связаны с одним из шумовых максимумов, но в результате данные амплитуды будут близки к амплитуде шума. Это подтверждается результатом модельных расчетов, при которых на вход оптимального приемника, ожидающего прием 4-х сигналов, подаются последовательно от 1 до 4-х сигналов (рисунок 2.4.11). Как результат, на выходе оптимального приемника всегда имеем решение, соответствующее 4-м ожидаемым сигналам, однако амплитуды несуществующих сигналов имеют амплитуду близкую к уровню шума, так что такие решения легко могут быть исключены из дальнейшего анализа.

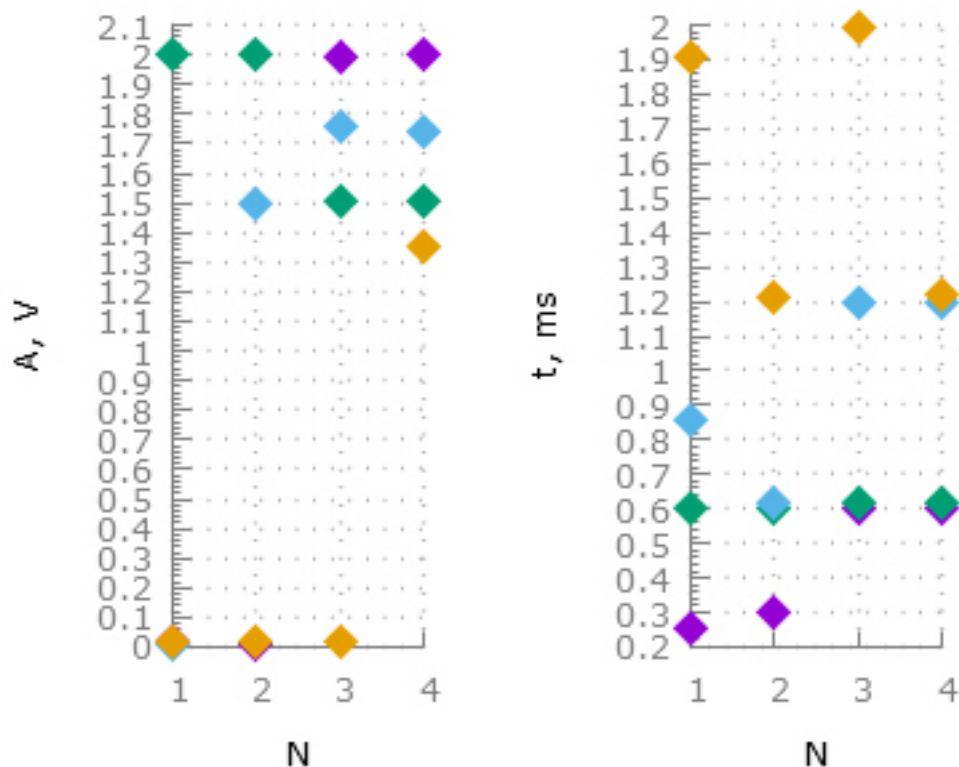


Рисунок 2.4.11 – Результат решения задачи разрешения сложных сигналов в зависимости от их числа (N) в принятой реализации для алгоритма, ожидающего на входе смесь из 4-х сигналов и аддитивного гауссовского шума. Времена прихода сигналов соответственно равны: 0.6 мс, 0.632 мс, 1.2 мс, 1.22 мс, а их амплитуды: 2.0 В, 1.5 В, 1.75 В, 1.35 В

§2.5. Разрешение ЛЧМ-сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия

В §2.3 представлены ЛЧМ – сигналы и приведены оценки параметров одиночного ЛЧМ – сигнала. В настоящем параграфе рассмотрены результаты модельных расчетов, иллюстрирующие возможности разрешения двух ЛЧМ – сигналов при обработке методом максимального правдоподобия.

В модельных расчетах приняты следующие параметры двух ЛЧМ-сигналов: амплитуды $U_1 = 2.0 В$ и $U_2 = 1.5 В$, начальные фазы $\varphi_1 = 30^\circ$ и $\varphi_2 = 120^\circ$, начальная частота $f_0 = 450 кГц$, конечная частота $f_k = 500 кГц$, длительность сигналов $T = 480 мкс$, интервал дискретизации $\Delta t = 0.2 мкс$, время прихода первого ЛЧМ-сигнала $t_1 = 0.6 мс$. Время прихода второго ЛЧМ-сигнала может изменяться линейно в широких пределах, обеспечивая как ортогональность, так и неортогональность двух ЛЧМ – сигналов.

Закономерности при решении задачи разрешения двух ЛЧМ – сигналов такие же, как и при разрешении двух сигналов, модулированных М – последовательность. Они представлены на рисунках 2.5.1 – 2.5.6.

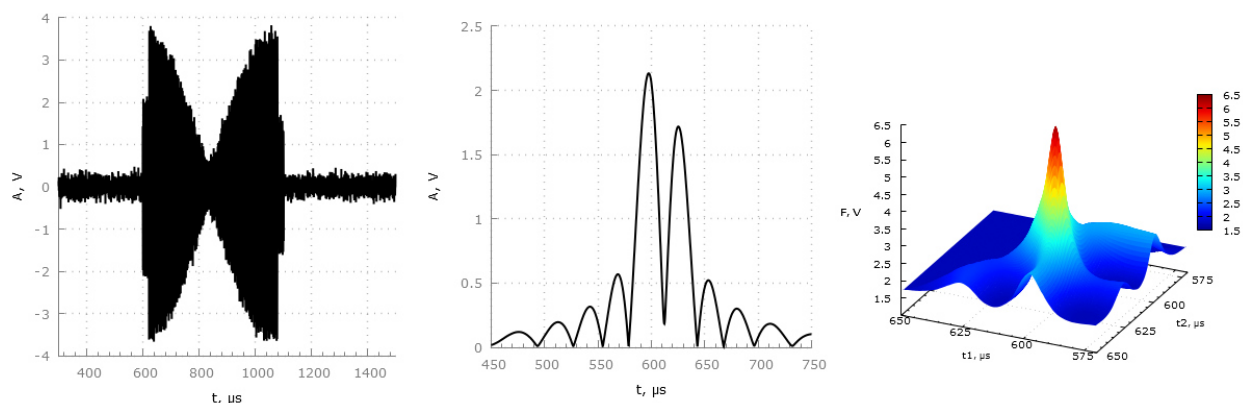


Рисунок 2.5.1 – Принятое сообщение, содержащее два ЛЧМ – сигнала (слева), корреляционная функция (в центре), поверхность обратного функционала правдоподобия (справа). ЛЧМ – сигналы почти ортогональны. Различие времен прихода равно 22 мкс. Отношение сигнал/шум – 20 дБ

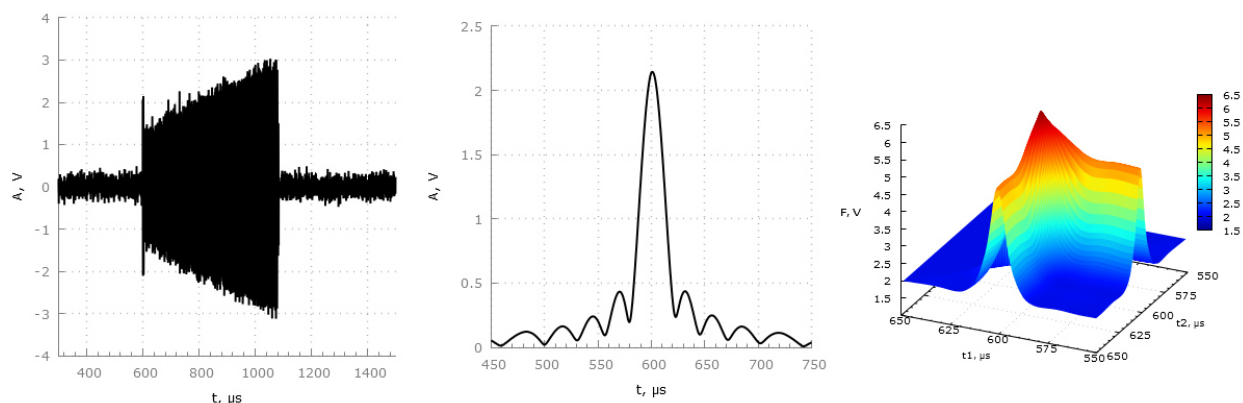


Рисунок 2.5.2 – Принятое сообщение, содержащее два ЛЧМ – сигнала (слева), корреляционная функция (в центре), поверхность обратного функционала правдоподобия (справа). ЛЧМ – сигналы неортогональны. Различие времен прихода равно 4 мкс. Отношение сигнал/шум – 20 дБ

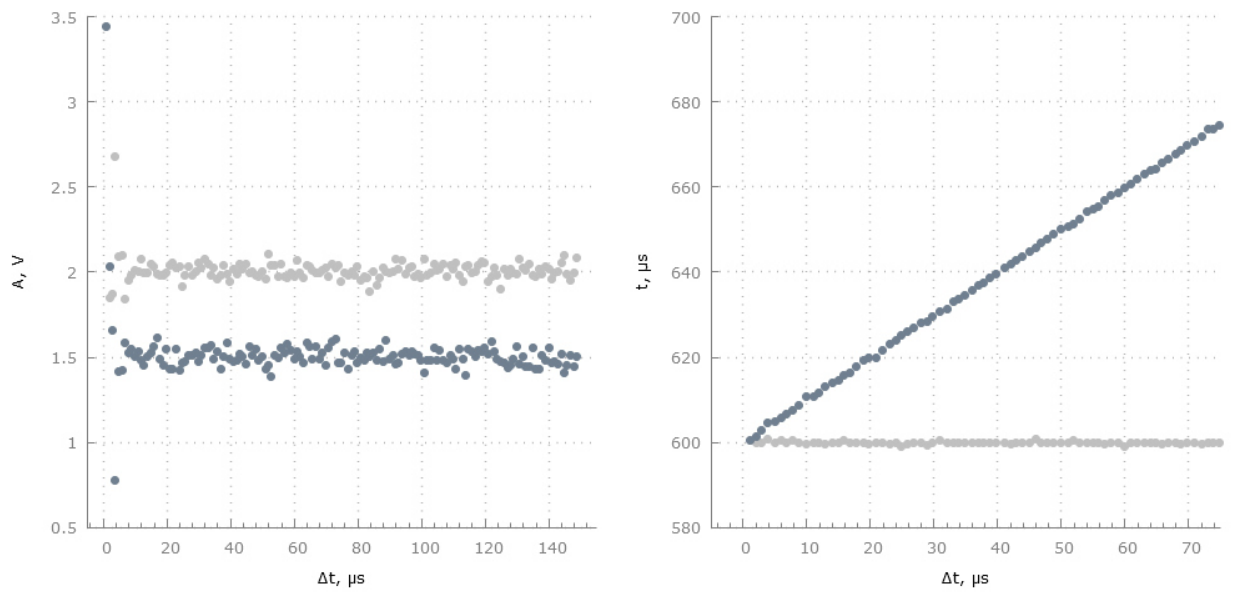


Рисунок 2.5.3 – Статистика амплитуд, времен прихода двух ЛЧМ– сигналов от разности времен прихода, полученная применением метода максимального правдоподобия. Отношение сигнал/шум – 0 дБ

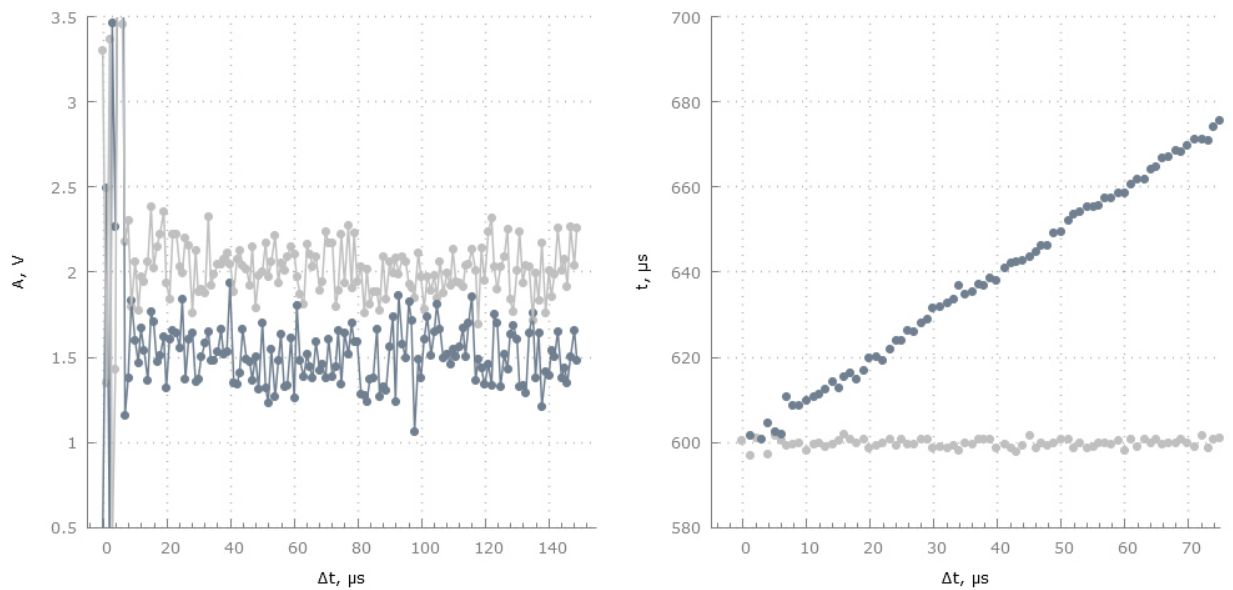


Рисунок 2.5.4 – Статистика амплитуд, времен прихода двух ЛЧМ-сигналов от разности времен прихода, полученная применением метода максимального правдоподобия. Отношение сигнал/шум – -10 дБ

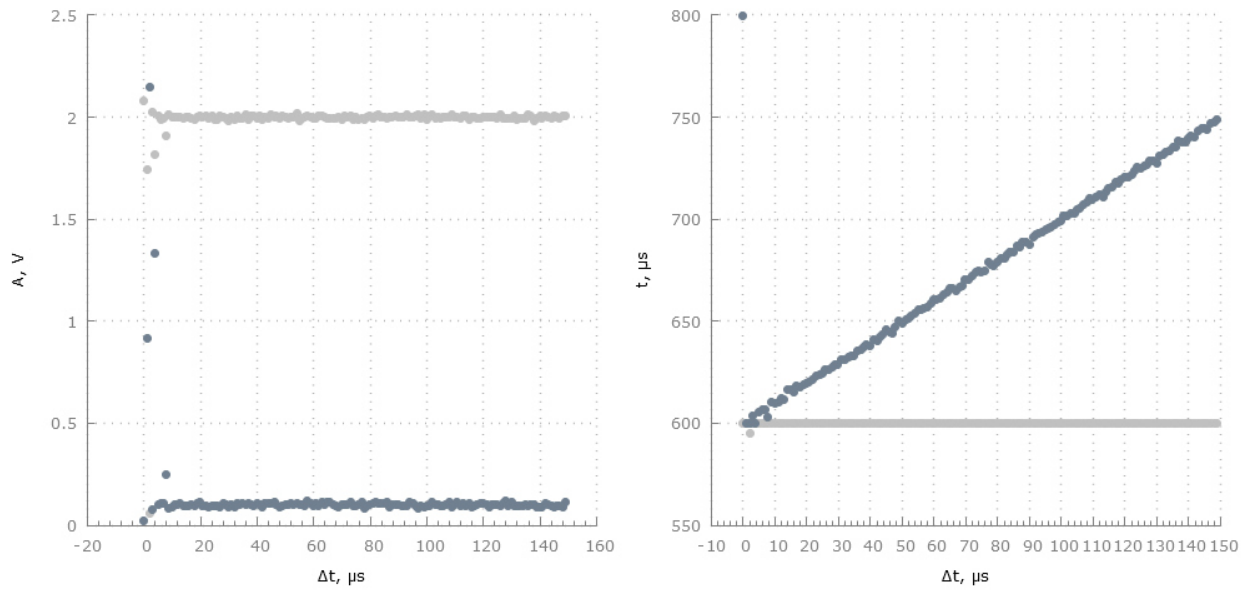


Рисунок 2.5.5 – Зависимость амплитуд, времен прихода двух ЛЧМ – сигналов от разности времен прихода, полученная применением метода максимального правдоподобия. Амплитуда второго сигнала равна 0.1 В. Отношение сигнал/шум равно 15 дБ

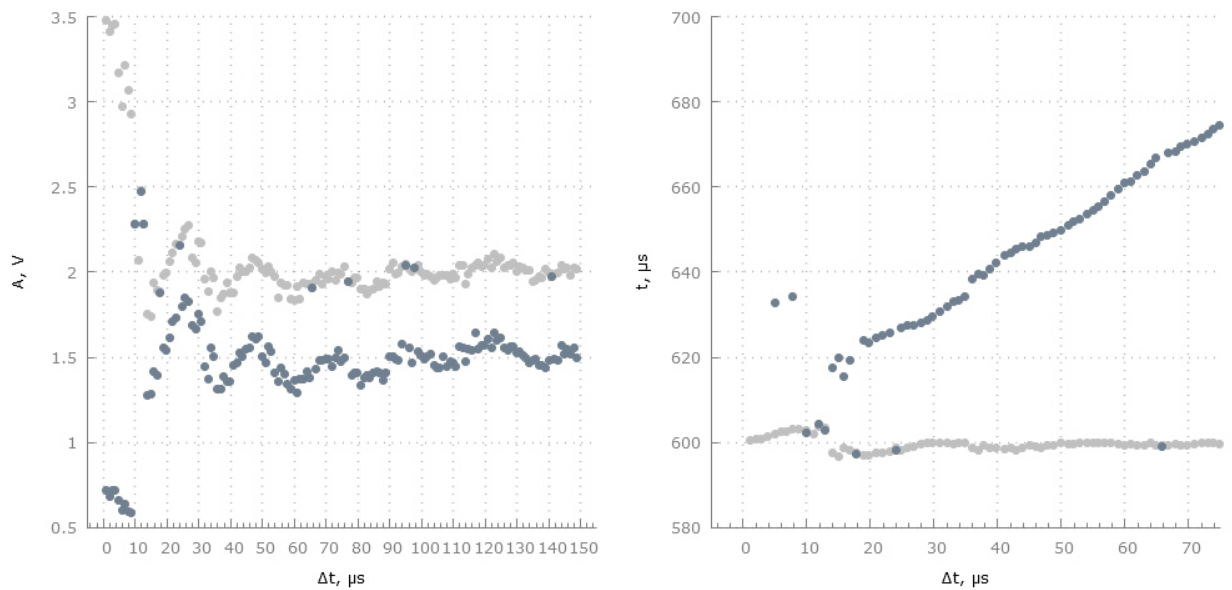


Рисунок 2.5.6 – Зависимость параметров двух ЛЧМ сигналов от разности времен прихода, полученная методом корреляционного анализа. Отношение сигнал/шум равно 5 дБ

На рисунке 2.5.1 последовательно показано принятое сообщение, содержащее два ЛЧМ – сигнала, сигналы после корреляционной обработки и поверхность обратного функционала правдоподобия, максимум которого обеспечивает оценку совокупности параметров двух ЛЧМ – сигналов. Разность времен прихода двух ЛЧМ – сигналов $\Delta t = 22 \text{ мкс}$ обеспечивает приближительную ортогональность этих сигналов, т.к. $\Delta t \sim \frac{1}{\Delta f}$ (Δf – девиация частоты

ЛЧМ – сигналов, $\Delta f = 50 \text{ кГц}$). Суперпозиция двух ЛЧМ-сигналов содержит ярко выраженную модуляцию. В принятом сообщении огибающая содержит примерно один период биений ЛЧМ – сигналов.

На рис 2.5.2 показан противоположный случай, когда два ЛЧМ – сигнала не являются ортогональными. Огибающая двух ЛЧМ – сигналов содержит лишь четверть периода биений. При этом разность времен прихода двух сигналов равна $\Delta t = 4 \text{ мкс}$. Совместная корреляционная функция имеет лишь один максимум. Критерий Релея в этом случае не позволяет получить разрешение двух ЛЧМ – сигналов. Справа на рисунке показана поверхность обратного функционала правдоподобия, определяющая оценки параметров двух сигналов.

На рисунке 2.5.3 показаны зависимости оценок амплитуд двух ЛЧМ – сигналов (слева), полученных при изменении разности времен прихода этих сигналов. Справа на рисунке показаны зависимости оценок времен прихода двух ЛЧМ – сигналов от разности времен прихода этих сигналов. Эти рисунки позволяют определить качество решения задачи разрешения двух ЛЧМ – сигналов и предел разрешения. Предел разрешения по времени прихода равен 2 мкс. При этом коэффициент корреляции достигает значения $R = 0.9$. Это подтверждает теоретический вывод о возможности решения задачи разрешения двух сложных сигналов при коэффициенте корреляции, достигающим значения $R = 0.9$. Отношение сигнал/шум равно 0 дБ.

При уменьшении отношения сигнал/шум до -10 дБ (рисунок 2.5.4), среднеквадратичные отклонения амплитуд становятся практически критическими. Однако оценка времен прихода сигналов вполне удовлетворительна. СКО времени прихода не превышает значения $\sim 3 \text{ мкс}$ в пределах рабочей области решения задачи разрешения сигналов.

Динамический диапазон обнаружения слабого сигнала на фоне сильного ограничен в методе максимального правдоподобия уровнем шума. На рисунке 2.5.5 показана статистика оценок амплитуд (слева) и оценок времен прихода (справа) двух ЛЧМ – сигналов. Амплитуда второго сигнала имеет значение 0.1 В. Отношение сигнал/шум равно 15 дБ. Как видно из рисунка оценки слабого по амплитуде сигнала вполне хороши в рабочей области решения задачи разрешения двух ЛЧМ – сигналов, в то время как обнаружить такой сигнал с помощью корреляционного анализа мешают боковые лепестки корреляционной функции мощного сигнала.

Таким образом, результаты модельных расчетов при решении задачи разрешения двух ЛЧМ – сигналов полностью согласуются с основными теоретическими положениями. Для сравнения на рис 2.5.6 показана статистика оценок амплитуд и времен прихода двух ЛЧМ – сигналов, полученная методом корреляционного анализа. Кроме ограничения разрешения

двух сигналов согласно критерию Релея, отмечается сильное влияние боковых лепестков корреляционных функций ЛЧМ – сигналов. Они значительно увеличивают СКО как амплитуд, так и времен прихода.

§2.6. Модельные исследования алгоритма адаптивной фильтрации сложных сигналов на фоне неортогональных по отношению к сигналу помех

В §1.7 и §1.8 настоящей работы представлены основы теории фильтрации сложных сигналов на фоне помех. Отличительной особенностью является использование представления сигнала и помехи в виде векторов в линейном пространстве сигналов, взаимосвязь между которыми дается коэффициентом корреляции (углом между векторами). При ортогональности сигнала и помехи их разделение возможно существующими фильтрами (цифровыми или аналоговыми). В случае неортогональности сигнала и помехи существующими фильтрами подавить помеху сложно. Неортогональная по отношению к сигналу часть помехи пройдет через фильтр. При сосредоточенной по частоте помехе, когда ширина спектра помехи много меньше ширины спектра сигнала, можно использовать для подавления помехи режекторные фильтры, настроенные на частоту помехи. При этом искажения сигнала оказываются минимальными. Однако это частный случай. В настоящем параграфе рассмотрены результаты модельных исследований возможностей фильтрации сигнала на основе М-последовательности на фоне помех. В качестве помехи рассмотрена сосредоточенная по частоте помеха, помеха, ортогональная по времени прихода, но неортогональная по частоте, помеха, неортогональная как по времени прихода, так и по частоте.

На рисунке 2.6.1 показано принятое сообщение, содержащее два сигнала на основе 16-ти позиционной М-последовательности и аддитивного шума (представлено темно-серым цветом). Время прихода первого сигнала равно 1.0 мс, время прихода второго сигнала равно 3.0 мс. Соответствующие амплитуды: $U_1 = 0.2B$, $U_2 = 0.1B$. Среднеквадратичное отклонение шума (СКО) $\sigma = 0.025B$. Светло-серым цветом представлена линейная свертка с образом 16-ти позиционной М – последовательности (корреляционная функция). Интервал обработки равен длительности сложного сигнала $T = 480 \text{ мкс}$. При такой длительности сигнала корреляционный фильтр значительно подавляет шумовую составляющую. При этом отношение сигнал шум увеличивается в $\sqrt{N/2} \approx 35$ раз (N – количество некоррелированных отсчетов шума на интервале обработки). На рисунке 2.6.2 показан спектр совокупности двух данных сигналов и шума.

Рассмотрим случай сосредоточенной по частоте помехи. Она добавляется к исходному сигналу, изображенному на рисунке 2.6.1. Параметры помехи: частота 455 кГц, амплитуда 0.35 В. В результате принятое сообщение оказывается пораженным помехой (рис 2.6.3). На интервале корреляционной обработки помеха присутствует всегда в виде радиоимпульса длительности T . Как видно из рисунка 2.6.3, корреляционная обработка уменьшает помеху лишь в 3.5 раза – с уровня 0.35 В до уровня 0.1 В. Корреляционным фильтром отфильтровывается лишь ортогональная по отношению к сигналу составляющая помехи. Продольная составляющая помехи проходит через корреляционный фильтр. На рисунке 2.6.4 показан совместный спектр двух сигналов и помехи.

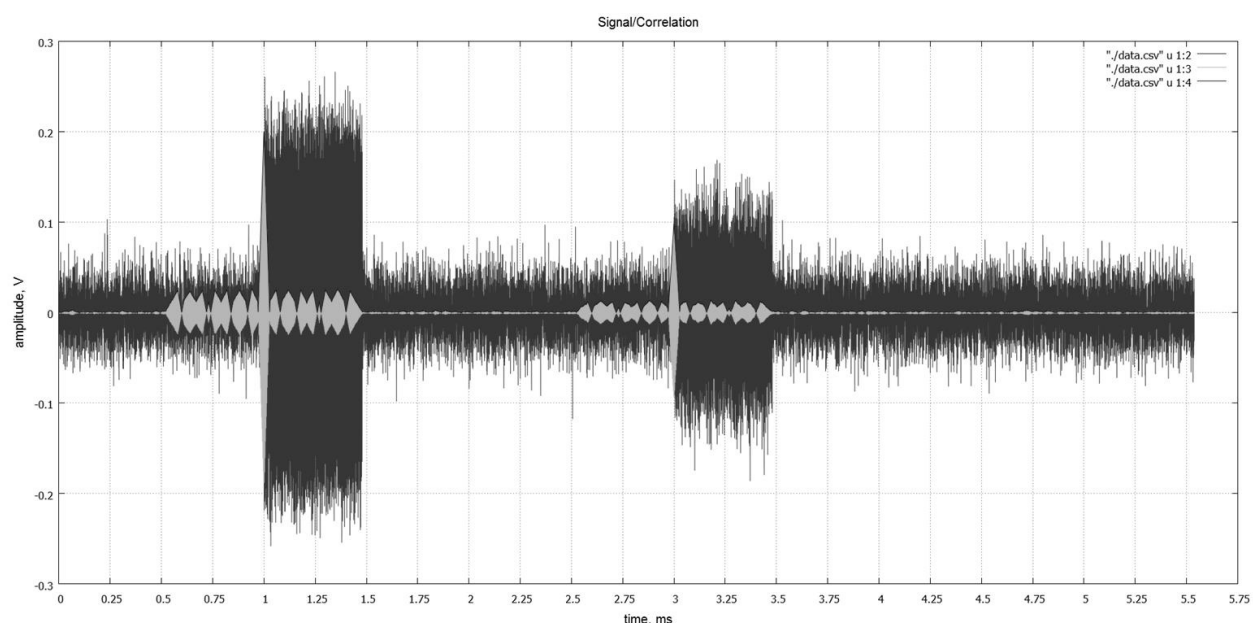


Рисунок 2.6.1 – Совокупность двух сигналов на основе 16-ти позиционной M-последовательности и аддитивного шума (темно-серый цвет). Время прима первого сигнала равно 1.0 мс, второго сигнала – 3.0 мс, амплитуда первого сигнала – 0.2 В, второго – 0.1 В, СКО шума – 0.025 В. Светло-серым цветом представлены корреляционные функции сигналов

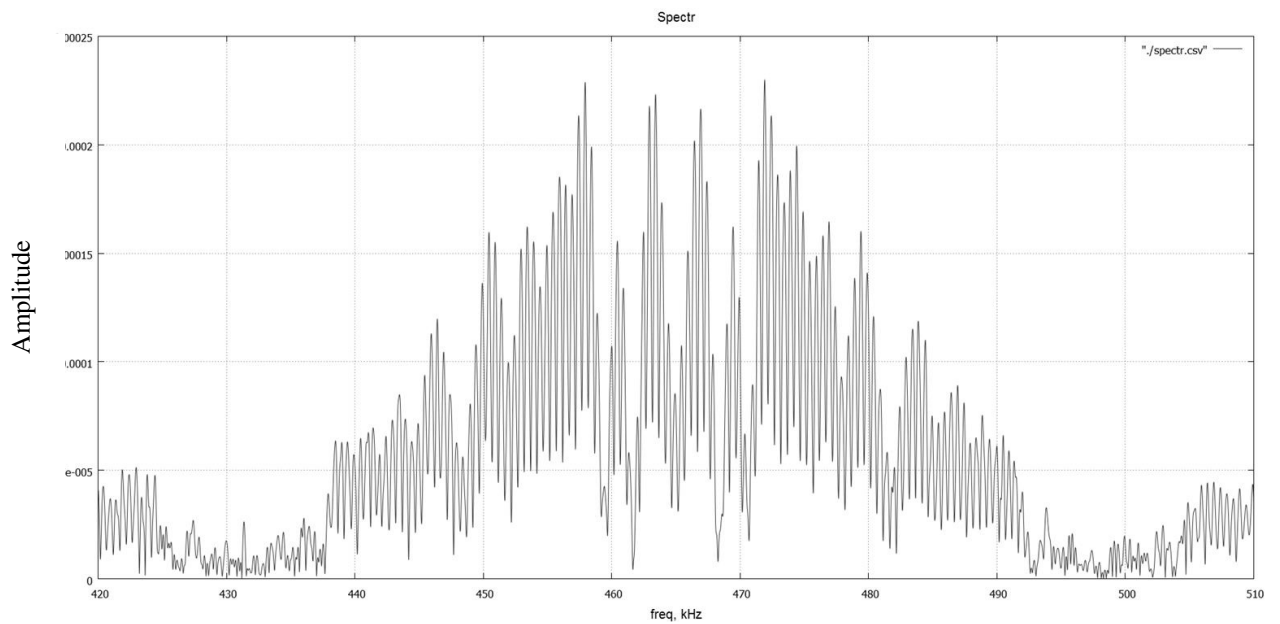


Рисунок 2.6.2 – Спектр совокупности двух сигналов и шума, представленной на рисунке 2.6.1

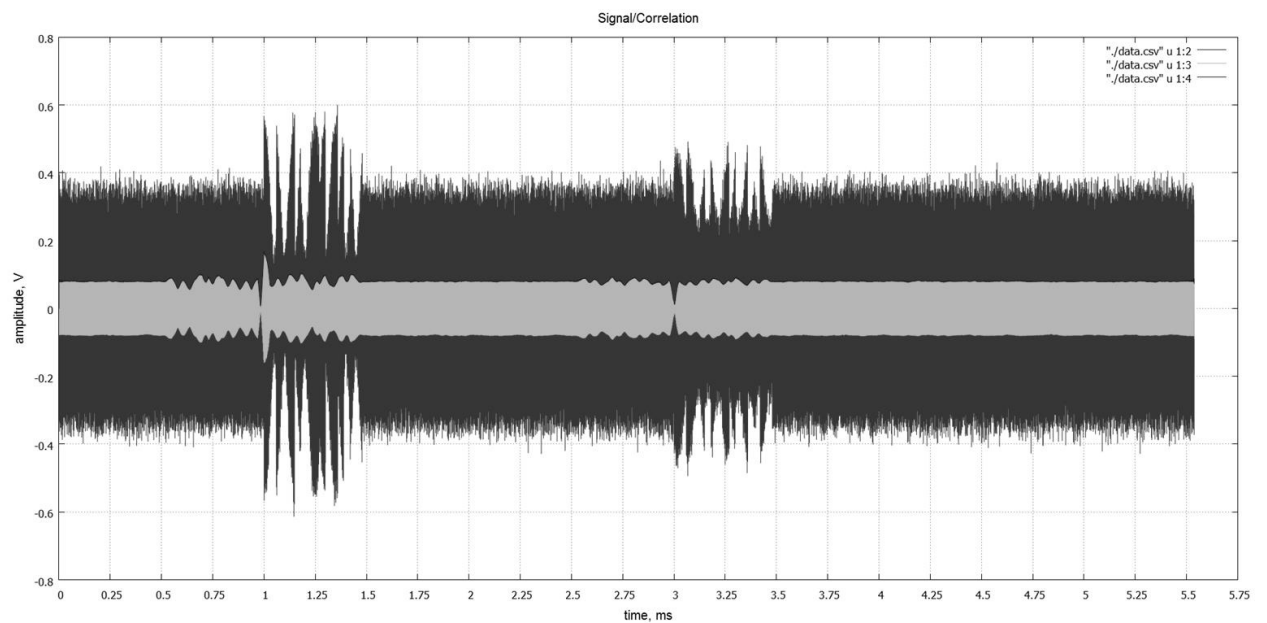


Рисунок 2.6.3 – Совокупность двух сигналов, изображенных на рисунке 2.6.1, дополненная гармонической помехой с несущей частотой 455 кГц и амплитудой 0.35В (темно-серый цвет). Светло-серым цветом представлен результат обработки корреляционным фильтром. Неортогональная по отношению к сигналам часть помехи остаётся на выходе фильтра

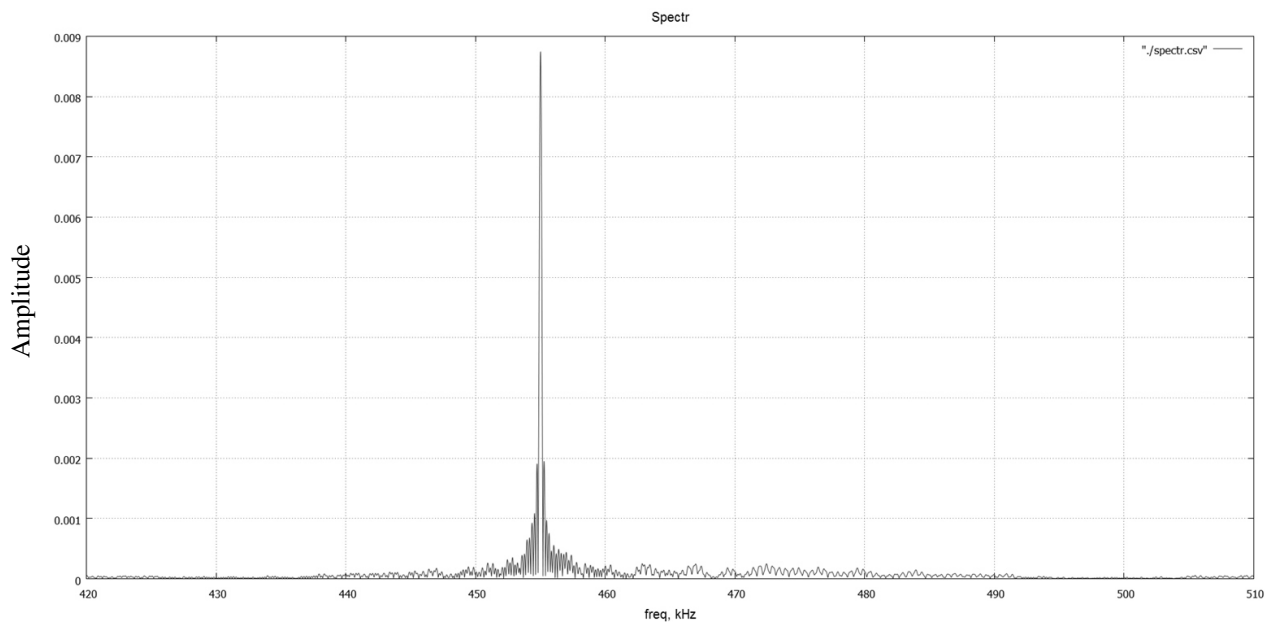


Рисунок 2.6.4 – Совокупный спектр двух сигналов и помехи. Сигналы и помеха неортогональны по частоте. Их спектры перекрываются. Накопленная спектром амплитуда помехи значительно превосходит амплитуды сигналов

Как видно из рисунка 2.6.4, спектр помехи накладывается на спектр сигналов. Следовательно, по частоте сигнал и помеха не ортогональны. Если подавить помеху режекторным фильтром, то часть информации о сигнале будет потеряна.

На рисунке 2.6.5 представлен результат фильтрации реализации, представленной на рисунке 2.6.3, фильтром максимального правдоподобия (темно-серый цвет) и соответствующий результат корреляционной обработки (светло-серый цвет). Как видно из рисунка, помеха отсутствует в отфильтрованной реализации и, как следствие, после корреляционной обработки. На рисунке 2.6.6 представлен спектр сигнала на выходе фильтра максимального правдоподобия.

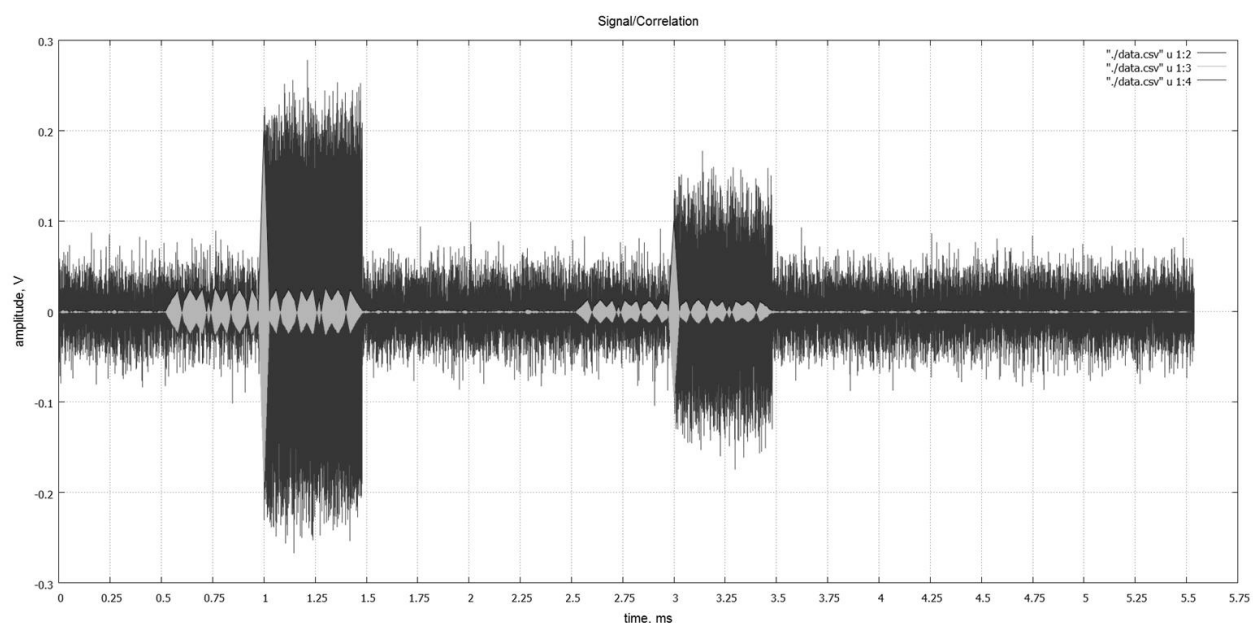


Рисунок 2.6.5 – Результат фильтрации совокупности двух сигналов и помехи, представленных на рисунке 2.6.3 фильтром максимального правдоподобия (темно-серый цвет). Корреляционные функции двух сигналов (светло-серый цвет) не содержат помехи. Помеха полностью исключена из принятого сообщения и как следствие из корреляционной функции

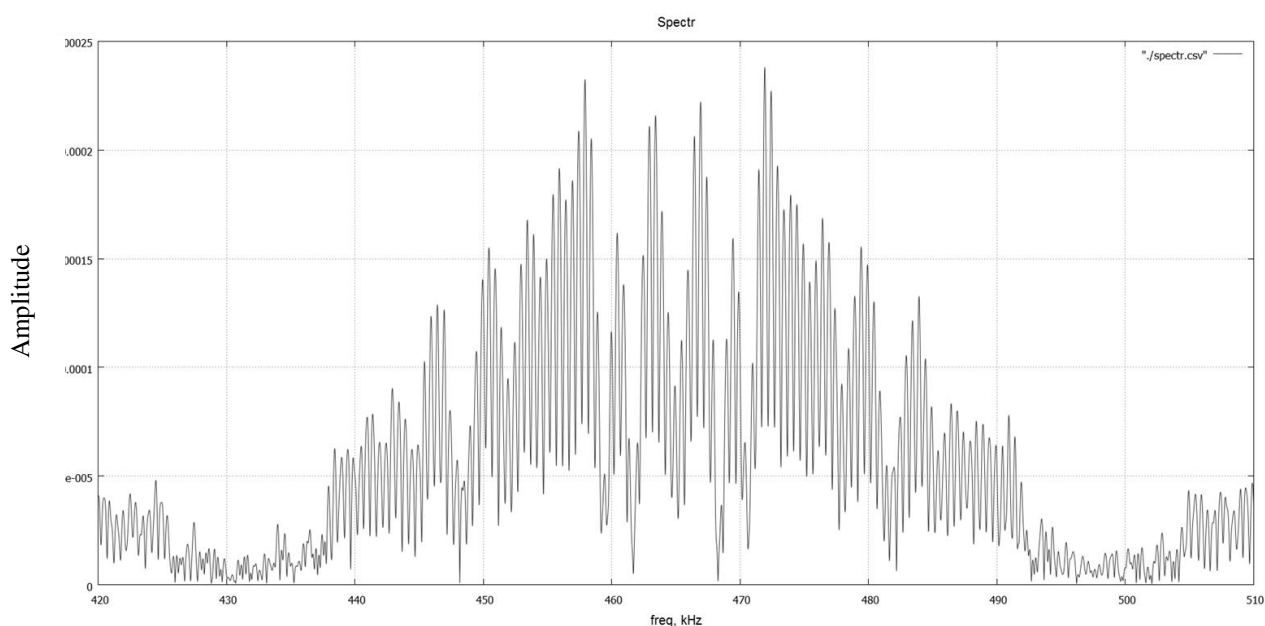


Рисунок 2.6.6 – Спектр совокупности двух сигналов, изображенных на рисунке 2.6.3, после обработки фильтром максимального правдоподобия. Спектр тождественен спектру, изображенному на рисунке 2.6.2. Каких-либо частотных искажений не отмечается

Дадим краткое пояснение полученным результатам фильтрации. Фильтр максимального правдоподобия решает задачу оценки параметров как сигнала, так и помехи. Коэффициент корреляции между сигналом и помехой не превосходит значения 0.7. В результате из исходной реализации, содержащей помеху, можно вычлечь восстановленную помеху. Как

видно из рисунка 2.6.5, точность оценок параметров помехи очень высокая, что обеспечивает полное исключение помехи из исходной реализации. Представленный на рисунке 2.6.6 спектр реализации после ее обработки фильтром максимального правдоподобия тождественен спектру, изображенному на рисунке 2.6.2. Следовательно, потерь информации о сигнале не отмечается.

Теперь рассмотрим возможность фильтрации сигнала на фоне импульсной помехи, не совпадающей по времени прихода с сигналами (рисунок 2.6.7). Параметры помехи: время прихода равно 2.0 мс, длительность – 0.4 мс, амплитуда – 0.35 В.

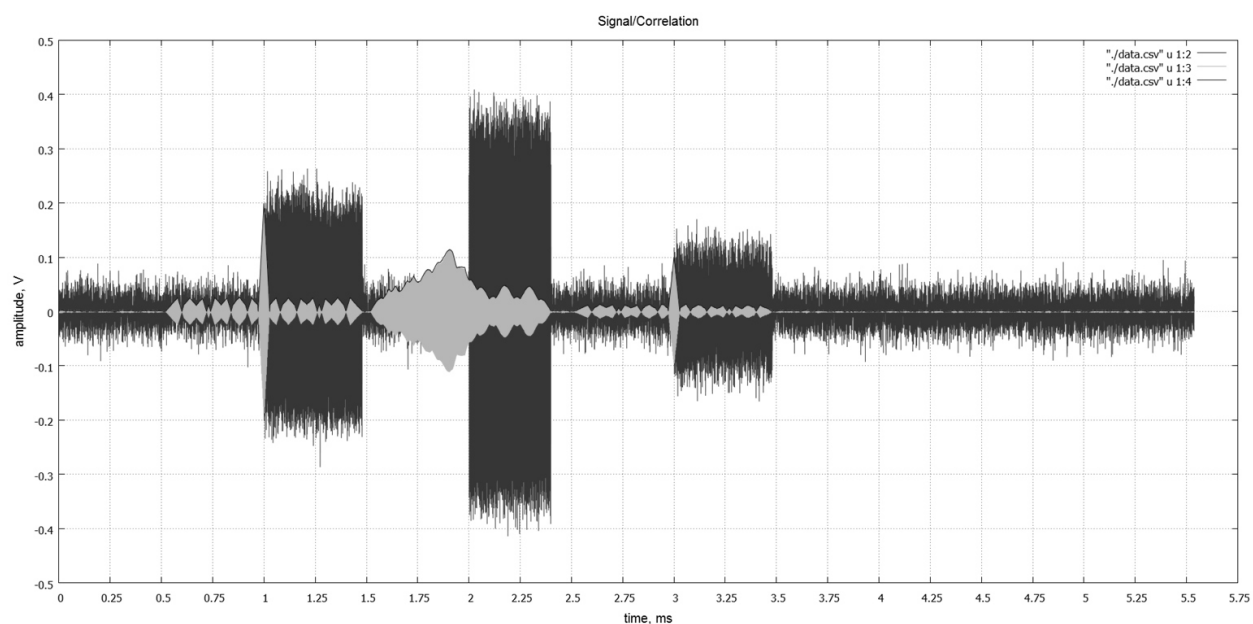


Рисунок 2.6.7 – Совокупность двух сигналов, изображенных на рисунке 2.6.1, дополненная импульсной помехой, располагающейся по времени прихода между двумя сигналами на основе М – последовательности (темно-серый цвет). Светло-серым цветом показаны корреляционные функции двух сигналов и помехи. Корреляционная обработка исключает ортогональную по времени прихода импульсную помеху, однако неортогональная часть помехи остается в принятой реализации после корреляционной обработки

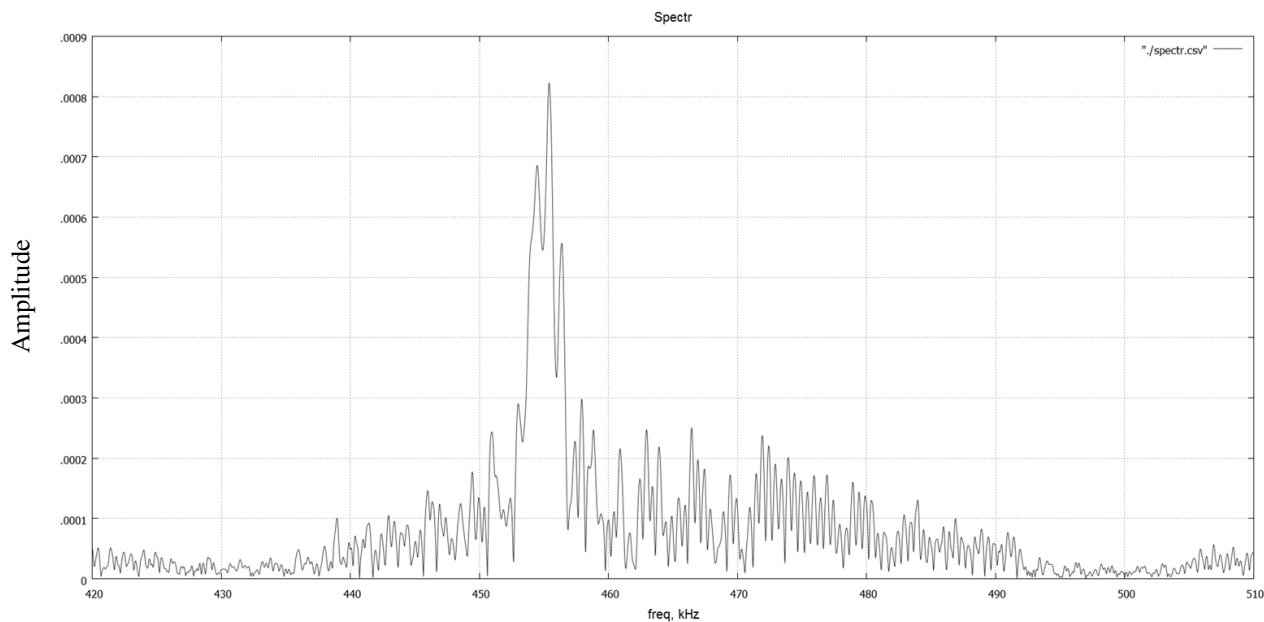


Рисунок 2.6.8 – Спектр совокупности сигналов и импульсной помехи, изображенной на рисунке 2.6.7. Спектр помехи занимает значительную часть спектра сигнала. Сигналы и помеха ортогональны по времени прихода, но неортогональны по частоте

Такой случай часто реализуется на практике. В принципе, такую помеху можно устранить из принятой реализации с помощью стробирования (вырезание части принятой реализации), однако эта операция требует участия оператора в процессе обработки принятого сообщения. Корреляционная обработка (светло-серый цвет на рисунке 2.6.7) не позволяет исключить импульсную помеху из принятого сообщения. Спектральная обработка принятого сообщения (рисунок 2.6.8) также не может исключить помеху.

На рисунке 2.6.9 показан результат фильтрации принятого сообщения, содержащего два сигнала и импульсную помеху, методом максимального правдоподобия. Как видно из рисунка, импульсная помеха полностью исключена из принятого сообщения и, как следствие, из результатов его корреляционной обработки. В спектре принятого сообщения после фильтрации (рисунок 2.6.10) по методу максимального правдоподобия не отмечается каких-либо изменений по отношению к спектру, изображенному на рисунке 2.6.2.

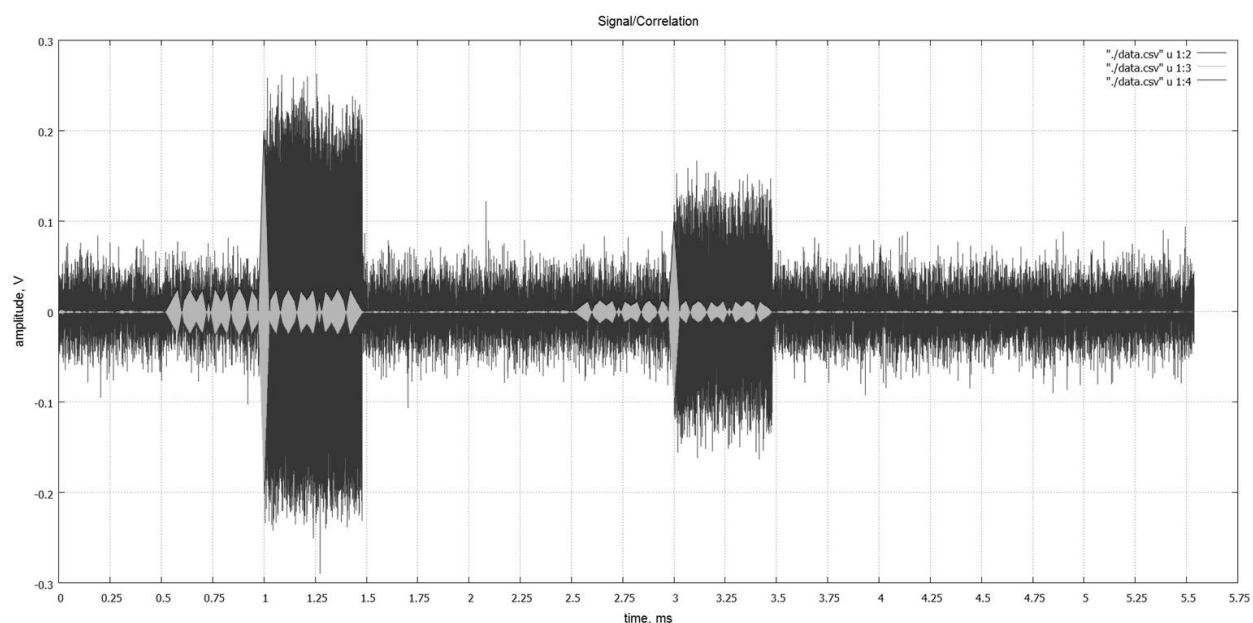


Рисунок 2.6.9 – Сигнал (темно-серый цвет), изображенный на рисунке 2.6.7, и его корреляционная функция (светло-серый цвет) на выходе фильтра максимального правдоподобия. Импульсной помехи, ортогональной по времени прихода, но неортогональной по частоте на выходе фильтра нет, а, следовательно, и нет вклада от помехи в корреляционную функцию

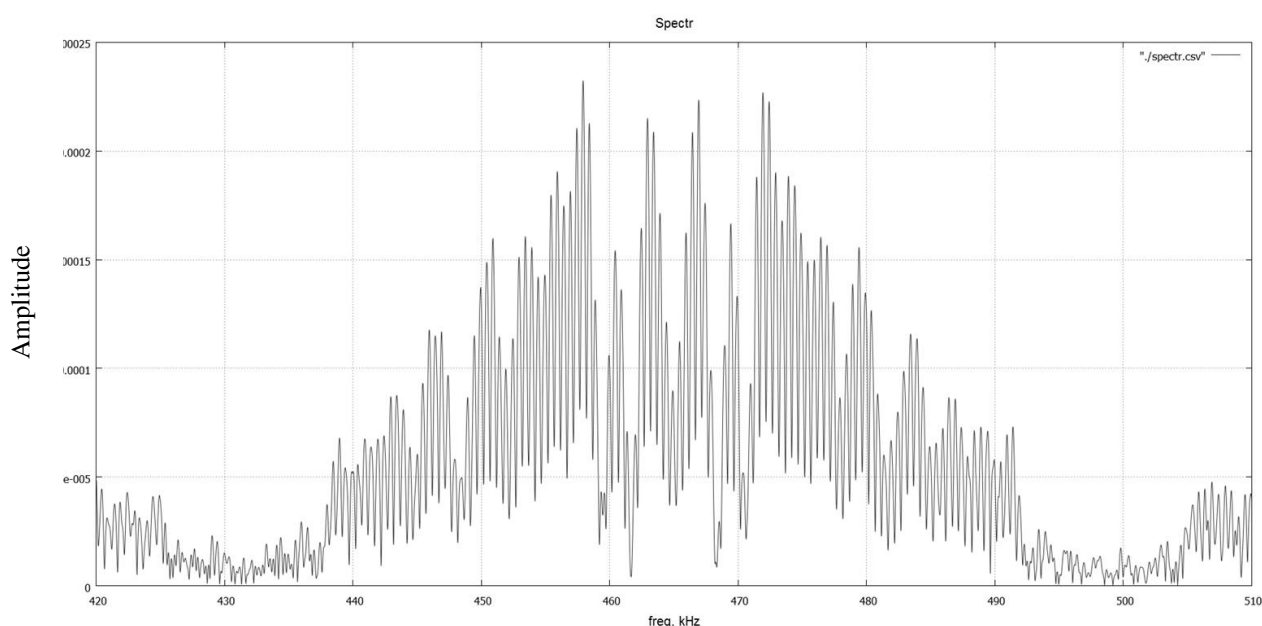


Рисунок 2.6.10 – Спектр совокупности сигналов, изображенных на рисунке 2.6.7, на выходе фильтра максимального правдоподобия. Каких-либо изменений спектра по сравнению со спектром, изображенным на рисунок 2.6.2 не отмечается

Рассмотрим случай частичного перекрытия по времени первого сигнала и импульсной помехи. Время прихода первого сигнала, как обычно, составляет 1.0 мс, время прихода импульсной помехи составляет 1.2 мс, ее длительность – 0.6 мс, частота – 455 кГц (реализация

изображена на рисунке 2.6.11 темно-серым цветом). В данном случае помеха возникает в момент существования первого сигнала и исчезает незадолго после его окончания. Первый сигнал и импульсная помеха в этом случае неортогональны по времени прихода. Корреляционная обработка (светло-серый цвет на рисунке 2.6.11) не может отфильтровать сигнал от импульсной помехи.

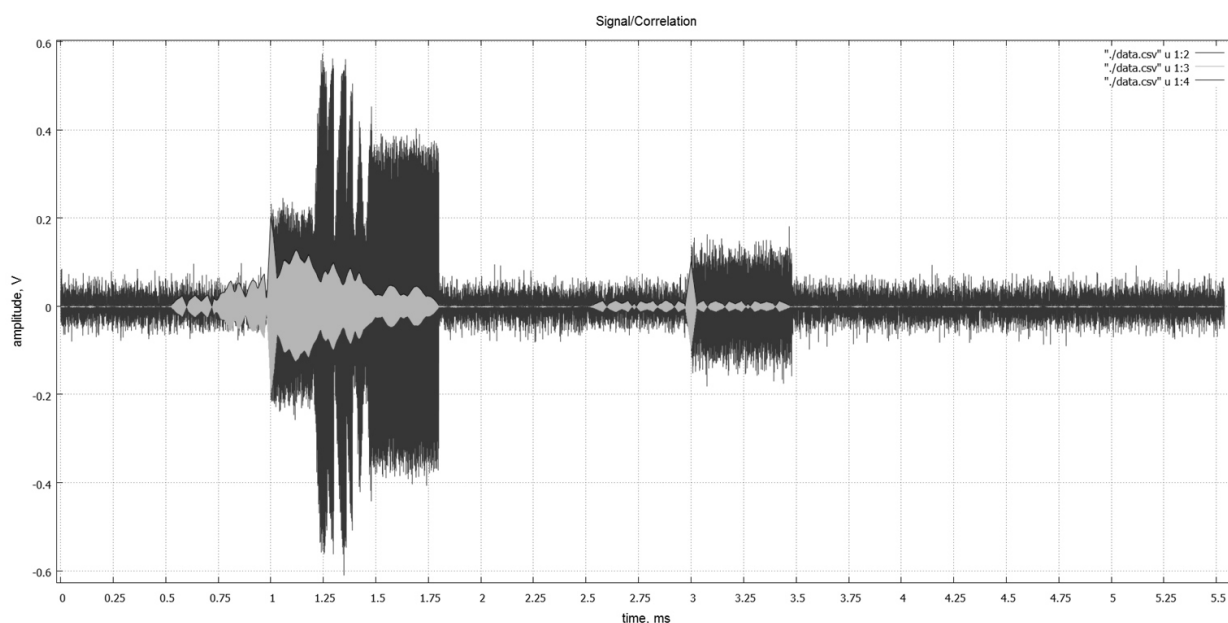


Рисунок 2.6.11 – Совокупность сигналов, изображенных на рисунке 2.6.1, дополненная импульсной помехой, частично перекрывающейся во времени с первым сигналом. Первый сигнал неортогонален помехе по времени прихода. Корреляционная функция первого сигнала (светло-серый цвет) сильно искажена помехой

На рисунке 2.6.12 показан спектр двух сигналов и импульсной помехи, изображенных на рисунке 2.6.11. Как видно из рисунка, спектры помехи и сигнала сильно перекрываются. Сигналы и помеха неортогональны по частоте.

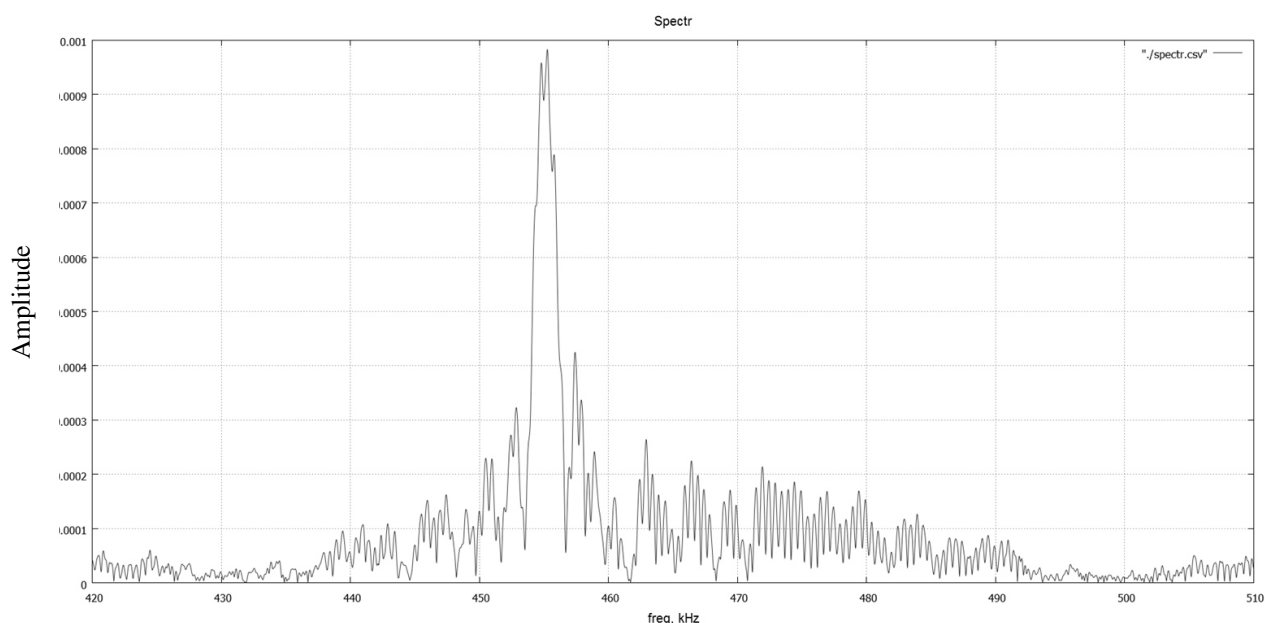


Рисунок 2.6.12 – Спектр совокупности сигналов и помехи, изображенных на рисунке 2.6.11. Помеха и сигналы неортогональны по частоте

В результате фильтрации принятого сообщения фильтром максимального правдоподобия (рисунок 2.6.13) импульсная помеха полностью исключается из принятого сообщения и, как следствие, из результатов корреляционной обработки. Спектр принятого сообщения после фильтрации фильтром максимального правдоподобия (рисунок 2.6.14) тождественен спектру модельного сигнала (рисунок 2.6.2). Потеря информации о сигнале нет.

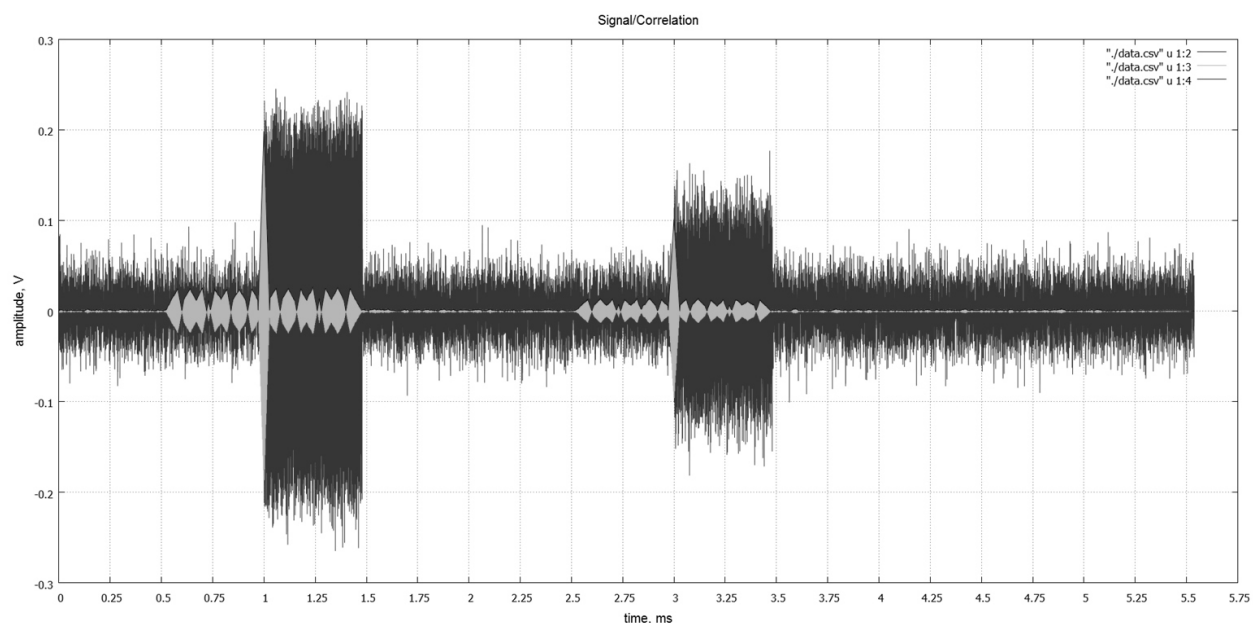


Рисунок 2.6.13 – Сигнал (темно-серый цвет), изображенный на рисунке 2.6.11, и его корреляционная функция (светло-серый цвет) на выходе фильтра максимального правдоподобия. Неортогональная по времени прихода и частоте импульсная помеха полностью исключена с сохранением формы корреляционных функций двух сигналов

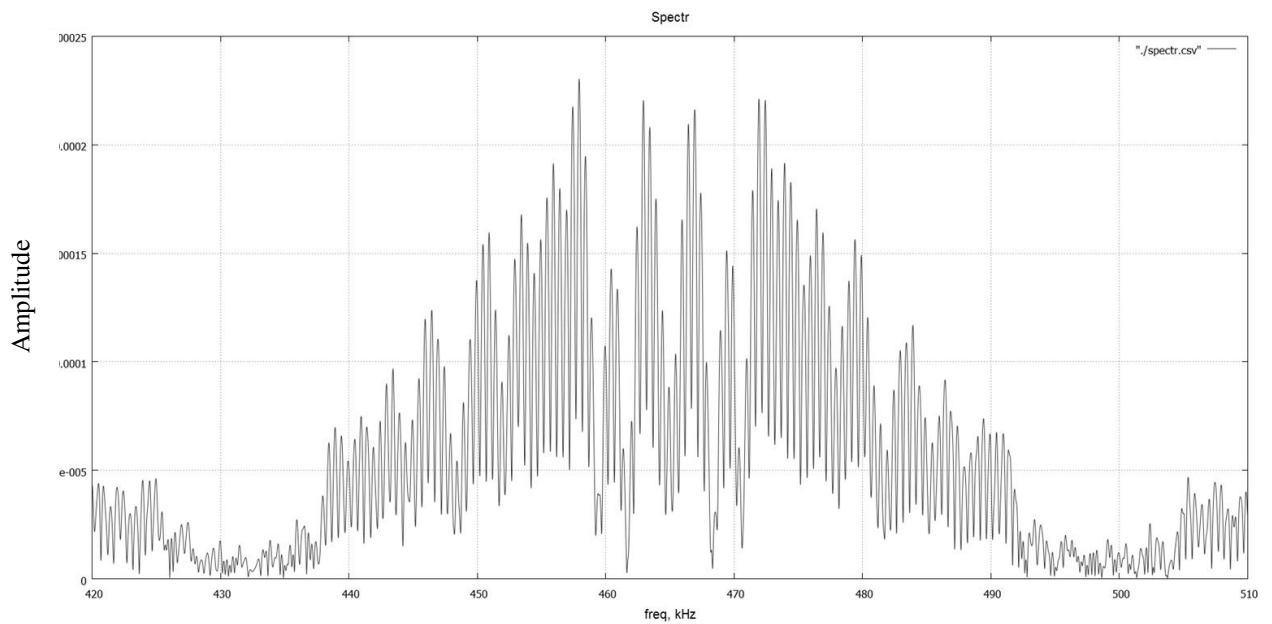


Рисунок 2.6.14 – Спектр совокупности двух сигналов, изображенных на рисунке 2.6.11, на выходе фильтра максимального правдоподобия. Спектр тождественен спектру, изображенному на рисунке 2.6.2. Искажений не наблюдается

На рисунке 2.6.15 показана принятая реализация, содержащая два сигнала и импульсную помеху, полностью вмещающуюся в первый сигнал. Параметры помехи: время прихода помехи равно 1.1 мс, ее длительность – 0.34 мс, частота – 455 кГц, амплитуда - 0.35В.

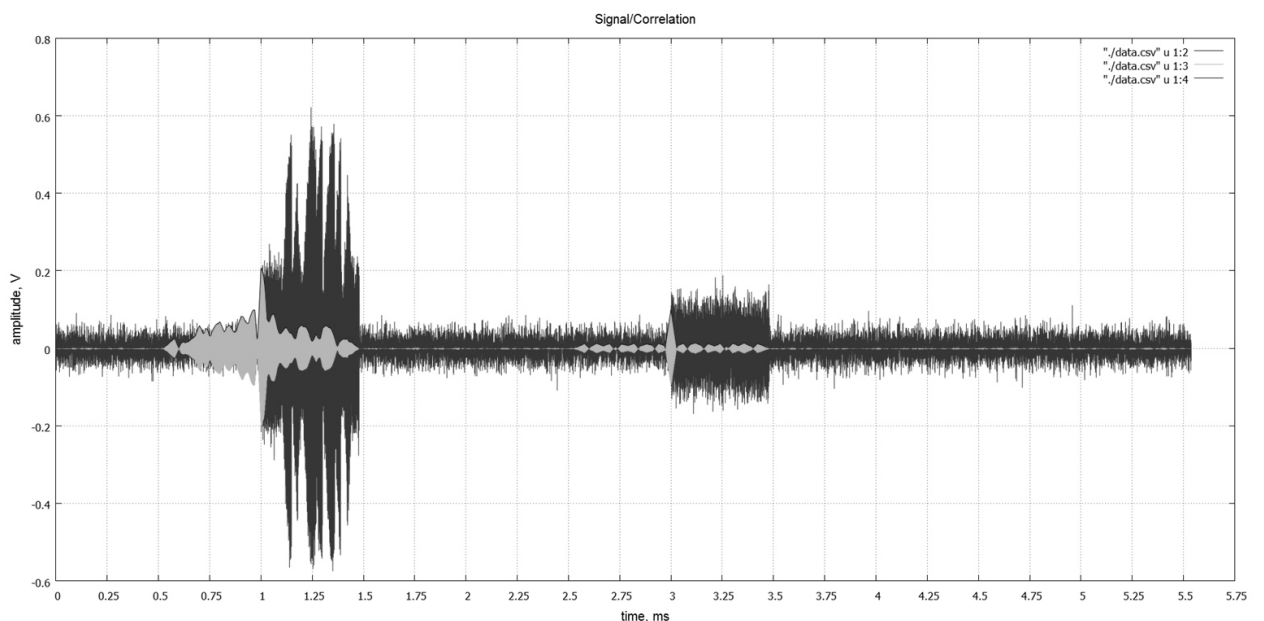


Рисунок 2.6.15 – Совокупность двух сигналов и помехи, полностью вмещающейся в первый сигнал (отображается темно-серым цветом) и корреляционная функция (показана светло-серым цветом). Корреляционная функция первого сигнала значительно искажена влиянием помехи

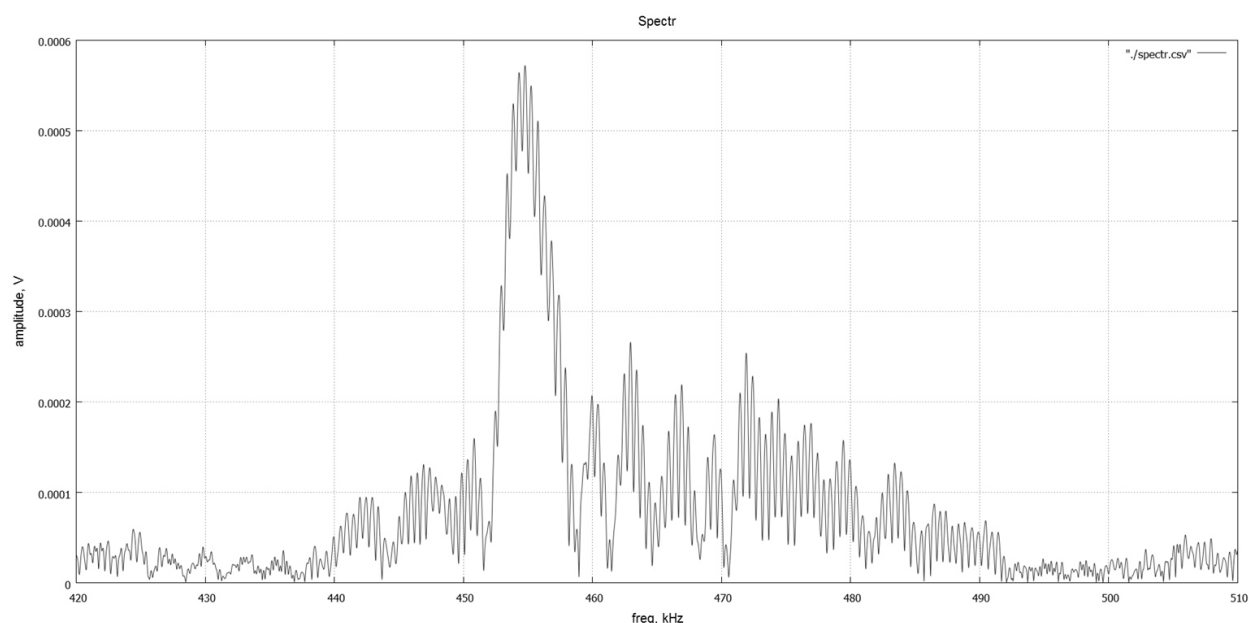


Рисунок 2.6.16 – Спектр совокупности сигнала и помехи, изображенной на рисунке 2.6.15. Помеха и сигнал неортогональны по частоте, их спектры сильно перекрываются

Спектр принятой реализации на входе фильтра максимального правдоподобия (рисунок 2.6.16) и спектр сигнала на выходе фильтра максимального правдоподобия (рисунок 2.6.18) позволяют сделать вывод о полном выделении сигнала на фоне помехи без искажения информации о сигнале. На рисунке 2.6.17 изображен сигнал на выходе фильтра максимального правдоподобия.

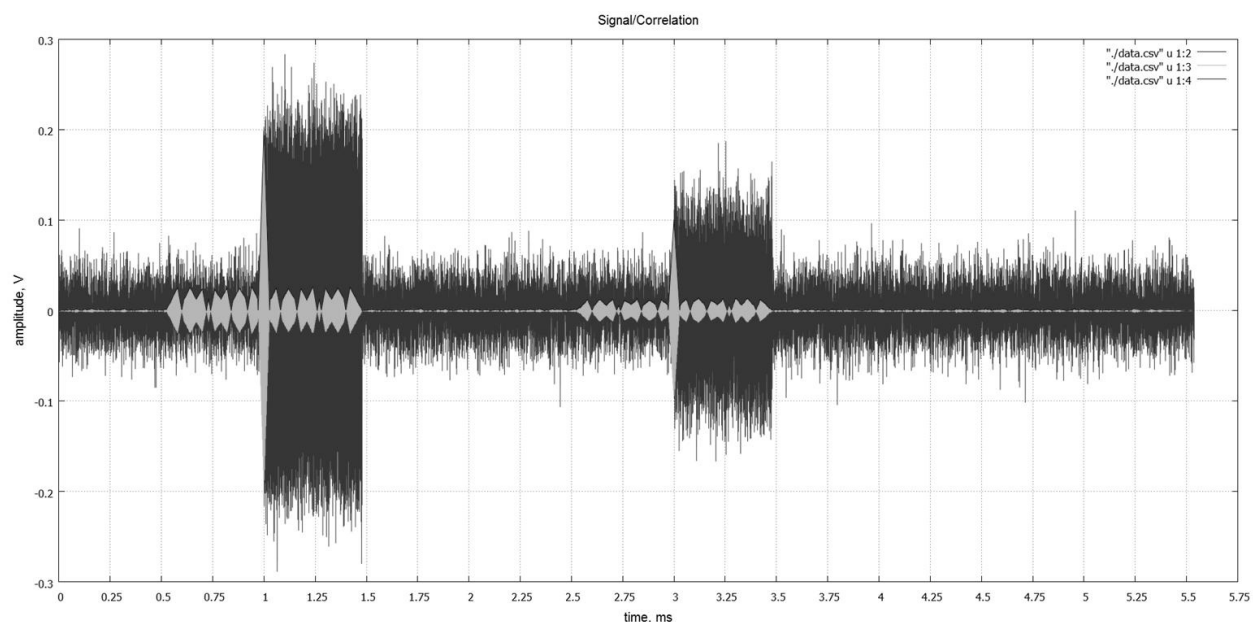


Рисунок 2.6.17 – Сигнал (темно-серый цвет), изображенный на рисунке 2.6.15, и его корреляционная функция (светло-серый цвет) на выходе фильтра максимального правдоподобия. Неортогональная по времени прихода и частоте импульсная помеха полностью исключена с сохранением формы корреляционных функций двух сигналов

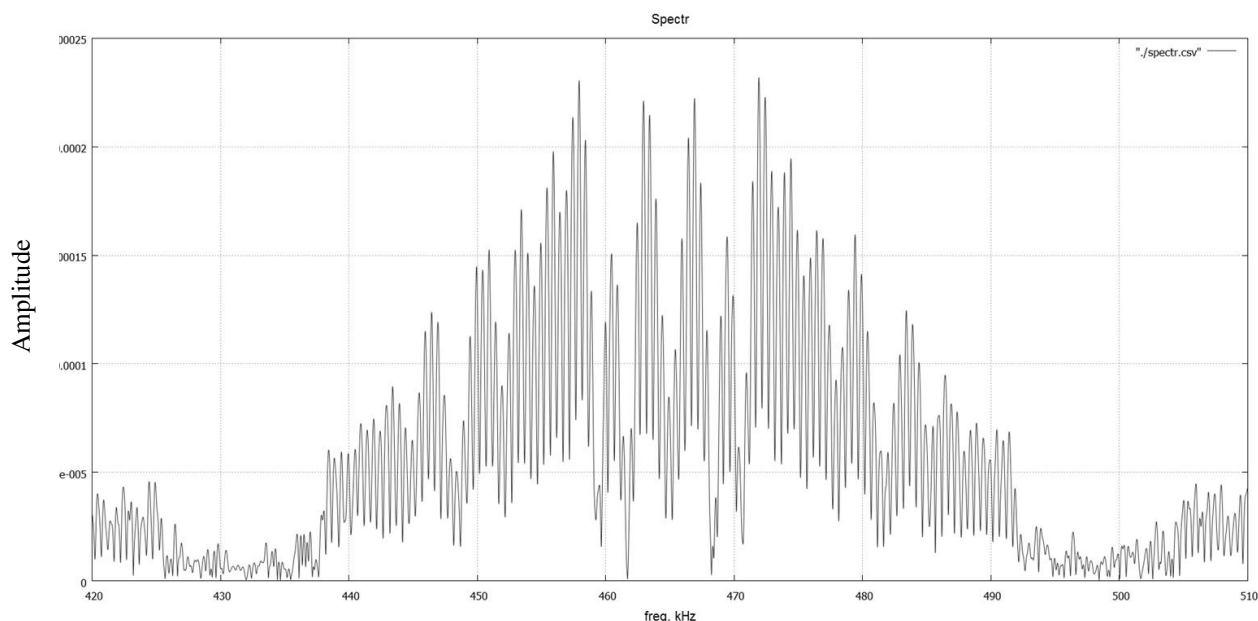


Рисунок 2.6.18 – Спектр совокупности двух сигналов, изображенных на рисунке 2.6.15, на выходе фильтра максимального правдоподобия. Спектр тождественен спектру исходного модельного сигнала, изображенному на рисунке 2.6.2. Искажений не наблюдается

Таким образом, результаты модельных расчетов показали высокую эффективность фильтров максимального правдоподобия при фильтрации сложного сигнала в условиях наличия сосредоточенной или импульсной помех. Теоретические положения §1.7 и §1.8 подтверждаются результатами моделирования полностью.

§2.7. Тестирование методов оптимизации по времени алгоритмов поиска глобального минимума функционала правдоподобия при обработке сложных сигналов

2.7.1. Тестирование алгоритма, основанного на применении глобальной оптимизации

Применим описанный в §1.9 алгоритм CRSM_LGM для поиска минимума преобразованного функционала правдоподобия применительно к задаче разделения M-последовательностей.

Для наглядности рассмотрим случай прихода двух сигналов, тогда принятое сообщение будет описываться формулой (1.5.3). Рассмотрим реализацию, изображенную на рисунке 2.7.1 и имитирующую отраженный от ионосферы сигнал. Сигнал имеет следующие параметры: времена прихода первой и второй отраженной M-последовательностей соответственно равны 1.6 мс и 1.8 мс. Амплитуды сигналов одинаковы и равны 1.0 В, СКО гауссового шума равно 0.25 В.

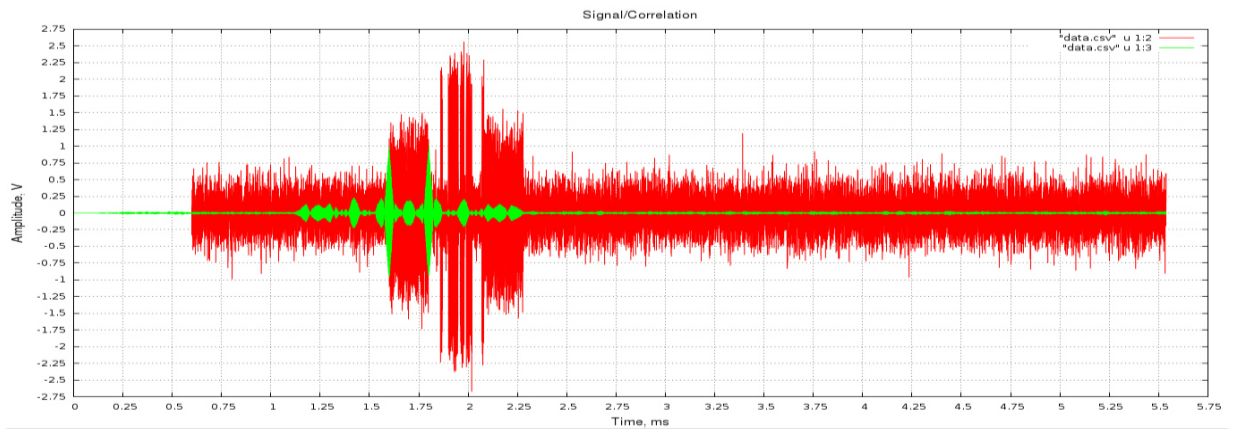


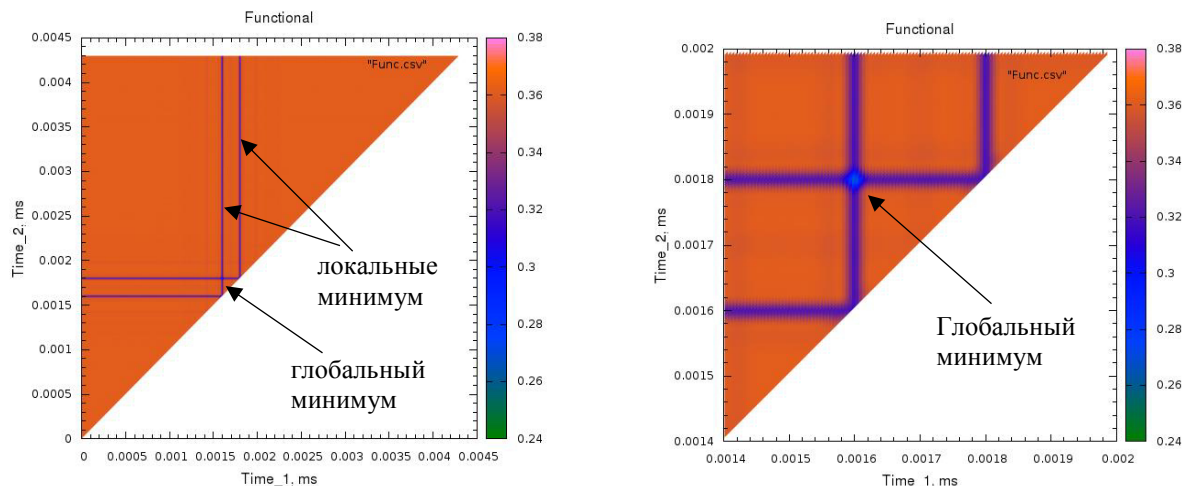
Рисунок 2.7.1 – Модельный сигнал (отображается красным цветом) и его корреляционная функция (отображается зеленым цветом)

Как видно из рисунка 2.7.1 данный случай не относится к случаю сверхразрешения, и решение может быть получено классически, однако все это сделано для наглядности.

Для данного сигнала построим функционал правдоподобия с шагом 5 мкс. Цветная карта поверхности функционала изображена на рисунке 2.7.2, в предположении что $t_2 > t_1$.

Как видно из рисунка 2.7.2, функционал имеет ярко выраженный глобальный минимум в точке [1.6мс; 1.8мс]. Так же существует ряд ярко выраженных локальных минимумов в точках, когда одно из значений t_i равно истинному значению. Остальные локальные минимумы выражены менее сильно и связаны с видом сигнала, а именно с наличием боковых лепестков у корреляционной функции M-последовательности, а также с влиянием шума.

По внешнему виду функционала легко сделать вывод, что его минимизация нетривиальная задача. Т.к. глобальный минимум очень узок, то легко промахнуться, т.е. велика вероятность остановки алгоритма в одном из локальных минимумов.



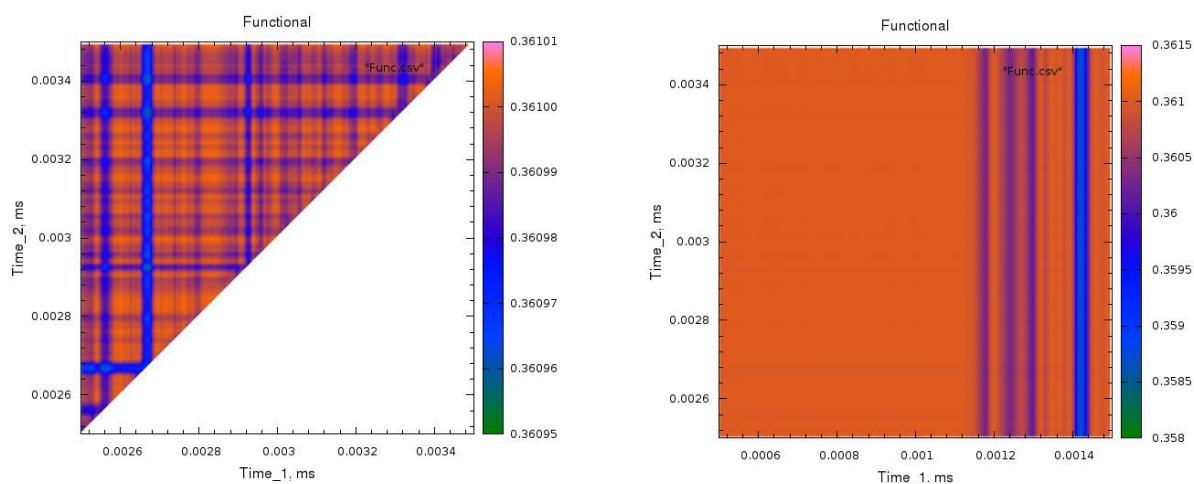


Рисунок 2.7.2 – Функционал правдоподобия

На рисунке 2.7.3 приведены шаги алгоритма по достижению глобального минимума. Цветом отмечена динамика алгоритма, так, например, первые 500 расчетов функции будут отображаться зелеными точками, последние 500 расчетов – красными. Видно, как алгоритм быстро сходится к истинному решению, исследуя локальные минимумы в его окрестности.

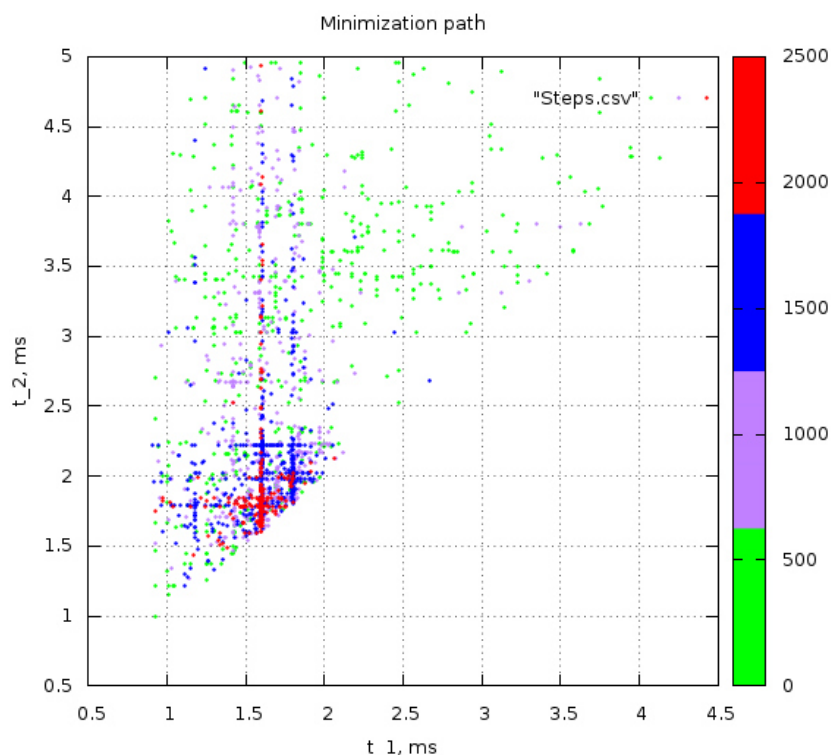


Рисунок 2.7.3 – Итерационный ход алгоритма CRSM_LGM

Приближенная зависимость числа вычислений целевой функции от размерности пространства поиска – $Q = N^{1+0.65 \ln n}$, где N – число, вычислений, необходимых для расчета одномерной задачи, n – размерность пространства поиска, изображена на рисунке 2.7.4.

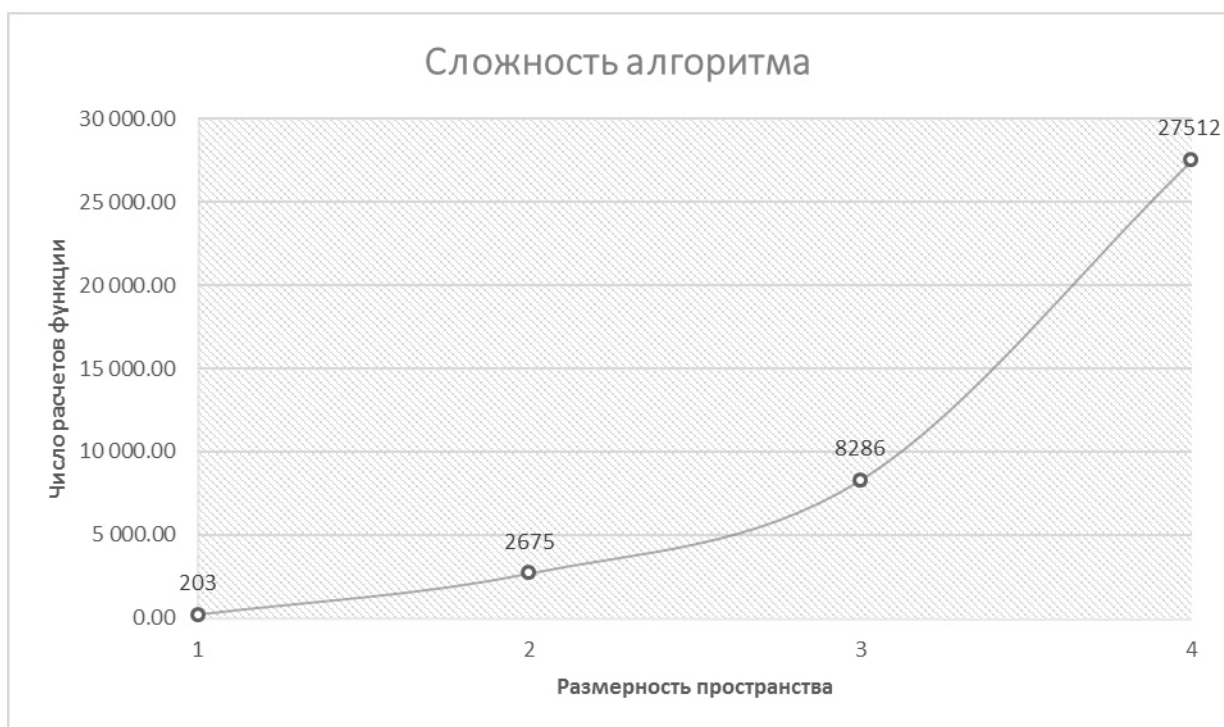


Рисунок 2.7.4 – Зависимость числа вычислений функции до сходимости алгоритма от размерности пространства поиска

Выигрыш от применения указанного типа оптимизации существенен при большом значении пространства поиска, т.к. в случае перебора по сетке сложность нарастает как $Q = N^n$ (рисунок 2.7.5).

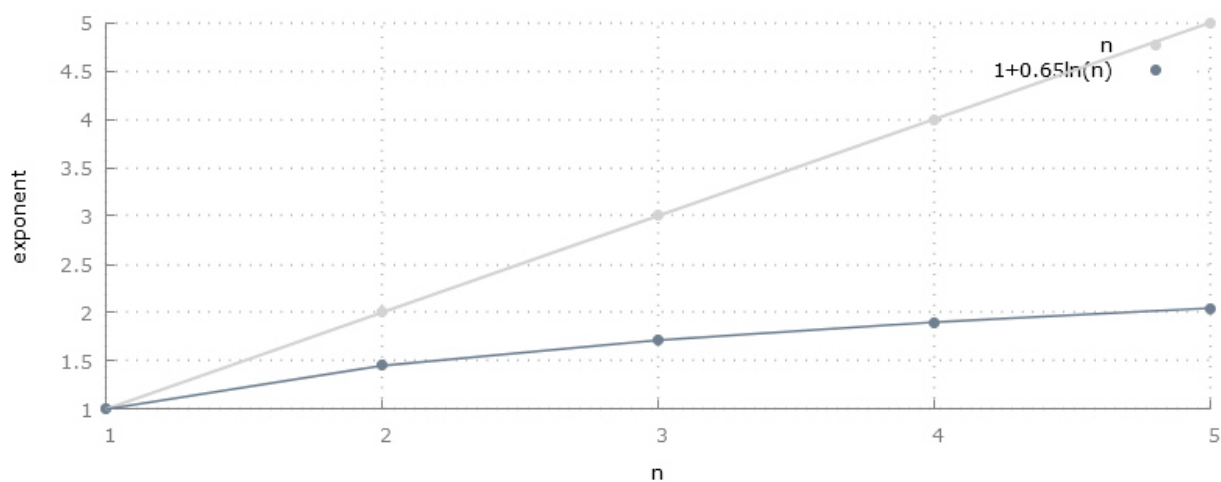


Рисунок 2.7.5 – Нарастание сложности алгоритма по сравнению с одномерным случаем для перебора по сетке (светло-серый цвет) и алгоритма CRSM_LGM (темно-серый цвет)

Приведенные результаты показывают важность применения оптимизации в алгоритмах, построенных на применении теории оптимального приема.

2.7.2. Тестирование алгоритма, основанного на применении технологии CUDA

Как было сказано в §1.10 применение параллельных алгоритмов позволяет существенно повысить скорость расчетов. Произведем сравнение производительности алгоритма для задачи оценки времен прихода двух сложных сигналов. Функционал, минимизируемый в данной задаче, описывается формулой (1.5.9).

Приведем данные сравнения скорости нахождения минимума такой функции на CPU и на GPU (табл. 2.7.1 и рисунки 2.7.6, 2.7.7).

Таблица 2.7.1. Сравнение производительности GPU/CPU.

Число итераций, тыс	Время выполнения на GPU: T_GPU, мс	Время выполнения на CPU: T_CPU, мс	Отношение времен T_CPU/T_GPU
200	0.468	62.497	133.5406
300	0.674	109.376	162.2789
550	1.028	187.518	182.4105
1250	2.031	406.252	200.0256
5000	7.656	1609.404	210.2147
20000	29.794	6464.256	216.965
55000	82.146	18077.79	220.0691
500000	739.833	165119.5	223.1848

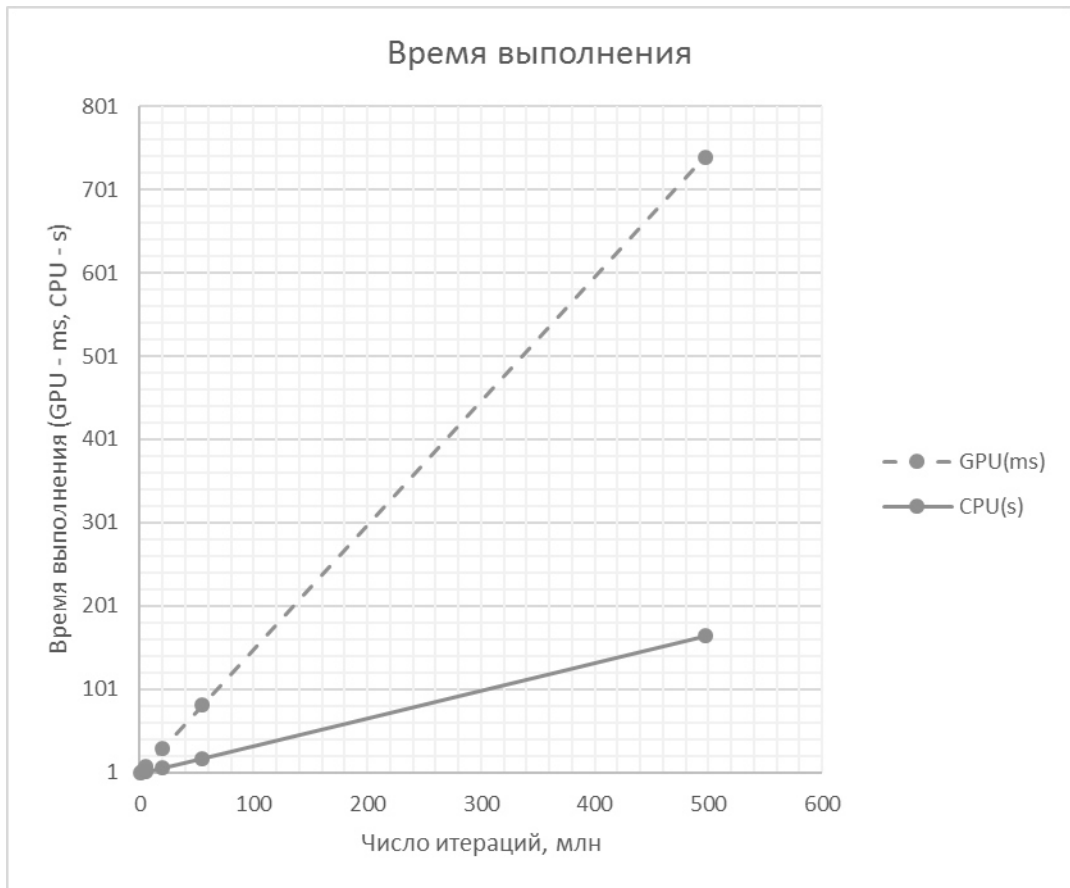


Рисунок 2.7.6 – Сравнение времен выполнения минимизации функционала на CPU (оранжевая линия) и GPU (синяя линия)

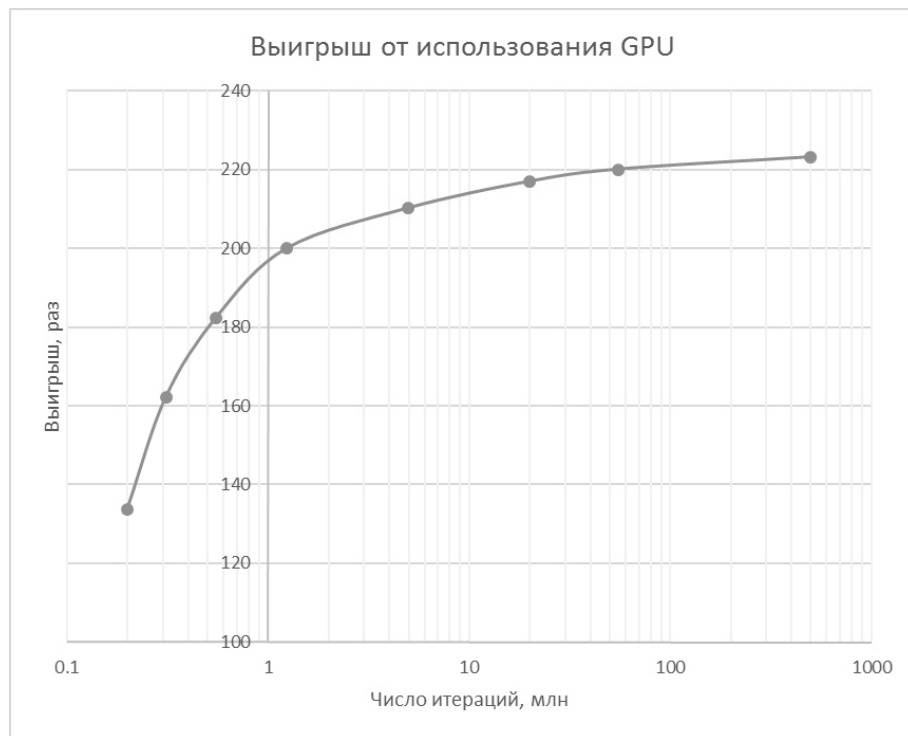


Рисунок 2.7.7 – Выигрыш, получаемый от использования GPU в расчетах минимума функционала

Как показывают графики 2.7.6 и 2.7.7, использование GPU вместо CPU позволяет существенно ускорить процедуру минимизации искомой функции. Конфигурация оборудования, на которой производилось сравнение производительности GPU/CPU представлена в таблице 2.7.2.

Таблица 2.7.2 - Характеристики CPU/GPU.

Тип и параметры GPU	Тип и параметры CPU
<ul style="list-style-type: none"> • тип: i5-4210H • базовая тактовая частота: 2.9 GHz • Максимальная тактовая частота с технологией Turbo Boost: 3.5 GHz 	<ul style="list-style-type: none"> • тип: GTX 860M • Число CUDA ядер: 640 • Частота: Up to 2500 MHz • Производительность CUDA: 5.0

Видеокарта, на которой производилось тестирование алгоритма, описанного в §1.10, относится к видеокартам средней производительности, т.к. предназначена для мобильных платформ. К сожалению, автор не смог проверить скорость работы алгоритма на более мощной видеокарте. Однако, как подсказывает здравый смысл, применение более мощной видеокарты позволит еще больше увеличить выигрыш от использования данного алгоритма.

Приведенные тесты дают оптимистичный прогноз о перспективности использования неграфических расчетов, касающихся процессов минимизации функционалов правдоподобия, в прикладных технических задачах на графических процессорах.

§2.8. Тестирование алгоритма поляризационного разрешения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями

Осуществим тестирование алгоритма поляризационного разделения, описанного в §1.10, на модельных данных. В качестве таковых используем сигналы (M-последовательности) со следующими параметрами: $B_1 = \frac{2}{3}A_1$, $A_1 = 2.0B$, $A_2 = 1.5B$, $\alpha = 50^\circ$, времена прихода сигналов равны $t_1 = 1.6\text{ мс}$, $t_2 = 1.8\text{ мс}$, фазы компонент соответственно равны $\varphi_1 = 50^\circ$,

$\varphi_2 = 120^\circ$, $\beta = \arctg\left(\frac{B_1}{A_1}\right) = \arctg\left(\frac{2}{3}\right) = 33.69^\circ$ (рисунок 2.8.1 и рисунок 2.8.2).

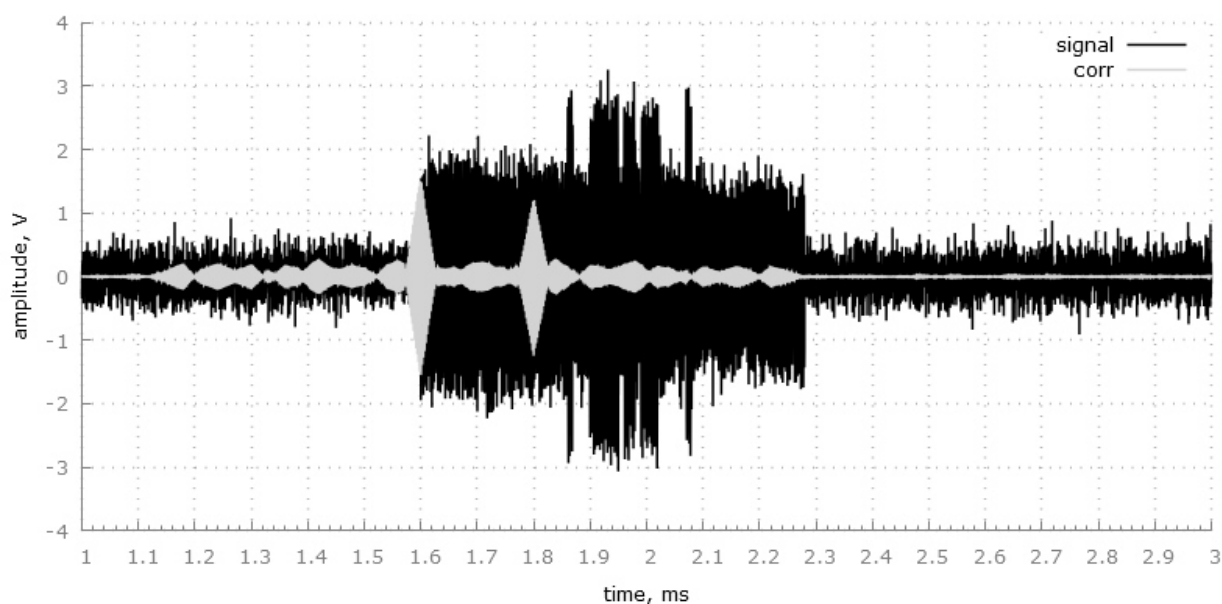


Рисунок 2.8.1 – Модельный сигнал с антенны X (темно-серый цвет) и его свертка с образом излученного сообщения (светло-серый цвет)

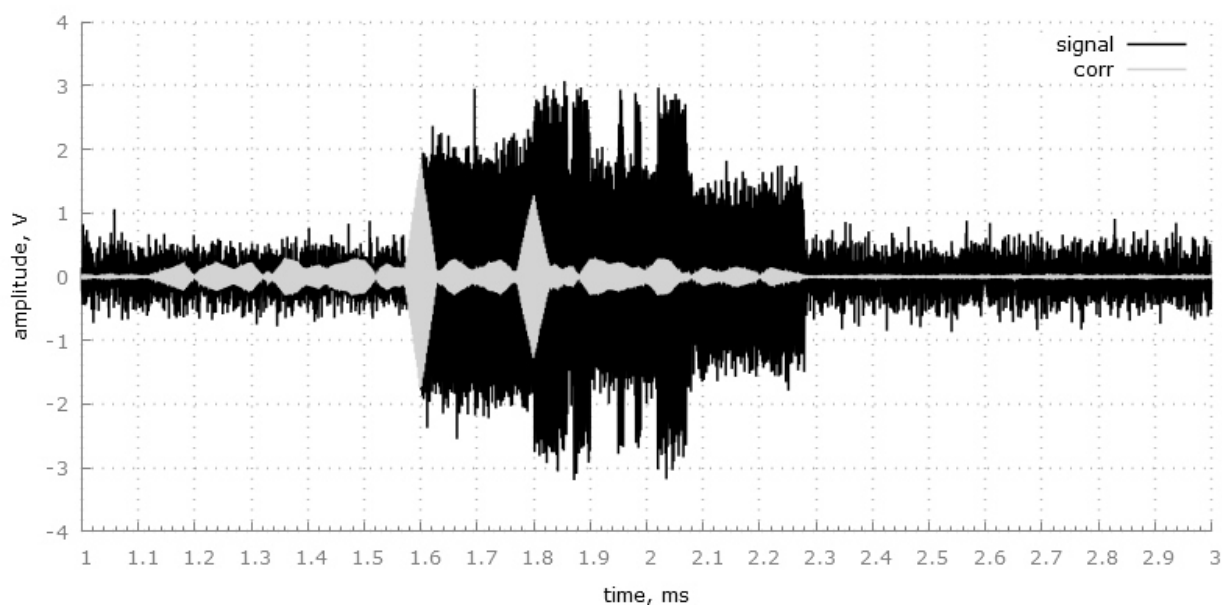


Рисунок 2.8.2 – Модельный сигнал с антенны Y (темно-серый цвет) и его свертка с образом излученного сообщения (светло-серый цвет)

В результате преобразований, описанных в §1.10 для известных значений α и β , получим разделенные сигналы магнитоионных компонент. Результаты преобразований отражены на рисунках 2.8.3 и 2.8.4.

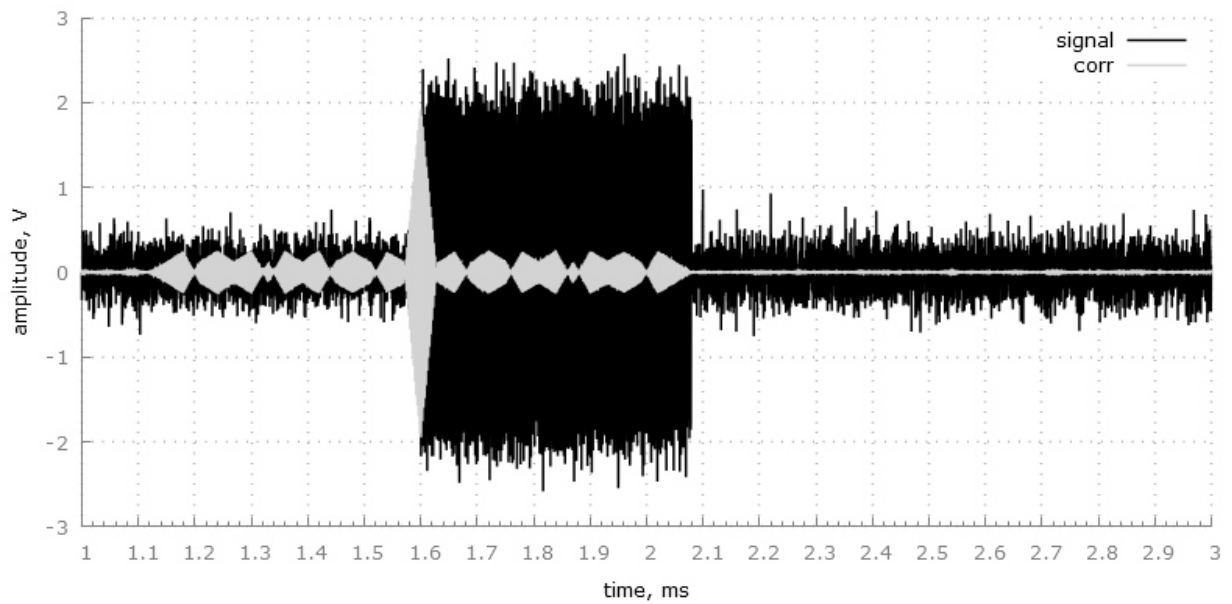


Рисунок 2.8.3 – Первый выделенный сигнал с помощью преобразования, описанного в §1.10, для известных значений α и β (темно-серый цвет) и его свертка с образом излученного сообщения (светло-серый цвет)

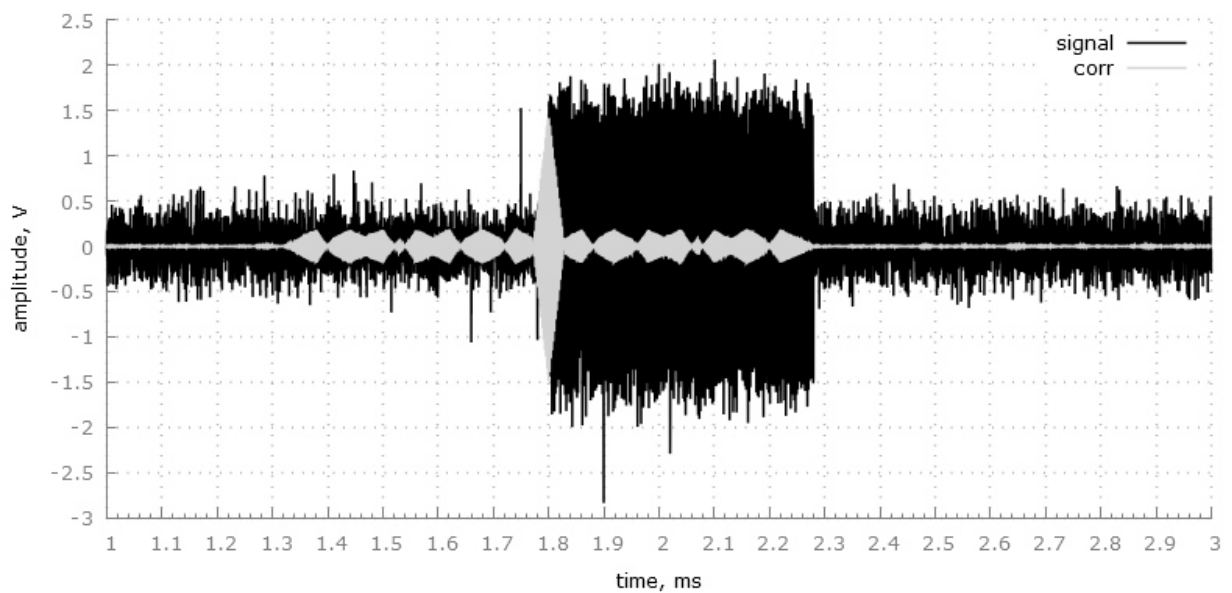


Рисунок 2.8.4 – Второй выделенный сигнал с помощью преобразования, описанного в §1.10, для известных значений α и β (темно-серый цвет) и его свертка с образом излученного сообщения (светло-серый цвет)

Для определения параметров α и β можно воспользоваться описанным в §1.10 методом, основанным на анализе функционала (1.10.16). Поверхность функционала (1.10.16) приведена на рисунке 2.8.5. Из рисунка отчетливо виден глобальный минимум, правильно

определяющий модельные параметры α и β , что подтверждает возможность использования зависимости (1.10.16) для определения искомых параметров.

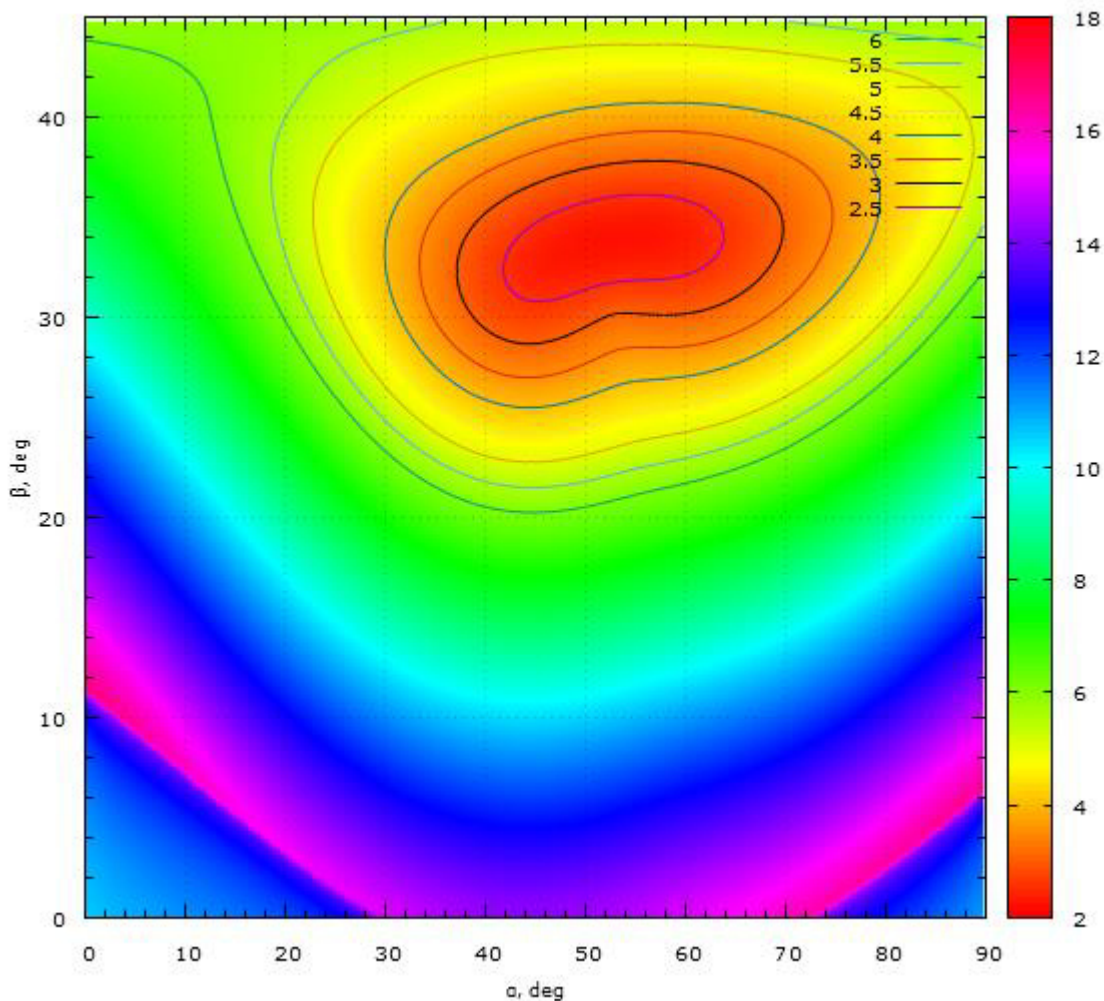


Рисунок 2.8.5 – Карта поверхности функционала (1.10.16)

Представим последовательно изменения сигнала в процессе осуществления всех шагов алгоритма поляризационного разделения на примере сигналов, изображенных на рисунках 2.8.1 и 2.8.2.

На рисунке 2.8.6 представлена совокупность принятых сигналов в полярной СК. Два эллипса 1 и 2 определяют эллипсы магнитоионных компонент. Они формируются первой и последней неперекрывающимися областями сигналов. Два вторых эллипса поляризации (3 и 4) формируются перекрывающимися частями сигналов. Если временное различие между магнитоионными компонентами больше длительности сигнала T , то эти эллипсы исчезают.

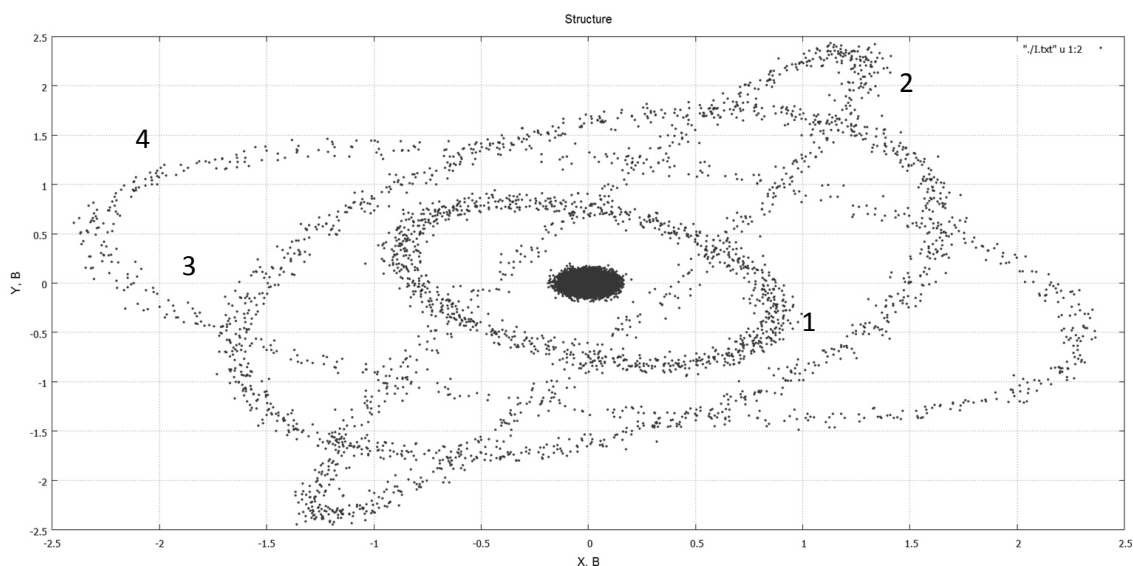


Рисунок 2.8.6 – Принятый сигнал в полярной системе координат. Эллипсы 1 и 2 относятся к неперекрывающимся областям совокупности магнитоионных компонент. Эллипсы 3 и 4 относятся к перекрывающимся областям совокупности магнитоионных компонент

Осуществим поворот системы координат (СК) на угол α (рисунок 2.8.7).

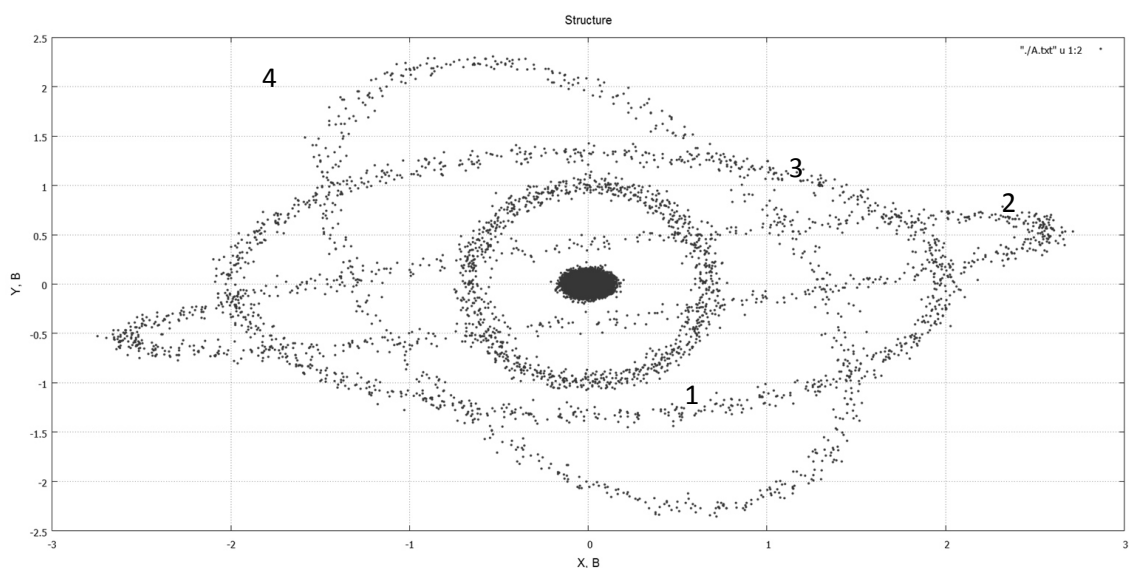


Рисунок 2.8.7 – Принятый сигнал в полярной системе координат после поворота СК на угол α

Выполним сдвиг на $\pi/2$ (выполняется с помощью преобразования Гильберта) (рисунок 2.8.8).

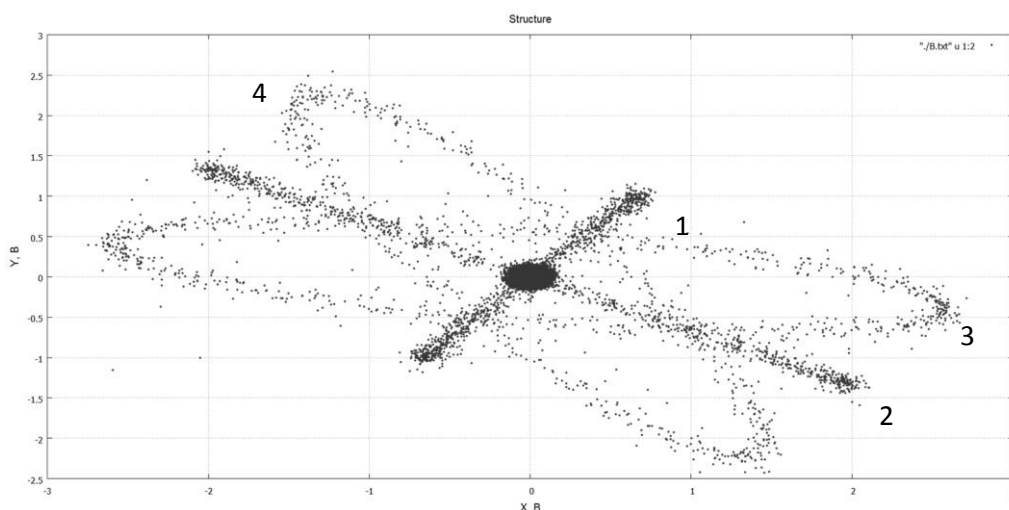


Рисунок 2.8.8 – Принятый сигнал в полярной системе координат после поворота СК на угол α и добавления $\pi/2$ к сигналу «Y»

Реализуем поворот на угол β (рисунок 2.8.9).

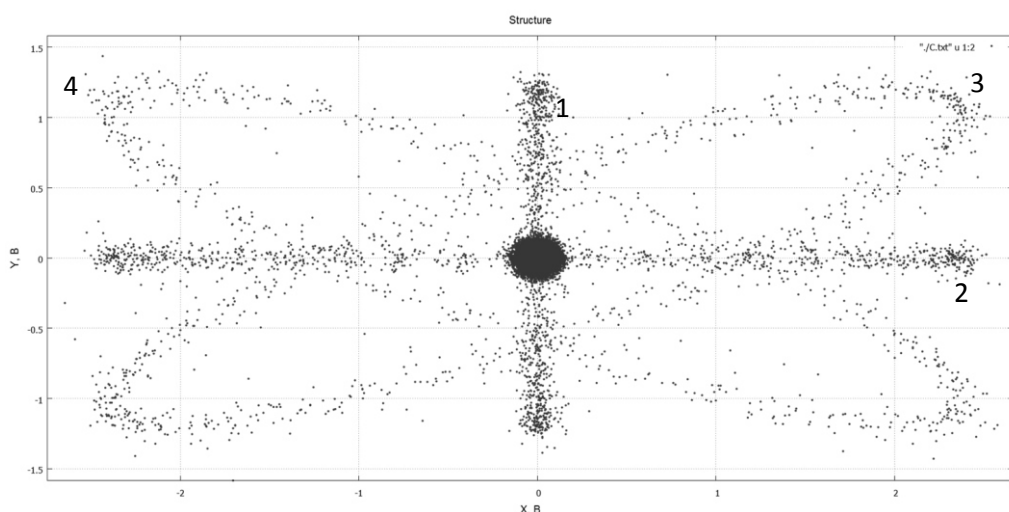


Рисунок 2.8.9 - Принятый сигнал в полярной системе координат после поворота СК на угол α , добавления $\pi/2$ к сигналу «Y» и поворота СК на угол β

Результатом преобразования является разделение поляризации магнитоионных компонент: вдоль вертикальной оси отображается информация об одной магнитоионной компоненте, вдоль горизонтально – о другой. Амплитуды компонент равны: $U_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$ и $U_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$, начальные фазы сохраняются. Отношение сигнал/шум в результате преобразования увеличивается.

Представленная технология разрешения магнитоионных компонент может использоваться также для разделения двух сигналов линейных и круговых ортогональных поляризаций. В первом случае поворот на угол α решает задачу поляризационного

разделения сигналов. Добавка фазы $\pi/2$ и поворот на угол $\beta = 0$ не меняют поляризации. Во втором случае (круговые поляризации) поворот на угол α не меняет поляризации. Два оставшихся преобразования позволяют решить задачу поляризационного разделения сигналов.

Указанная технология поляризационного разделения магнитоионных компонент может использоваться при произвольных временах прихода сигналов, включая случай равенства времен прихода последних. Это является важной особенностью: поляризационное разделение магнитоионных компонент приводит к решению задачи разрешения сигналов по времени прихода (рисунок 2.8.10). На рисунке 2.8.11 показана информация об изменении эллипсов поляризации сигналов магнитоионных компонент в процессе поляризационной обработки при полном совпадении времен прихода сигналов магнитоионных компонент.

Замечание: в случае приема полностью совпадающих по времени прихода магнитоионных компонент технология определения параметров α и β с помощью выражения 1.10.16 не работает.

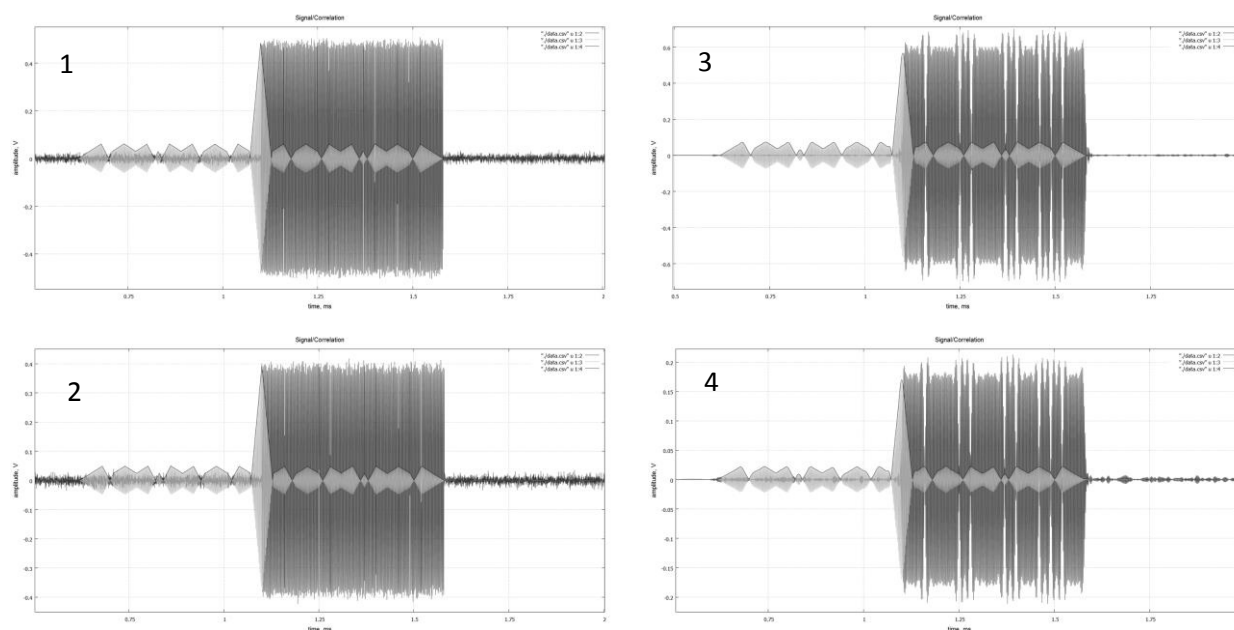


Рисунок 2.8.10 – Результат поляризационного разделения полностью совпадающих M-последовательностей. 1 – исходный сигнал на антенне X, 2 – исходный сигнал на антенне Y, 3 – выделенный сигнал первой магнитоионной компоненты, 4 – выделенный сигнал второй магнитоионной компоненты

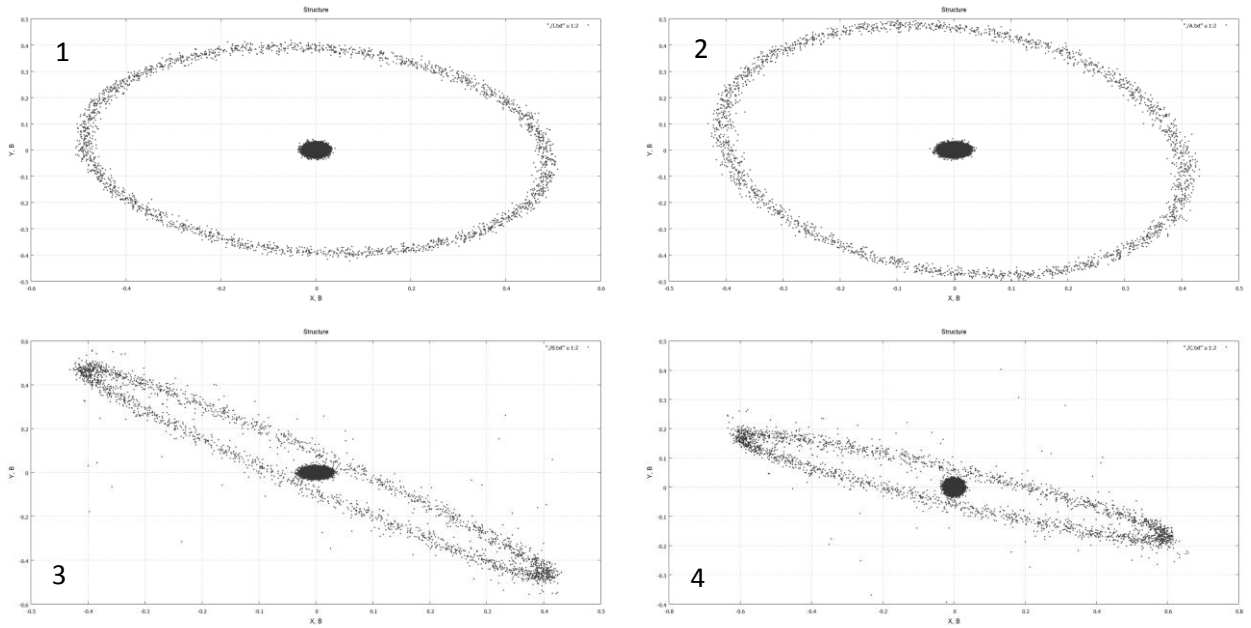


Рисунок 2.8.11 – Преобразование эллипсов поляризации в процессе осуществления поляризационного разделения полностью совпадающих М-последовательностей. 1 – исходный эллипс поляризации, 2 – эллипс поляризации после поворота системы координат на угол α , 3 – эллипс поляризации после поворота системы координат на угол α и внесения фазового сдвига в сигнал E'_y , 4 – итоговый эллипс поляризации после поворота системы координат на угол α , внесения фазового сдвига в сигнал E'_y и поворота системы координат на угол β

Глава 3. Экспериментальные исследования разработанных алгоритмов цифровой обработки сложных сигналов

В данной главе представлены доказательства работоспособности алгоритмов цифровой обработки сложных сигналов, представленных ранее, путем применения их к реальным данным. Все результаты продемонстрированы на данных вертикального зондирования ионосферы.

Применение алгоритма сверхразрешения, основанного на применении теории оптимального приема, к эхо-сигналам вертикального зондирования позволяет наглядно продемонстрировать преимущества теории оптимального приема по сравнению с классическим анализом, основанным на функции неопределенности.

В случае наличия системы из двух ортогонально ориентированных приемных антенн возможно применение алгоритма поляризационного разделения для полного разделения двух магнитоионных компонент. Применение данного алгоритма так же существенно повышает качество получаемой информации.

Продемонстрировано применение адаптивного фильтра для очистки реальных сигналов от коррелированных помех.

В начале главы скажем несколько слов об используемой экспериментальной установке.

§3.1. Описание комплекса аппаратуры для экспериментальных исследований возможностей обработки сложных сигналов при вертикальном зондировании ионосферы

Наиболее распространенным методом вертикального зондирования является импульсный метод.

В классическом варианте реализации импульсного метода импульсы излучаются вертикально вверх, а приемник находится в непосредственной близости от передатчика. В данном случае время запаздывания определяется двойным прохождением импульса расстояния от точки излучения – приема до области, в которой сформировалось отражение. Истинную высоту точки, в которой произошло отражение импульса, определить сложно. Поэтому определяется кажущаяся высота отражения в предположении, что весь путь до точки отражения и обратно импульс проходит с постоянной скоростью c . Тогда действующая высота точки отражения определяется по измеренному интервалу времени Δt с помощью следующего простого соотношения $h' = c\Delta t / 2$.

Основной задачей импульсного метода исследования ионосферы является получение профиля распределения электронной концентрации по высоте.

Если изменять несущую частоту передатчика, то импульсы, характеризующиеся разными значениями несущей частоты, будут отражаться от областей с разной электронной плотностью. Так как электронная плотность меняется с высотой, то импульсы испытывают различное по величине запаздывание. Таким образом, возникает возможность экспериментальным путем получить профиль электронной концентрации в ионосфере.

Непосредственно в результате измерений получают высотно-частотную характеристику (ВЧХ) – зависимость действующей высоты отражения радиоимпульса от его несущей частоты. На основании анализа конфигурации $h'(f)$ можно определить ряд ионосферных параметров: критические частоты слоев ионосферы и их высоты – характеристики, знание которых имеет первостепенное значение для обеспечения устойчивой и надежной радиосвязи.

Анализ результатов, получаемых импульсным методом зондирования ионосферы на переменной частоте, позволяет определить ионизационно-рекомбинационные константы ионосферных процессов. Таким образом, зондирование ионосферы короткими радиоимпульсами позволяет простыми средствами получить большой объем информации о состоянии ионосферы и поэтому является в настоящее время наиболее широко распространенным методом получения сведений об основных ионосферных параметрах.

Для получения эхо-сигналов вертикального зондирования был использован МРЛК «Вектор» производства НИИДАР. Его основные характеристики и принцип работы представлены ниже.

Многофункциональный радиолокационный комплекс (МРЛК) для мониторинга состояния ионосферы «Вектор» предназначен для вертикального зондирования ионосферы с целью получения высотно-частотной характеристики и расчета на ее основе профиля истинных высот.

Принцип работы МРЛК заключается в вертикальном излучении и приеме отраженного от слоев ионосферы фазомодулированного сигнала в диапазоне частот от 1 до 20 МГц. На каждой частоте определяется высота отражения с построением высотно-частотной характеристики и рассчитывается профиль электронной концентрации.

Управление элементами МРЛК осуществляется аппаратно-программным модулем (АПМ). Управляющий сигнал поступает на формирователь импульсных сигналов, который формирует зондирующий импульсный сигнал с заданными параметрами. Зондирующий сигнал поступает на импульсный усилитель мощности, где усиливается и направляется на передающую зенитную антенну (ПЗА). ПЗА излучает сигнал в пространство.

Сигналы, отраженные от слоев ионосферы, принимаются малогабаритной горизонтальной антенной (МГА), усиливаются и поступают по двум каналам в радиоприемное устройство (РПУ). РПУ производит оцифровку излученного и отраженного сигналов, передает их в АПМ.

После каждого сканирования по частотам полученные данные сохраняются в отдельные каталоги. АПМ с установленным функциональным программным обеспечением анализирует принятые сигналы, производит необходимые расчеты и выводит требуемые данные.

В состав МРЛК «Вектор» входят:

- радиоприемное устройство «БУНИЛ» 2.1;
- формирователь импульсных сигналов Д-ФИС;
- импульсный усилитель мощности Д-УМИ-600;
- малогабаритная горизонтальная антенна Д-МГА-У-1.1;
- передающая зенитная антенна Д-ПЗА-3;
- аппаратно-программный модуль;
- функциональное программное обеспечение.

Радиоприемное устройство «БУНИЛ» 2.1 обеспечивает независимый прием радиосигналов по каждому из двух каналов от Д-МГА-1.1 на единой частоте от 1 до 40 МГц с шагом, кратным 1 кГц, и выдает в цифровом виде сигнал с данными от двух каналов. РПУ состоит из следующих блоков: питания БЗ-04, радиоканала Б2-01.1, синтезатора частот и управления Б1-01 и АЦП Б9-01.1, смонтированных в одном корпусе.

Блок питания обеспечивает питанием все блоки радиоприемного устройства, как от сети (220 ± 20) В переменного тока частотой (50 ± 2.5) Гц, так и от 12 В постоянного тока с предельным отклонением -1.5 В, $+2.5$ В. Блок синтезатора частот и управления формирует сетку частот и осуществляет управление РПУ по интерфейсу RS-232. Блок радиоканала принимает радиосигналы от двух антенн, осуществляет фильтрацию и перенос радиосигналов на промежуточную частоту 465 кГц. Блок АЦП оцифровывает сигнал на промежуточной частоте и передает его по интерфейсу USB 2.0 в АПМ.

Формирователь импульсных сигналов Д-ФИС предназначен для формирования фазокодоманипулированных (ФКМ) зондирующих радиосигналов и сигналов синхронизации. ФИС формирует ФКМ сигнал по заранее заданной битовой последовательности, каждому биту которой соответствует ВЧ импульс с определенной начальной фазой и амплитудой. Фаза определяется значением бита в битовой последовательности, а амплитуда задается для всех ВЧ импульсов. Передача кодовых посылок может инициироваться тремя способами:

- по внутреннему таймеру генератора с заданными интервалами (внутренняя синхронизация);

–по фронту внешнего ТТЛ-сигнала (внешняя синхронизация);

–по команде от АПМ.

Технические характеристики ФС представлены в таблице 3.1.1.

Таблица 3.1.1 – Технические характеристики ФС

Параметр	Значение
Число элементов ФКМ сигнала	16
Диапазон частот, МГц	1-25

Усилитель мощности импульсный Д-УМИ-600 усиливает зондирующий радиосигнал в диапазоне частот от 1 до 25 МГц. УМИ построен по двухконтактной модульной схеме. Мощность каждого модуля составляет 150 Вт. Данный усилитель является широкополосным транзисторным услителем мощности, обеспечивает мощность передаваемого сигнала до 600 Вт в импульсе. На вход УМИ подается сформированный на заданной частоте ФКМ сигнал, который усиливается до необходимой мощности. Технические характеристики приведены в таблице 3.1.2.

Таблица 3.1.2 – Технические характеристики УМИ

Параметр	Значение
Потребляемая мощность, не более Вт	130
Излучаемая мощность (импульсная), Вт	600
Максимальная длительность импульса радиосигнала на входе ВЧ, мкс	600
КСВН на входе в рабочем диапазоне частот, не более	1.5

Малогабаритная горизонтальная антенна Д-МГА-У-1.1 – активная двухканальная приемная антенна, осуществляющая прием отраженных зондирующих радиосигналов, их усиление и передачу в РПУ.

МГА состоит из двух антенн МГА-У-1, мачты М-2-2, блока распределения и питания БРИП.

Общий вид мачты с МГА-У-1 показан на рисунке 3.1.1.

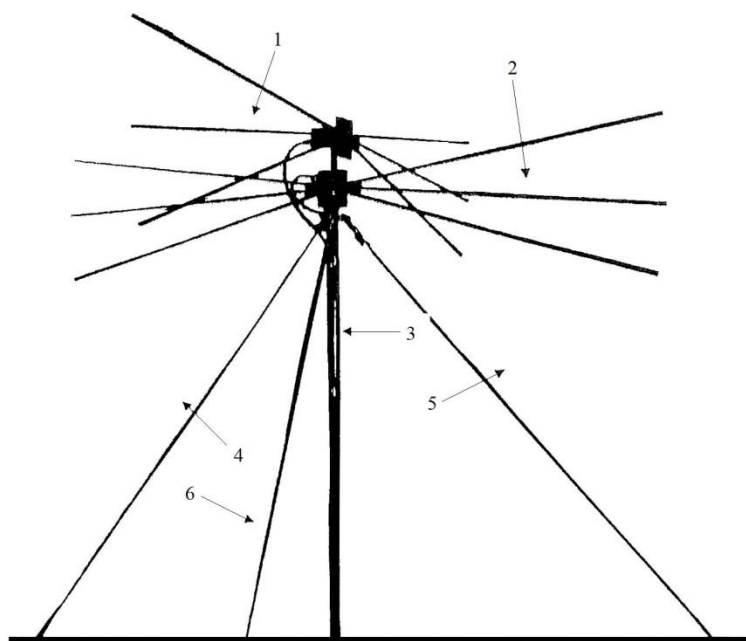


Рисунок 3.1.1 – Мачта с МГА-У-1. Общий вид: 1, 2 – МГА-У-1; 3 – мачта; 4,5,6 – оттяжки мачты

МГА-У-1 – дипольная антенна, состоящая из двух вибраторов с длиной плеча по 1,5 м и малошумящего широкополосного усилителя. Сигнал, принятый вибраторами и поступивший на вход широкополосного антенного усилителя (ШАУ), проходит через схему согласования входа узла усиления, схему защиты входа узла усиления, узел усиления и подается через схему распределения питания на выход усилителя. МГА имеет диаграмму направленности в виде двух горизонтально расположенных восьмерок. БРИП осуществляет питание и контроль работоспособности широкополосного антенного усилителя.

Технические характеристики малогабаритной горизонтальной антенны Д-МГА-У-1.1 представлены в таблице 3.1.3.

Таблица 3.1.3 – Технические характеристики МГА

Параметр	Значение
Рабочий диапазон частот, МГц	1.5-30.0
Коэффициент передачи в рабочем диапазоне частот, дБ	20 ± 1
Коэффициент стоячей волны по напряжению по входу и выходу в рабочем диапазоне частот при сопротивлении нагрузки 75 Ом, не более	1.5
Спектральная плотность мощности собственных шумов в рабочем диапазоне частот, кТ°, не более	3
Динамический диапазон по комбинационным составляющим второго и	90

третьего порядков, приведенный к входу, дБ/мкВ, не менее	
Потребляемая мощность, Вт, не более	12

Передающая антенна Д-ПЗА-3 излучает зондирующий сигнал в пространство. Состоит из полотна передающей антенны, передающего трансформатора Д-ТП-680 и мачты МТП-12У. Общий вид ПЗА представлен на рисунке 3.1.2.

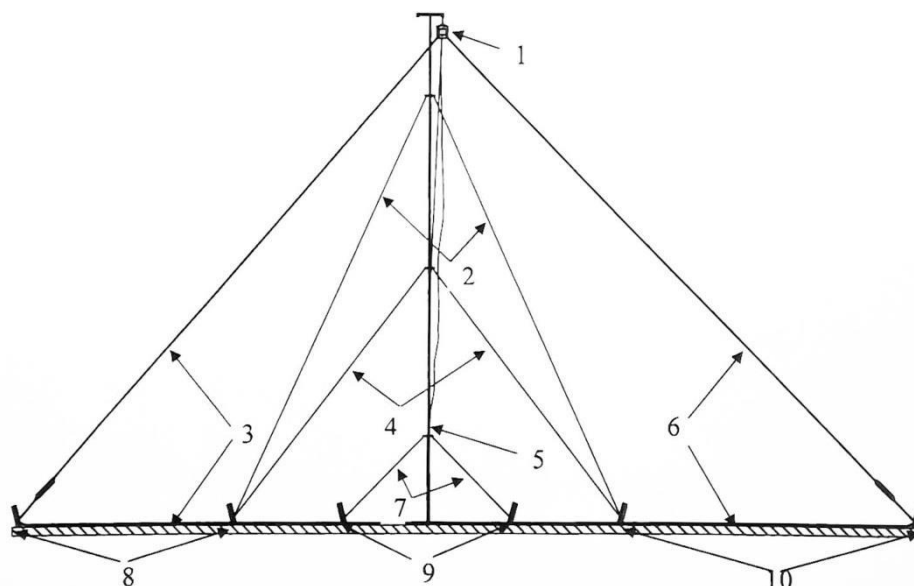


Рисунок 3.1.2 – ПЗА. Общий вид: 1 – передающий трансформатор; 2, 4, 7 – оттяжки; 3, 6 – полотно передающей антенны; 5 – мачта; 8, 9, 10 – металлические кольца

ФКМ сигнал от УМИ поступает на передающий трансформатор, где преобразуется, передается на полотно антенны и излучается в пространство. ПЗА имеет вертикальную диаграмму направленности. В таблице 3.1.4 приведены технические характеристики ПЗА.

Таблица 3.1.4 – Технические характеристики ПЗА

Параметр	Значение
Рабочий диапазон частот, МГц	1-25
Коэффициент стоячей волны, не более	3

Аппаратно-программный модуль представляет собой высокопроизводительную многоядерную ПЭВМ. Предназначен для управления работой составных частей радиоэлектронного комплекса (РЭК), обработки полученной информации, выполнения необходимых расчетов и выдачи требуемых данных оператору. Имеет следующие технические характеристики:

- центральный процессор – Intel® Core™ i7-2600K;

- количество ядер ЦП – 4;
- объем ОЗУ – 4 ГБ;
- объем дисковой памяти – 240 ГБ;
- оптический привод DVD-R/RW;
- порты RS-232 (COM) – 4, USB – 4.

Функциональное программное обеспечение позволяет получать высотно-частотные характеристики ионосферы при вертикальном зондировании в КВ диапазоне.

§3.2. Адаптивная фильтрация сложных сигналов на фоне неортогональных по отношению к сигналу помех при вертикальном зондировании ионосферы

В данном параграфе демонстрируется применение адаптивной фильтрации, описанной в §1.7 и §1.8 к реальным данным вертикального зондирования ионосферы.

На рисунке 3.2.1 представлена высотно-частотная характеристика ионосферы, построенная из принятых данных «как есть», т.е. без осуществления какой-либо фильтрации. Алгоритм, положенный в основу определения времен, основан на применении теории оптимального приема §1.5.

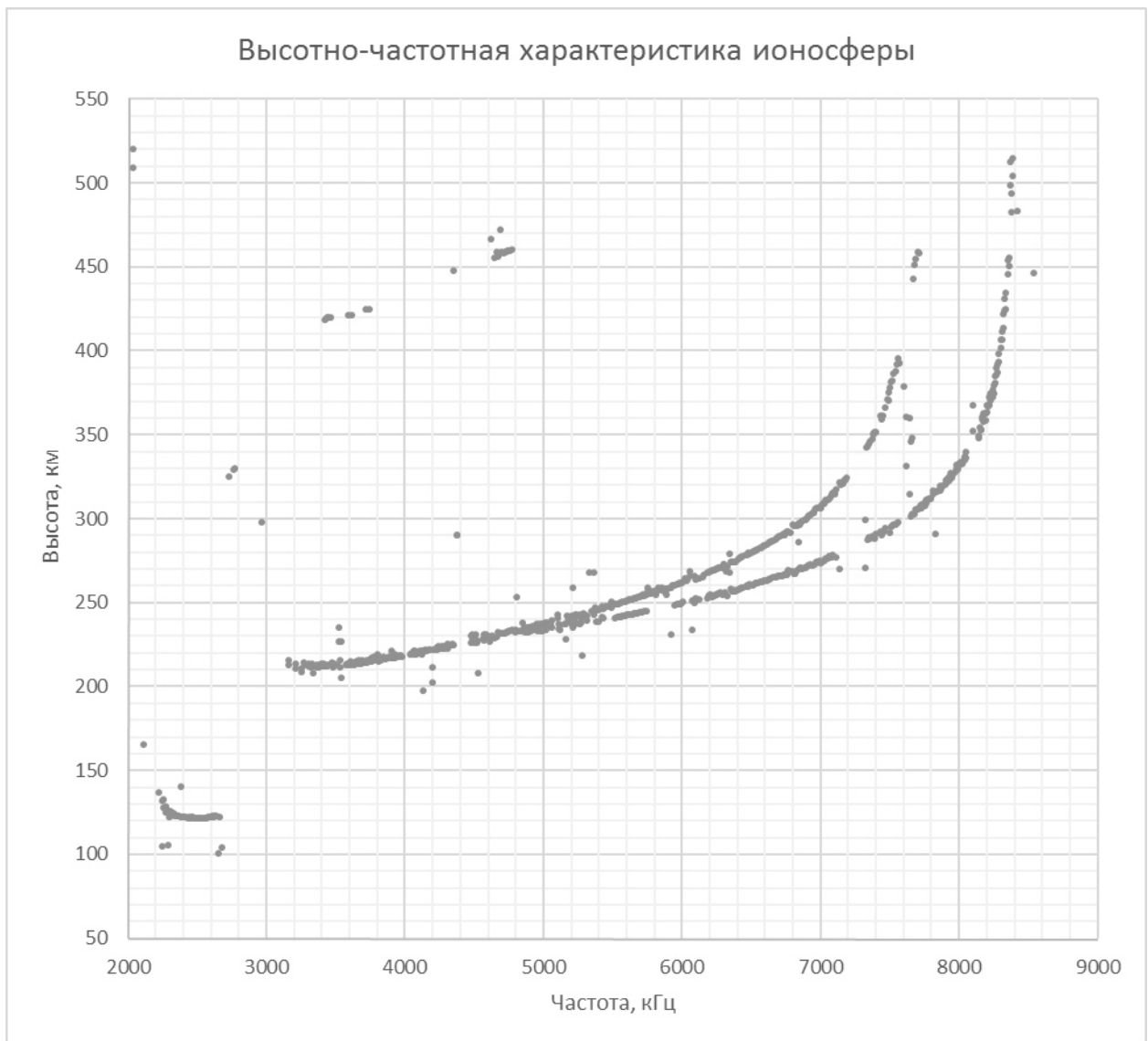


Рисунок 3.2.1 – Высотно-частотная характеристика ионосферы, построенная с применением теории оптимального приема к анализу принятых эхо-сигналов без фильтрации помех

Как видно из представленного рисунка, на ВЧХ присутствует большое количество пропусков, что свидетельствует об отсутствии решения на каких-то частотах. Наиболее вероятной причиной отсутствия решения является влияние коррелированных с сигналом помех, которые маскируют сигнал, делая невозможным решение задачи определения параметров сигнала. Кроме того, видно, что точки вдоль следа отражения немного «дрейфуют», что так же объясняется наличием помех, но гораздо менее интенсивных.

На рисунке 3.2.2 приведена ВЧХ, построенная из тех же данных, но с применением адаптивной фильтрации, описанной в §1.7 и §1.8. Видно, что применение фильтрации позволяет не только получить решение в областях, где ранее решения не было, но и повысить достоверность определения действующей высоты отражения.

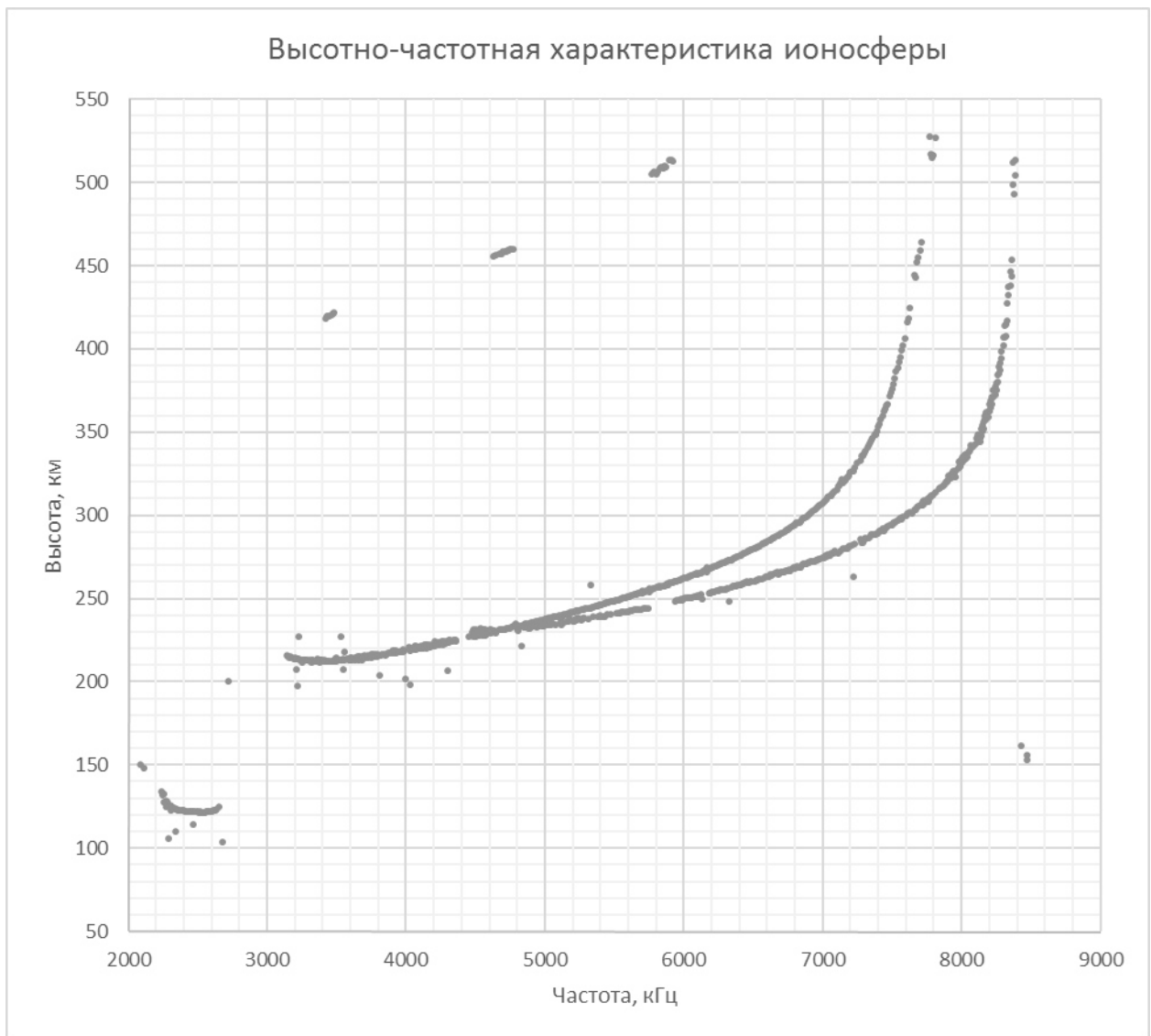


Рисунок 3.2.2 – Высотно-частотная характеристика ионосферы, построенная с применением теории оптимального приема к анализу принятых эхо-сигналов с фильтрацией помех согласно представленному в §1.7 и §1.8 алгоритму фильтрации

Приведем несколько примеров фильтрации записей на некоторых частотах. На рисунке 3.2.3 темно-серым цветом приведен сигнал, сильно маскированный помехой с частотой около 443 кГц. Сигнал соответствует частоте 3500 кГц на ВЧХ (рисунок 3.2.1). Светло-серым цветом изображена свертка данной реализации с образом излученного сигнала (16-ти позиционная М-последовательность). Как видно из рисунка, определение времени прихода сигнала для данной реализации затруднительно. Спектр данной реализации приведен на рисунке 3.2.4.

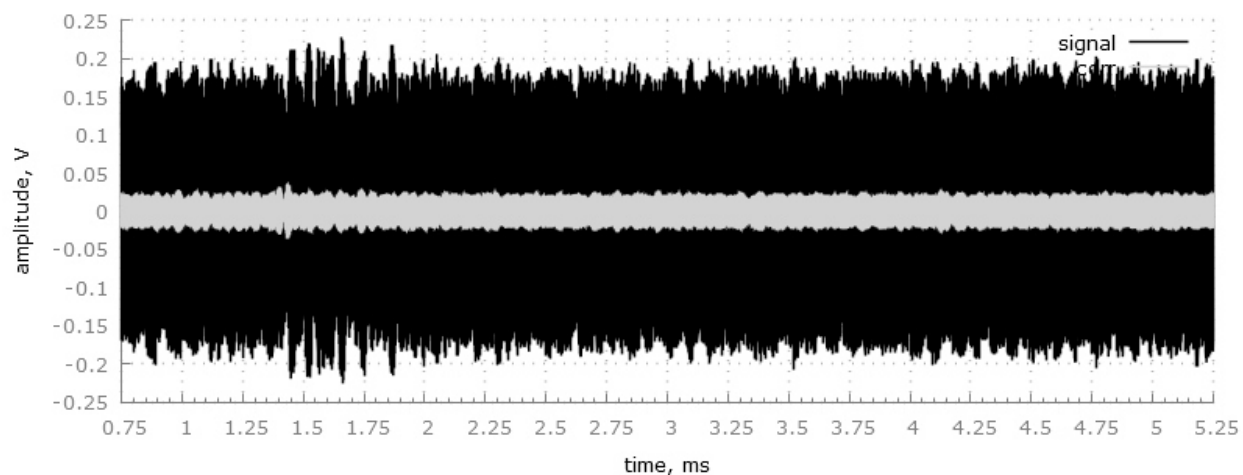


Рисунок 3.2.3 – Принятая реализация, содержащая эхо-сигнал, отраженный от ионосферы с несущей частотой 3500 кГц. Темно-серым цветом представлена сама принятая реализация, светло-серым цветом – свертка принятой реализации с образом излученного сигнала

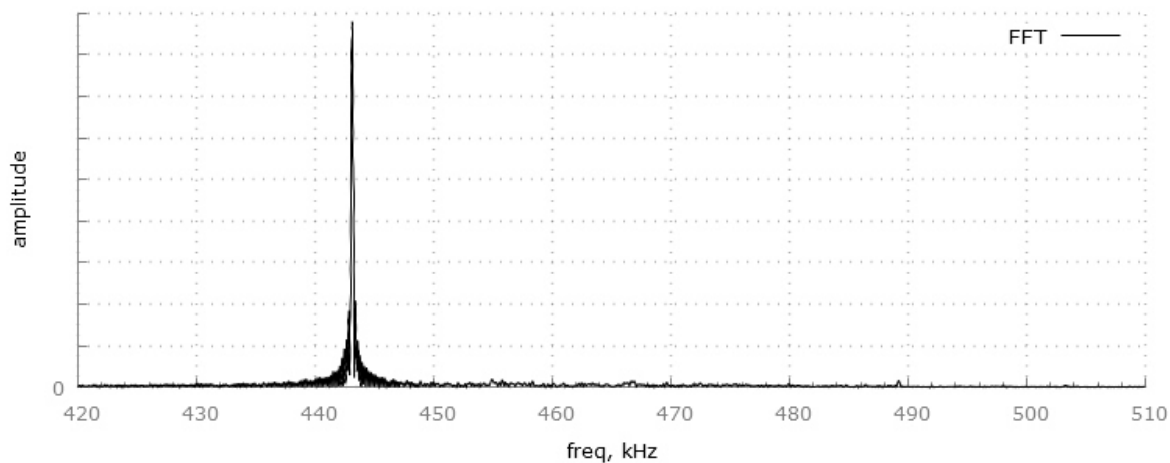


Рисунок 3.2.4 – Спектр реализации, представленной на рисунке 3.2.3

На рисунках 3.2.5 и 3.2.6 представлен результат фильтрации приведенной выше реализации и спектр реализации на выходе фильтра. Рисунки свидетельствуют об эффективной компенсации помехи, присутствующей в полосе пропускания приемника.

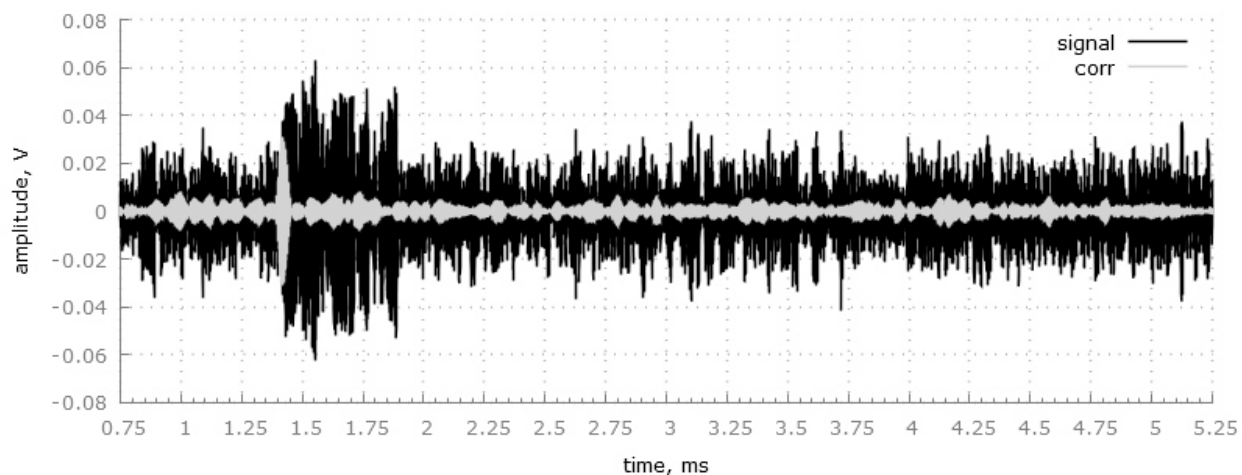


Рисунок 3.2.5 – Очищенная реализация, содержащая эхо-сигнал, отраженный от ионосферы с несущей частотой 3500 кГц. Темно-серым цветом представлена сама реализация, светло-серым цветом – свертка принятой реализации с образцом излученного сигнала.

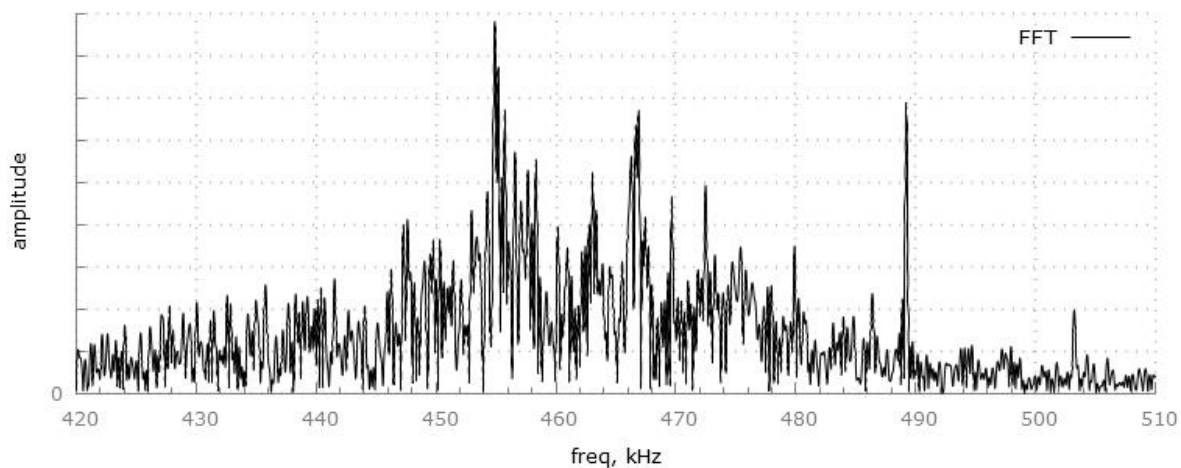


Рисунок 3.2.6 - Спектр реализации, представленной на рисунке 3.2.5

Приведем еще один пример принятой реализации эхо-сигнала с несущей частотой 8090 кГц. Данный сигнал представлен на рисунке 3.2.7, а его спектр на рисунке 3.2.8.

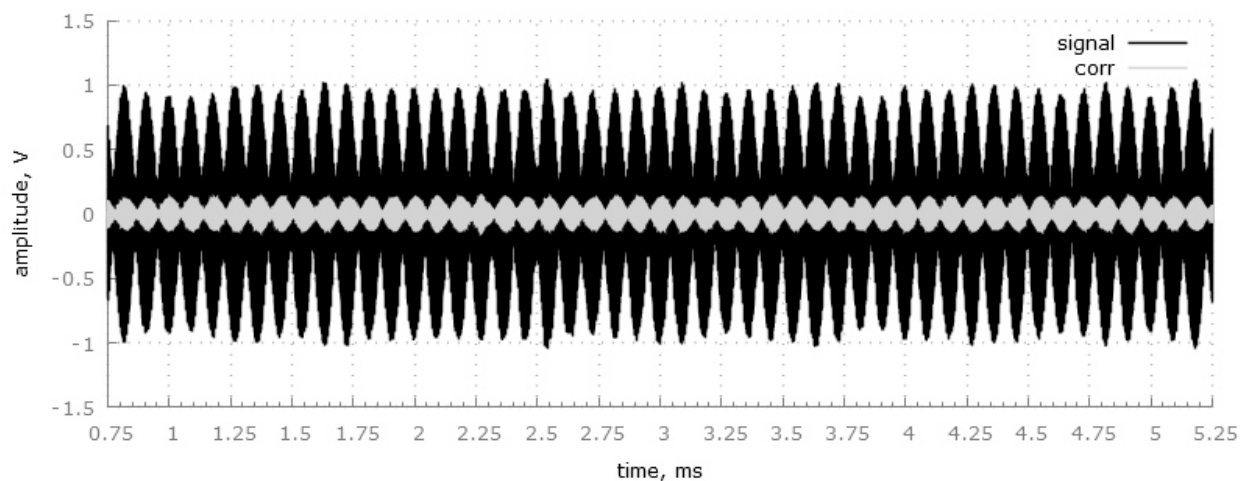


Рисунок 3.2.7 – Принятая реализация, содержащая эхо-сигнал, отраженный от ионосферы с несущей частотой 8090 кГц. Темно-серым цветом представлена сама принятая реализация, светло-серым – свертка принятой реализации с образом излученного сигнала

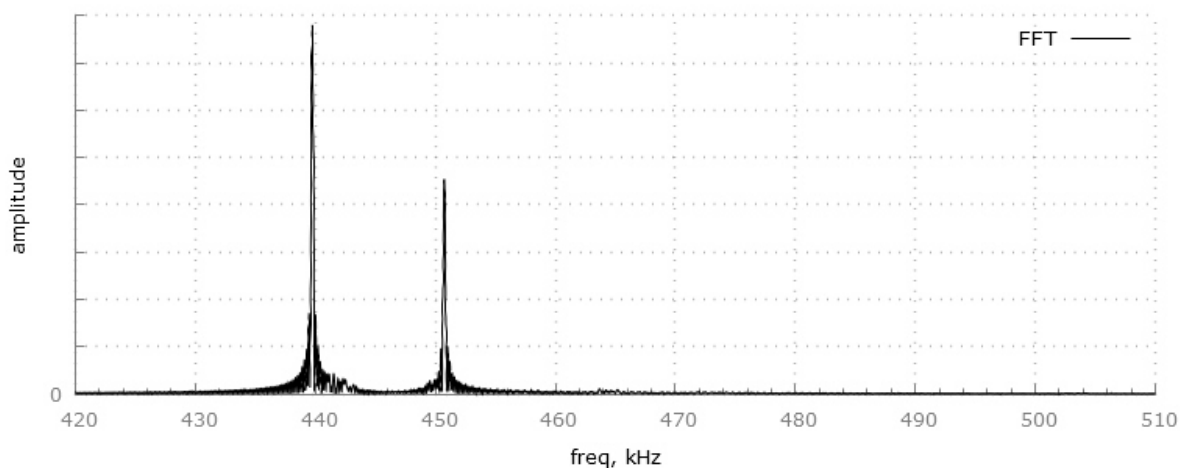


Рисунок 3.2.8 – Спектр реализации, представленной на рисунке 3.2.7

Данные рисунки наглядно показывают наличие двух помех в полосе пропускания приемника, поэтому для полной компенсации помех необходимо запустить алгоритм фильтрации дважды. Результат фильтрации представлен на рисунках 3.2.9 и 3.2.10. Рисунки свидетельствуют об эффективной компенсации помех без искажения спектра сигнала.

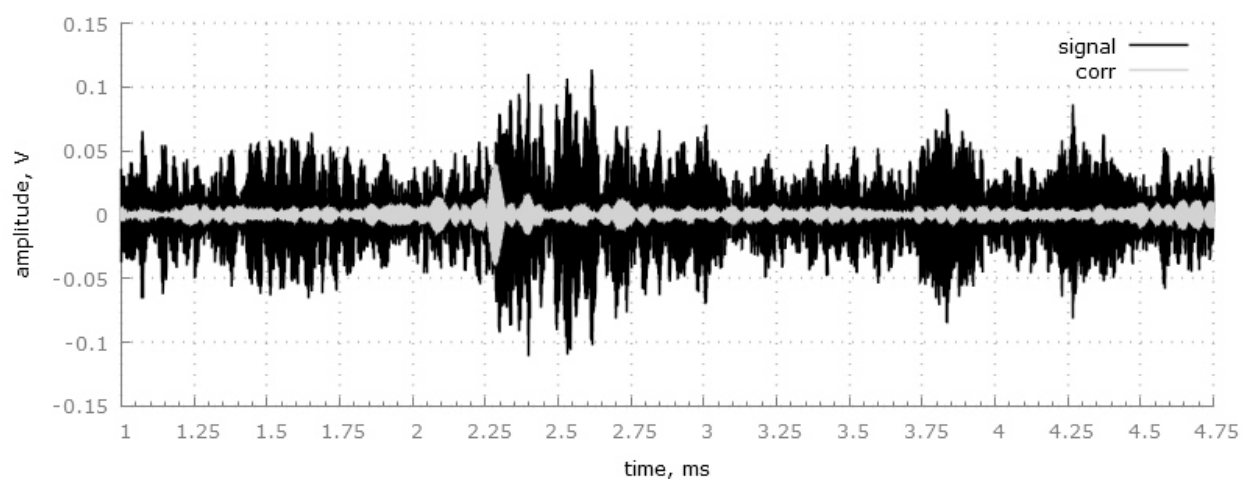


Рисунок 3.2.9 – Очищенная реализация, содержащая эхо-сигнал, отраженный от ионосферы с несущей частотой 8090 кГц. Темно-серым цветом представлена сама реализация, светло-серым – свертка принятой реализации с образцом излученного сигнала

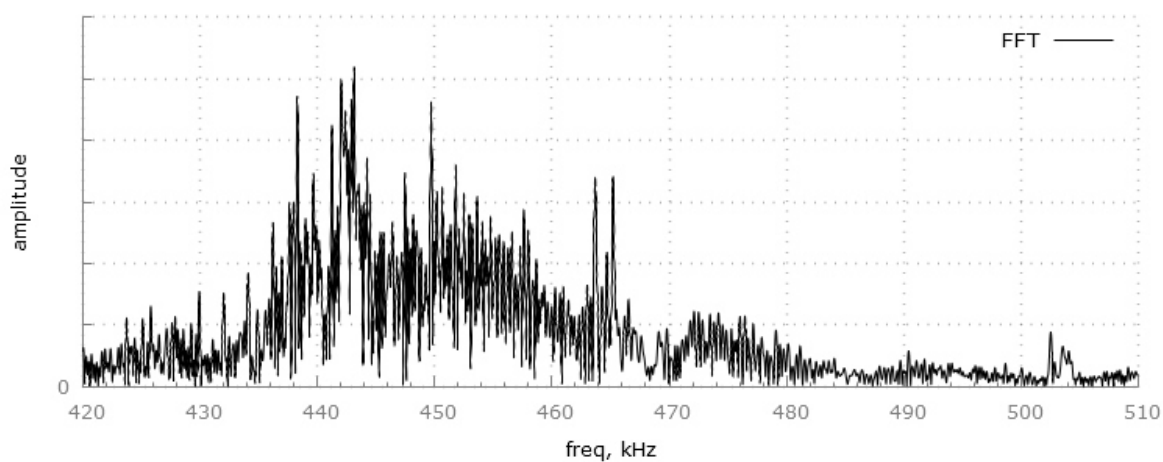


Рисунок 3.2.10 – Спектр реализации, представленной на рисунке 3.2.9

Приведем еще один интересный пример принятой реализации (рисунок 3.2.11). Ее спектр приведен на рисунке 3.2.12.

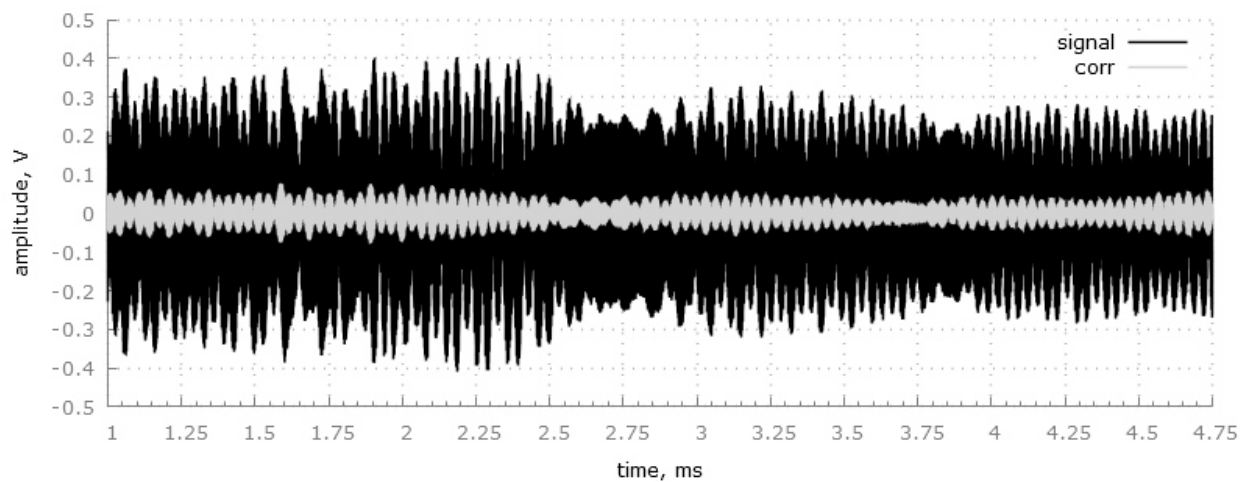


Рисунок 3.2.11 – Принятая реализация, содержащая эхо-сигнал, отраженный от ионосферы. Темно-серым цветом представлена сама принятая реализация, светло-серым – свертка принятой реализации с образом излученного сигнала

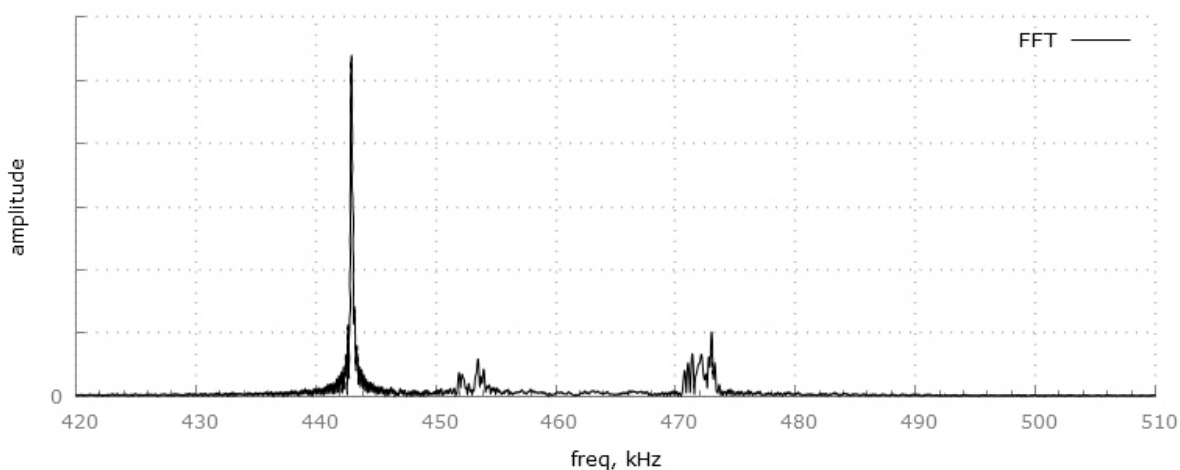


Рисунок 3.2.12 - Спектр реализации, представленной на рисунке 3.2.11

Видно, что полезный сигнал сильно маскирован помехами. Приведем результат фильтрации с помощью описанного выше алгоритма (число прогонов фильтра - 3).

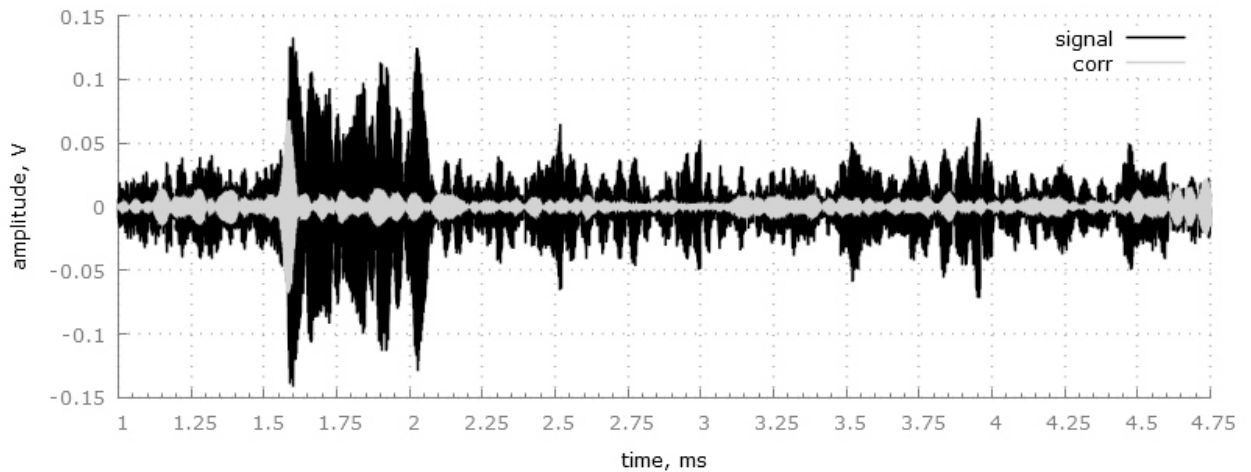


Рисунок 3.2.13 – Очищенная реализация, содержащая эхо-сигнал, отраженный от ионосферы. Темно-серым цветом представлена сама реализация, светло-серым – свертка принятой реализации с образом излученного сигнала

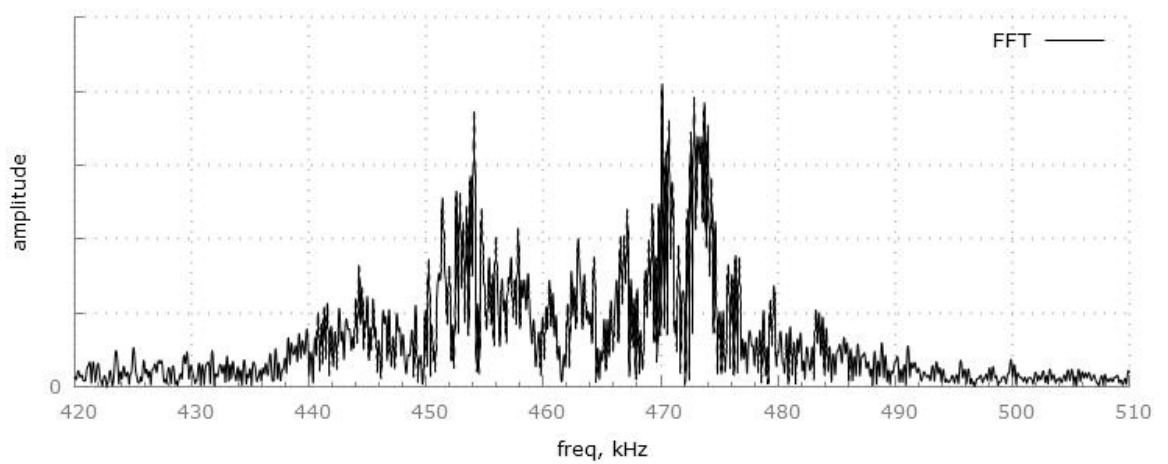


Рисунок 3.2.14 – Спектр реализации, представленной на рисунке 3.2.13

Рисунок 3.2.13 и рисунок 3.2.14 наглядно демонстрируют эффективность фильтрации, которая позволяет выделить сигнал даже в столь сложной шумовой обстановке.

Результаты, представленные в данном параграфе, позволяют сделать вывод об эффективности применения фильтрации, описанной в §1.7 и §1.8.

§3.3. Разрешение магнитоионных компонент при вертикальном зондировании ионосферы

В данном параграфе проведено экспериментальное сравнение двух алгоритмов разрешения. Первый из них основан на применении классической функции неопределенности и выполняется встроенным ПО МРЛК «Вектор», а второй выполняется на основе алгоритма, определенного в §1.5. Пример ВЧХ, полученной с применением алгоритма, используемого МРЛК «Вектор», приведен на рисунке 3.3.1.

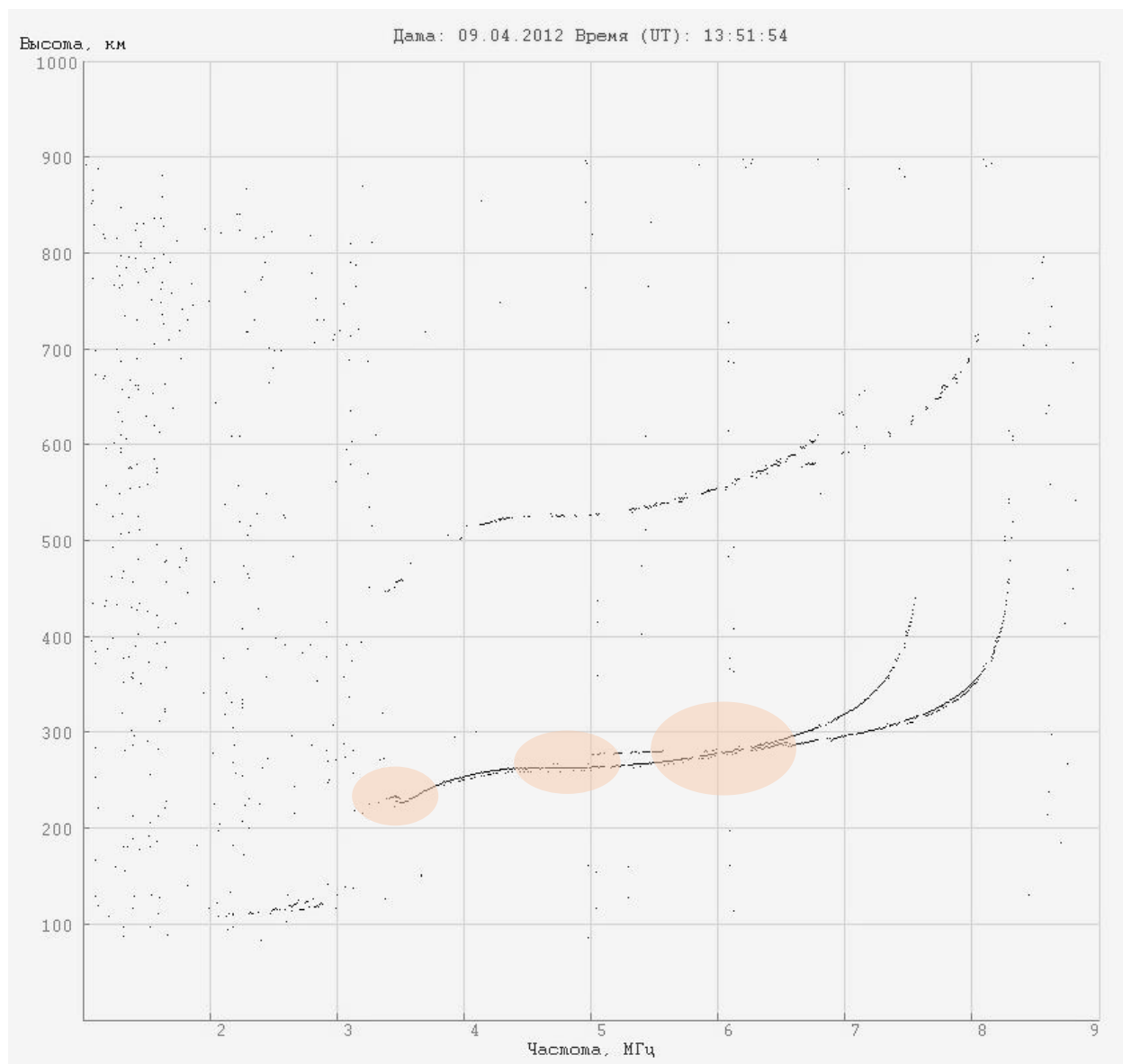


Рисунок 3.3.1 – ВЧХ, полученная с помощью ПО МРЛК «Вектор»

В противовес на рисунке 3.3.2 приведена ВЧХ, построенная из тех же данных, но с применением алгоритма, основанного на применении теории оптимального приема (§1.5).

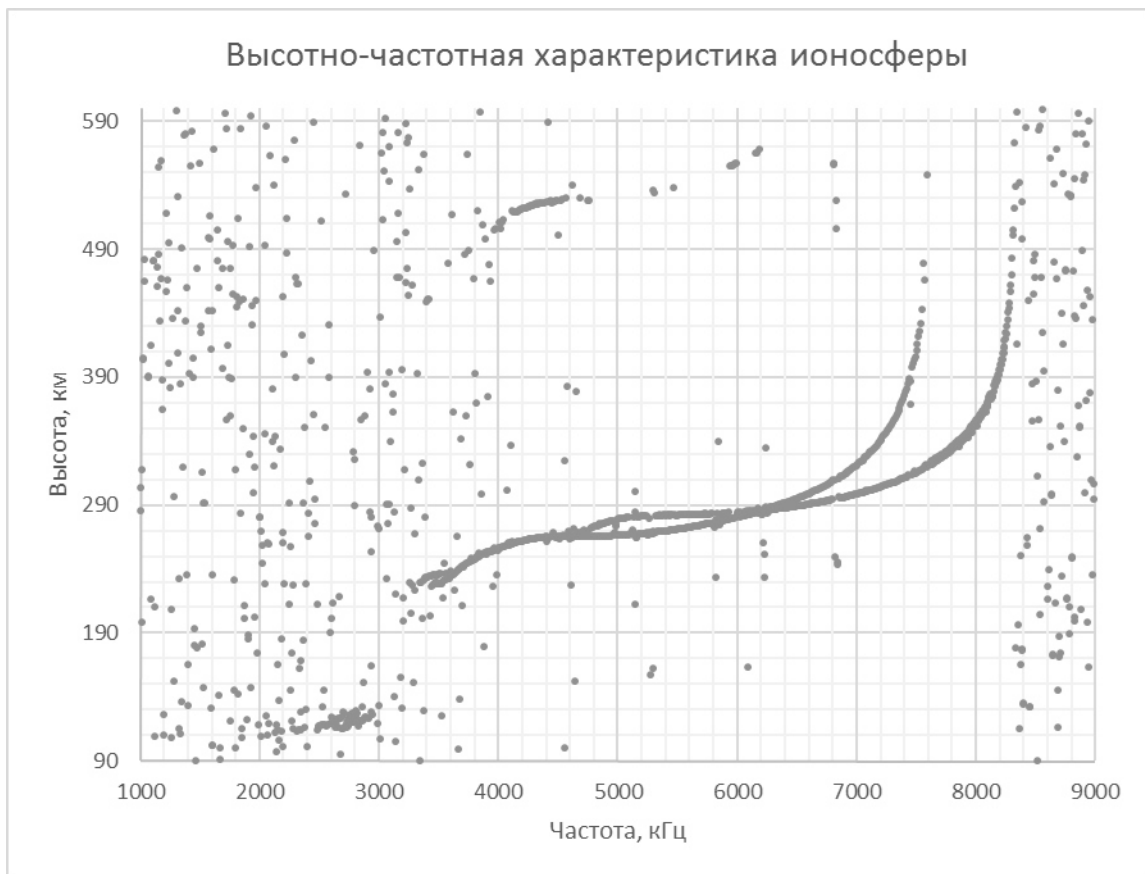


Рисунок 3.3.2 – ВЧХ, полученная с помощью разработанного алгоритма, основанного на применении теории оптимального приема.

Представленные рисунки явно свидетельствуют о преимуществе использования алгоритма, основанного на применении теории оптимального приема в построении ВЧХ.

Для того чтобы акцентировать внимание на те области, в которых представленный алгоритм имеет преимущество, они подсвечены оранжевым цветом на первой ВЧХ. Как и следует из теории, эти области соответствуют случаям, когда степень перекрытия двух сигналов стремится к классически неразрешимому значению и случаям, когда второй сигнал маскируется боковыми лепестками первого мощного сигнала.

Пример сигнала из такой области представлен на рисунке 3.3.3 (соответствует частоте 4710 кГц на рисунке 3.3.2).

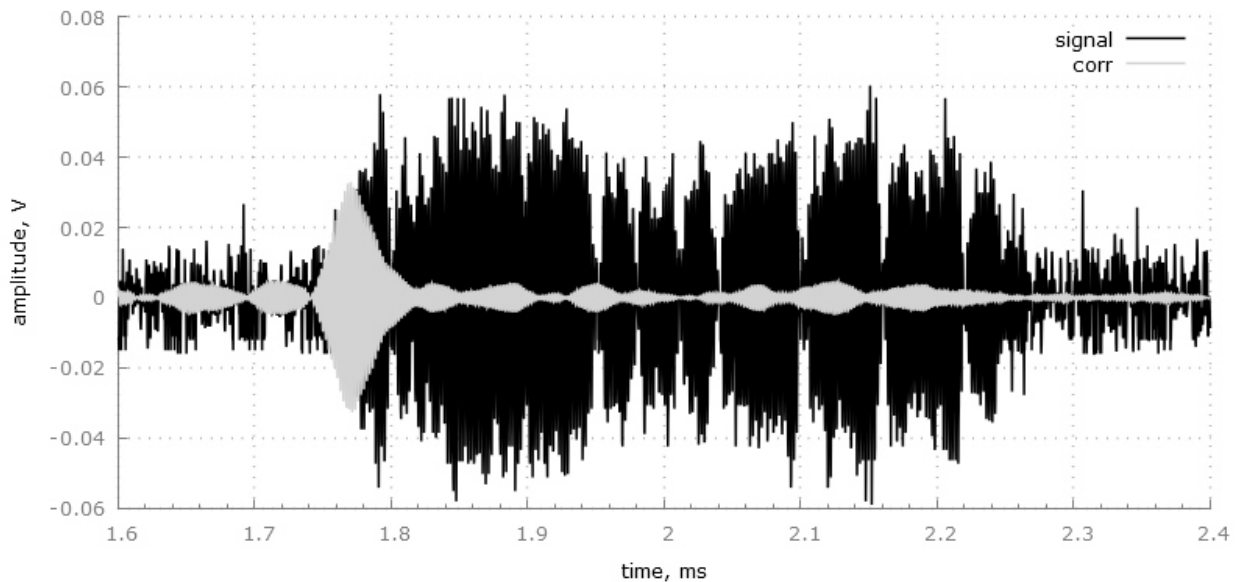


Рисунок 3.3.3 – Пример принятой реализации на частоте 4710 кГц. Темно-серым цветом представлен сам сигнал, а светло-серым его свертка с образом излученного сигнала

Использование теории оптимального приема позволяет разделить два сигнала в реализации, изображенной на рисунке 3.3.3, расположенные в моменты времени 1.7698 мс и 1.7998 мс, амплитуды сигналов соответственно равны 0.033 В и 0.01 В, что подтверждается рисунком 3.3.4.

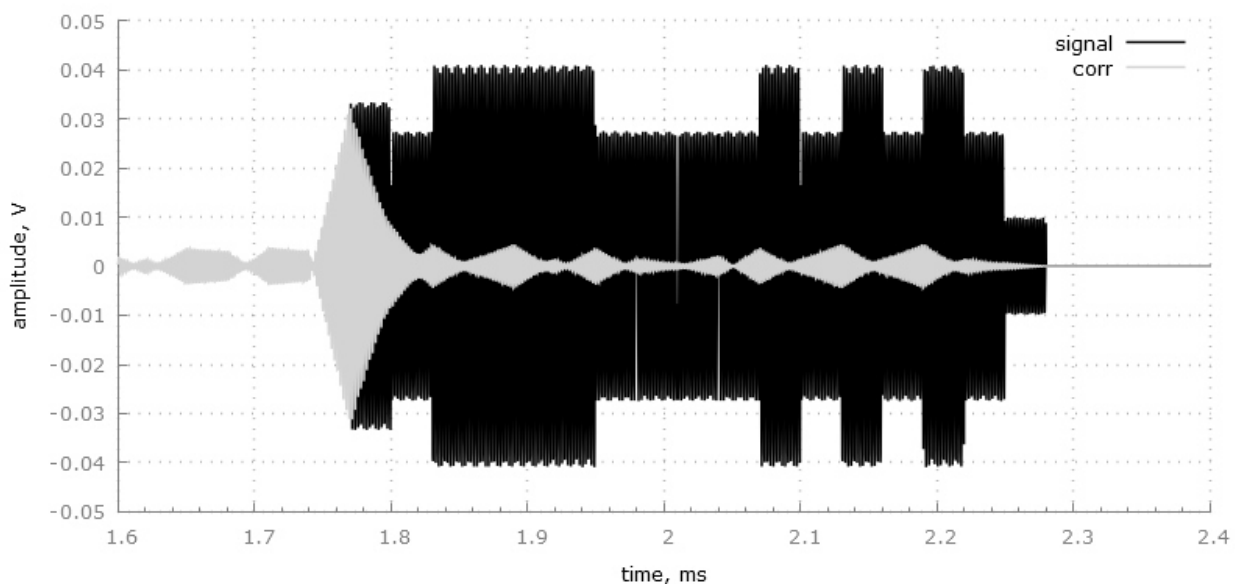


Рисунок 3.3.4 – Восстановленный сигнал с использованием теории оптимального приема (времена приходов сигналов соответственно равны 1.7698 мс и 1.7998 мс, амплитуды – 0.033 В и 0.01 В)

Еще один пример сигнала, демонстрирующий преимущество теории оптимального приема показан на рисунке 3.3.5 (соответствует частоте 4850 кГц на рисунке 3.3.2).

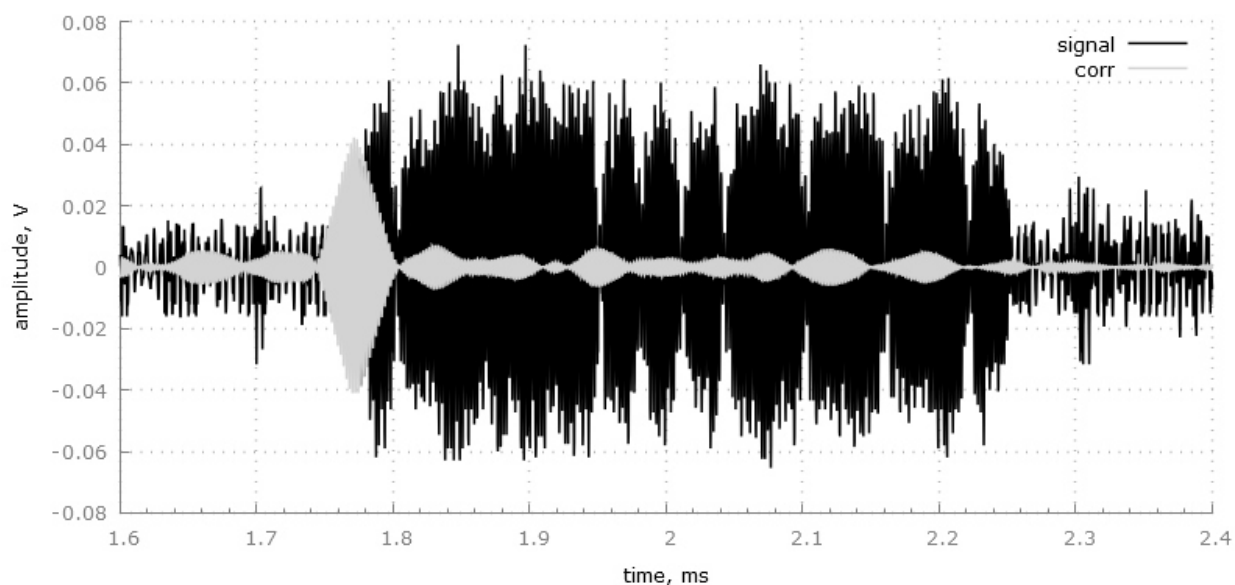


Рисунок 3.3.5 – Пример принятой реализации на частоте 4850 кГц. Темно-серым цветом представлен сам сигнал, а светло-серым его свертка с образом излученного сигнала

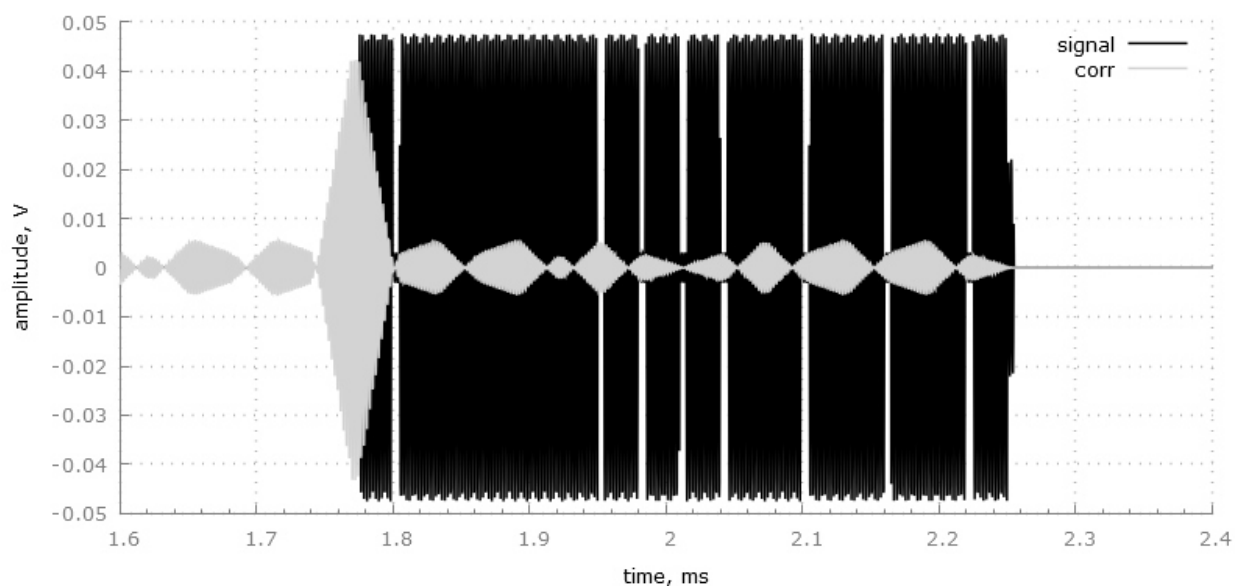


Рисунок 3.3.6 – Восстановленный сигнал с использованием теории оптимального приема (времена приходов сигналов соответственно равны 1.7724 мс и 1.8364 мс, амплитуды – 0.042 В и 0.006 В)

На рисунке 3.3.5 представлен случай маскирования слабого сигнала боковыми лепестками сильного, так что классический корреляционный анализ не справляется с задачей поиска двух сигналов (рисунок 3.3.1).

Результат оценки параметров сигналов с использованием теории оптимального приема в двухсигнальном приближении дает следующее: времена прихода сигналов равны 1.7724 мс и 1.8364 мс, соответствующие амплитуды сигналов равны 0.042 В и 0.006 В (рисунок 3.3.6).

Результаты, представленные в данном параграфе, позволяют сделать вывод об эффективности алгоритма сверхразрешения, описанного в §1.5.

§3.4. Поляризационное разрешение сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями при вертикальном зондировании ионосферы

В параграфе рассмотрен вопрос применения алгоритма поляризационного разрешения (§1.10) к реальным сигналам вертикального зондирования ионосферы. На рисунке 3.4.1 показана ВЧХ (F-слой), построенная с применением алгоритма поляризационного разделения сигналов магнитоионных компонент. Как видно, алгоритм позволяет полностью разрешить два перекрывающихся эхо-сигнала разных поляризаций, снимая ограничение алгоритма, основанного на применении теории оптимального приема, на рабочую область до коэффициента корреляции равного 0.9.

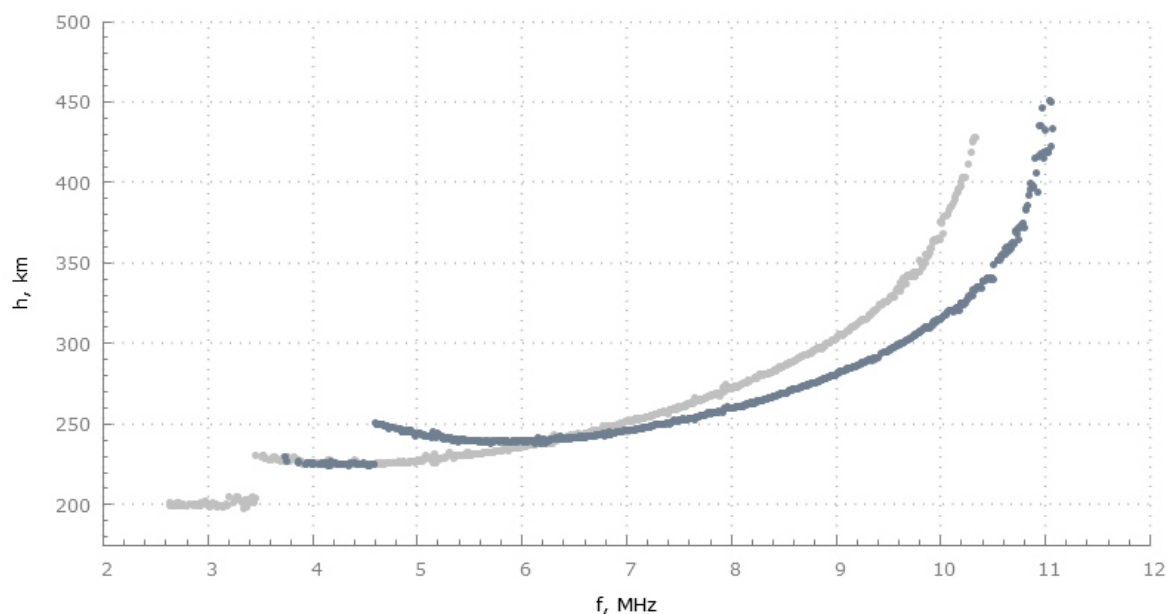


Рисунок 3.4.1 – ВЧХ (F-слой), построенная с применением алгоритма поляризационного разделения сигналов магнитоионных компонент

Приведем пример работы данного алгоритма на реальном сигнале, соответствующем 7720 кГц на ВЧХ. Здесь и далее сигнал представлен темно-серым цветом, а его свертка с образом излученной последовательности – светло-серым цветом.

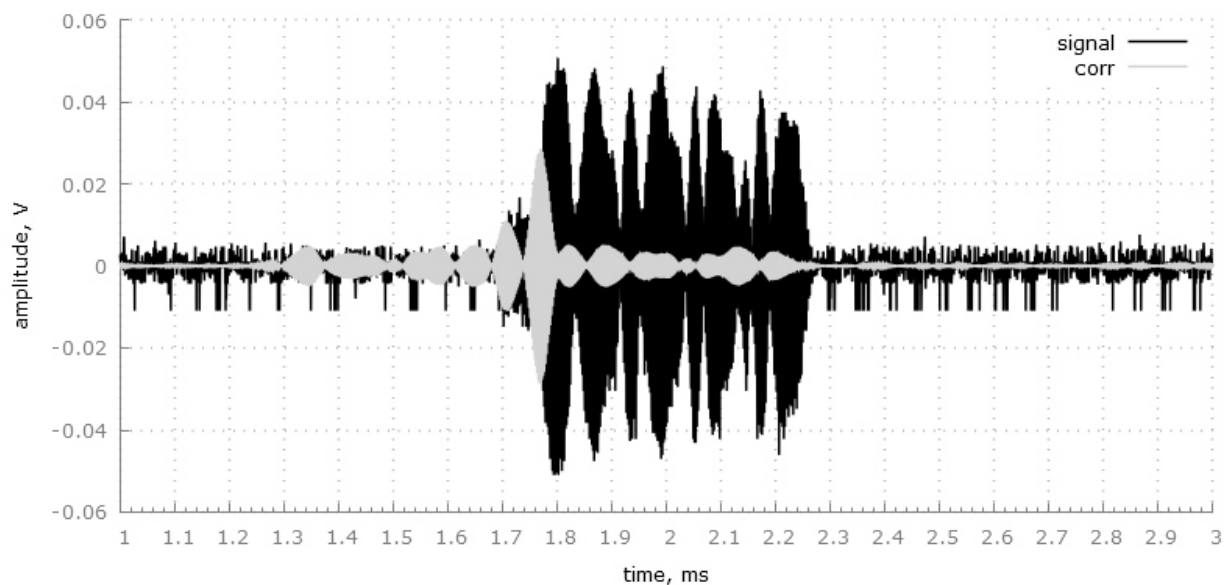


Рисунок 3.4.2 – Принятая реализация эхо-сигнала на антенне X

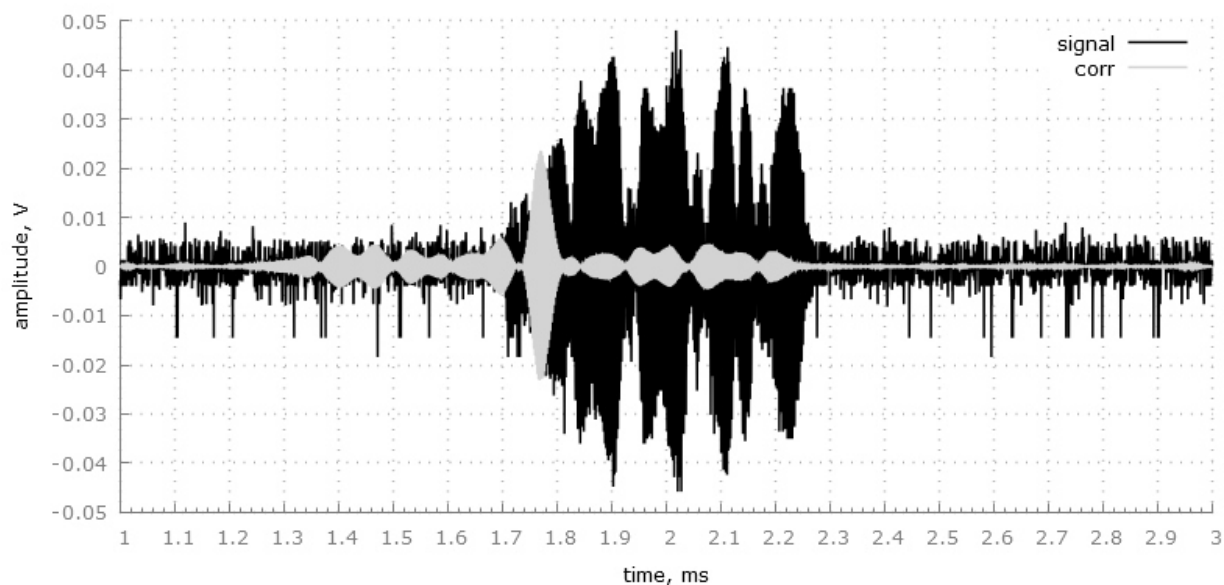


Рисунок 3.4.3 - Принятая реализация эхо-сигнала на антенне Y

На рисунках выше представлены реализации, принятые двумя ортогональными антеннами X и Y. На обоих рисунках видны вклады от каждой из магнитоионных компонент.

Результат поляризационного разделения представлен на рисунках 3.4.4 – 3.4.5. Как видно, разработанный алгоритм позволяет полностью разделить сигналы магнитоионных компонент.

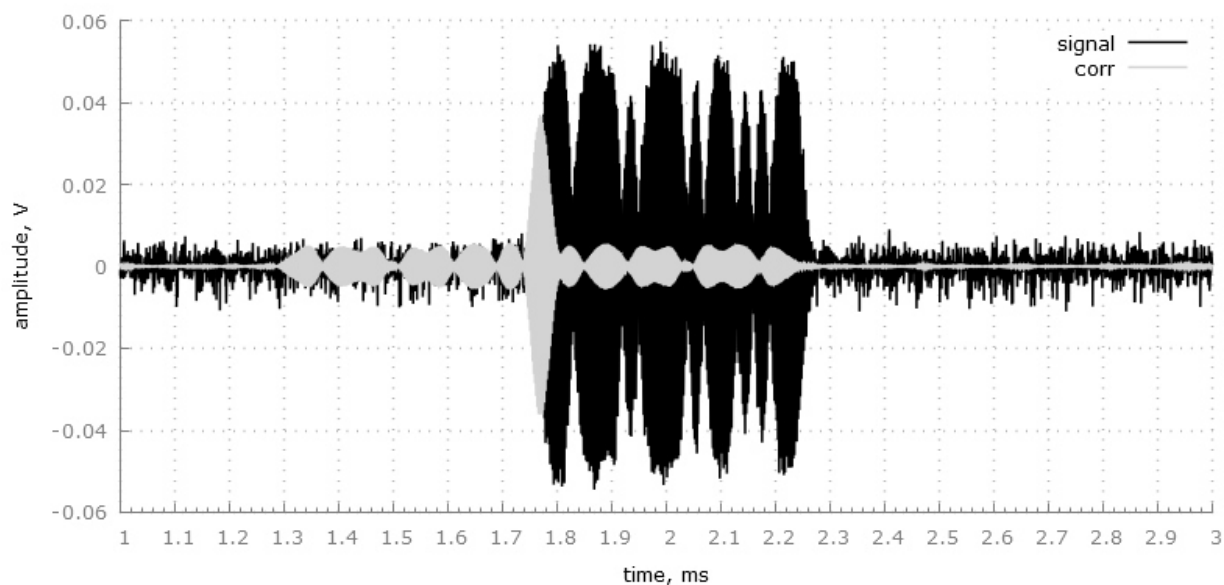


Рисунок 3.4.4 – Выделенный сигнал первой магнитоионной компоненты

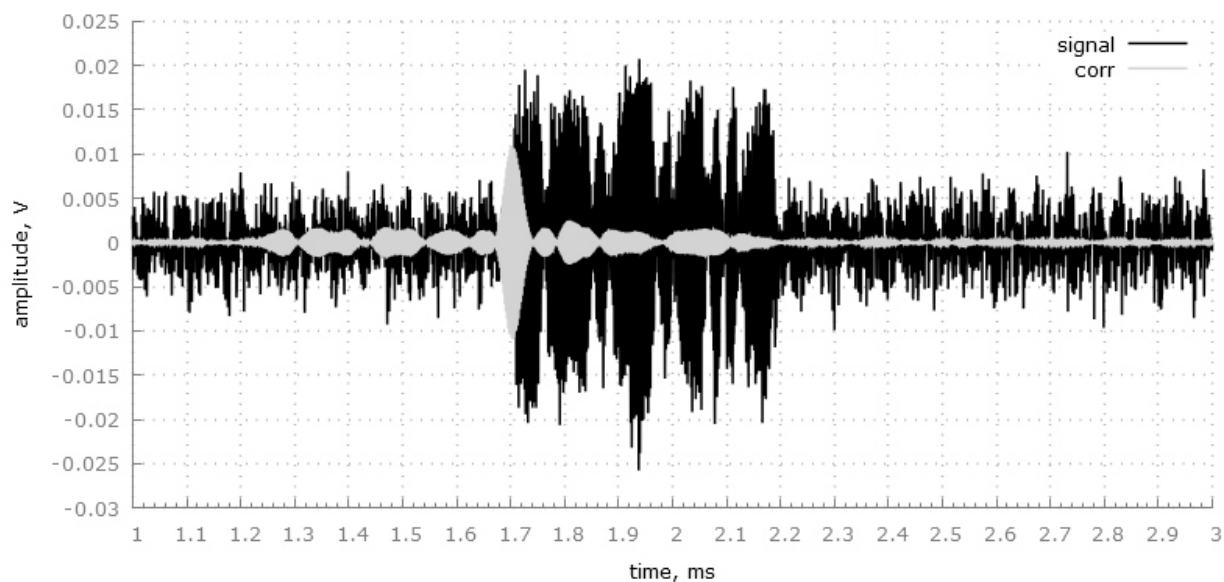


Рисунок 3.4.5 – Выделенный сигнал второй магнитоионной компоненты

Разработанный алгоритм позволяет отказаться от трудоемкого алгоритма разрешения, основанного на применении теории оптимального приема и находить времена прихода сигналов непосредственно классически в выделенных реализациях ввиду того, что перекрытия сигналов в полученных реализациях уже не наблюдается.

В нашем примере времена прихода сигналов будут 1.77 и 1.70 мс соответственно. Функционал, в минимуме которого оцениваются значения углов α и β , приведен на рисунке 3.4.6.

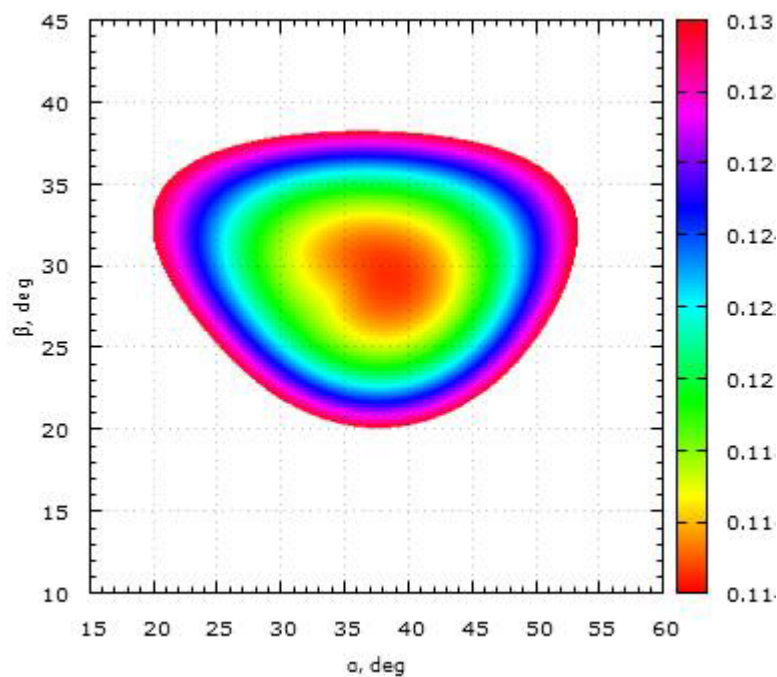


Рисунок 3.4.6 – Функционал ошибки

Приведем сравнение работы данного алгоритма с работой алгоритма поляризационного разделения, приняв гипотезу о круговой поляризации сигналов магнитоионных компонент. Результат такого преобразования приведен на рисунке 3.4.7 – 3.4.8.

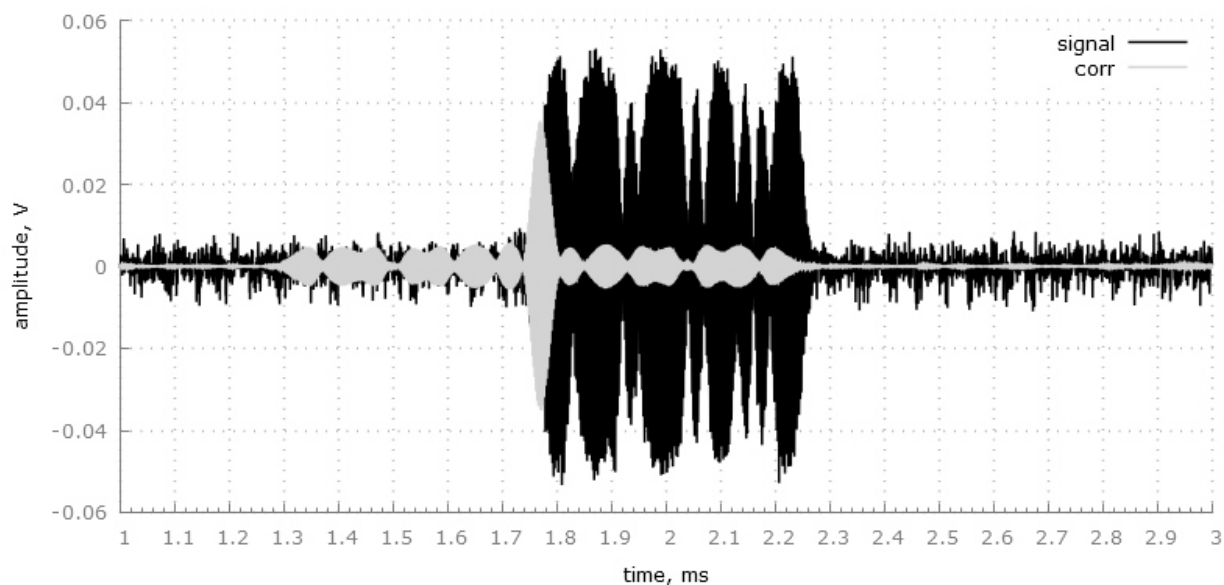


Рисунок 3.4.7 – Выделенный сигнал первой магнитоионной компоненты в предположении круговой поляризации сигнала

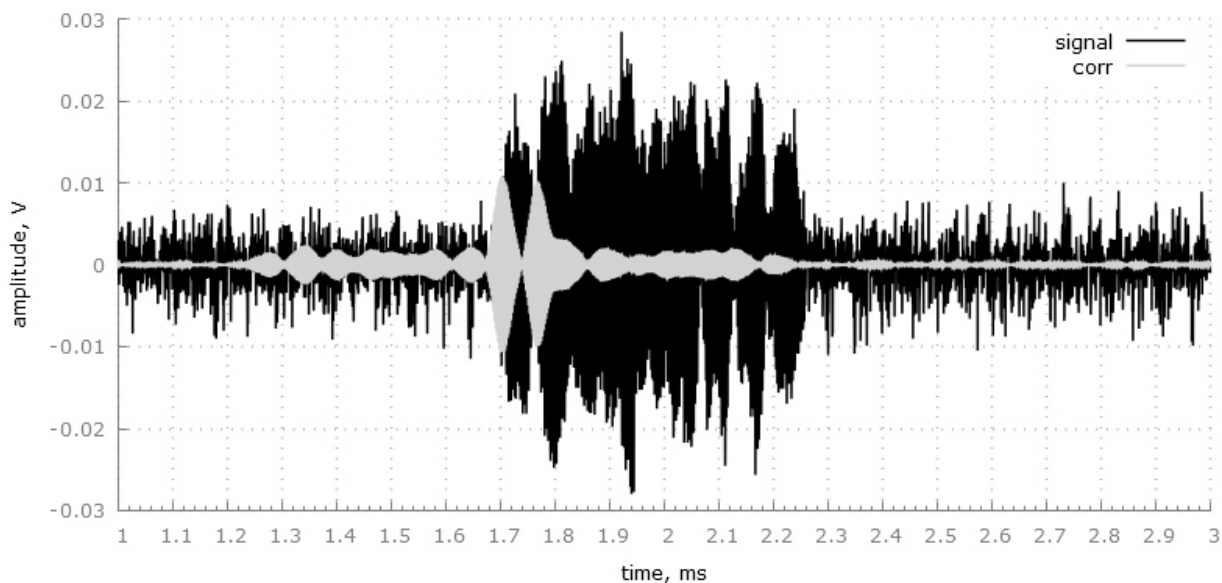


Рисунок 3.4.8 – Выделенный сигнал второй магнитоионной компоненты в предположении круговой поляризации сигнала

Рисунки 3.4.7 – 3.4.8 совместно с функционалом 3.4.6 свидетельствуют о ложности гипотезы о круговой поляризации волн и невозможности точного решения задачи с применением такого подхода.

Итак, представленный в параграфе материал служит экспериментальным подтверждением работоспособности алгоритма поляризационного разделения магнитоионных компонент, описанного в §1.10.

Заключение

Основные научные и практические результаты исследований заключаются в следующем:

1. При решении задачи обнаружения сложных сигналов получено следующее:
 - установлено, что значение минимума функционала правдоподобия определяет дисперсию шума в принятом сообщении;
 - предложено для решения задачи использовать статистику шума и статистику корреляционной функции в точке максимума, используя оценку дисперсии в принятом сообщении;
 - предложено в комплексах аппаратуры пороговый уровень устанавливать в соответствии с критерием Неймана–Пирсона с учетом оценки дисперсии шума, определенной по минимуму функционала правдоподобия.
2. Разработаны вопросы теории и проведено исследование потенциально достижимых оценок параметров сложных сигналов на основе преобразованного функционала правдоподобия. Получено следующее:
 - выведены выражения, определяющие оптимальный алгоритм обработки при оценке амплитуды, фазы, частоты, времени прихода сложного сигнала;
 - выведены выражения, определяющие дисперсии Рао – Крамера для амплитуды, начальной фазы, частоты, времени прихода сложного сигнала;
 - установлено, что потенциально достижимая точность оценок амплитуды и фазы сложного сигнала соответствует дисперсии Рао – Крамера. Точность оценок времени прихода при малых отношениях сигнал/шум не соответствует ни дисперсии Рао – Крамера, ни дисперсии Вудворда.
3. Разработаны положения теории и проведено исследование вопросов разрешения сложных сигналов в области их неортогональности на основе преобразованного функционала правдоподобия. При этом получено следующее:
 - определен алгоритм обработки сложных сигналов при решении задачи их разрешения в области неортогональности;
 - получены выражения, определяющие дисперсии Рао – Крамера для совокупности сложных сигналов.
 - установлено, что возможность разрешения двух сложных сигналов в области их неортогональности определяется модулем коэффициента взаимной корреляции и отношением сигнал/шум.

- установлено, что рабочая область при решении задачи разрешения двух сложных сигналов определяется значением модуля коэффициента корреляции, изменяющегося в пределах от 0 до 0.9.
4. Разработаны основы теории и проведены исследования возможностей адаптивной фильтрации сложных сигналов на фоне помех. При этом получено следующее:
- разработана технология цифровой адаптивной фильтрации сложных сигналов в области неортогональности сигнала и помехи, основанная на методе максимального правдоподобия;
 - показано, что наиболее сложными являются помехи неортогональные сигналу. Существующие фильтры могут подавить лишь ортогональную по отношению к сигналу помеху.
 - установлено, что возможность подавления как сосредоточенных по частоте, так и импульсных помех определяется модулем коэффициента корреляции между сигналом и помехой, изменяющимся в пределах от 0 до 0.9.
5. Разработаны вопросы поляризационного разрешения сложных сигналов с эллиптическими ортогональными поляризациями. При этом получено следующее:
- разработан алгоритм поляризационного разрешения двух сложных сигналов с ортогональными эллиптическими поляризациями;
 - на данных вертикального зондирования ионосферы показана возможность полного разрешения двух магнитоионных компонент даже при совпадении их времен прихода.
6. Разработаны методы быстрой минимизации функционалов правдоподобия, существенно ускоряющие алгоритм поиска минимума. При этом получено следующее:
- разработан алгоритм быстрой минимизации функционалов правдоподобия на основе технологии параллельных вычислений CUDA;
 - разработан алгоритм быстрой минимизации функционалов правдоподобия на основе алгоритма глобальной оптимизации CRS_LGM.

Список литературы

1. Абраменко, В. В. Разрешение и распознавание радиолокационных объектов / В. В. Абраменко, С. А. Климов, Л. А. Бондарев, В. А. Юдин, В. А. Гульшин. У.: УлГТУ, 2012.
2. Бакулев, П. А. Радионавигационные системы / П. А. Бакулев, А. А. Сосновский. М.: Радиотехника, 2011. – 272 с.
3. Бакут, П. А. Вопросы статистической теории радиолокации / П. А. Бакут. Советское радио, 1963. – 426 с.
4. Баскаков, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. М.: Высшая школа, 2003.
5. Борисов, В.И. Помехозащищенность систем радиосвязи: основы теории и принципы реализации / В. И. Борисов. М.: Наука, 2009. – 358 с.
6. Вайнштейн, Л. А. Выделение сигналов на фоне случайных помех / Л. А. Вайнштейн, В. Д. Зубаков. М.: Сов. радио, 1960.
7. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд. М. Физматлит, 1960. – 328 с.
8. Вальд, А. Статистические решающие функции. Позиционные игры / А. Вальд. М., 1967 – 522 с.
9. Варакин, Л. Е. Теория сложных сигналов / Л. Е. Варакин. М.: Советское радио, 1970. – 376 с.
10. Власова, К. В. Развитие методов обработки информации в системах импульсной локации : дис. к.ф.-м.н. : 01.04.03 – Калининград, 2008.
11. Вудворд, Ф. М. Теория вероятностей и теория информации с применениями в радиолокации / Ф. М. Вудворд. М.: Издательство "Сов. радио", 1955. – 128 с.
12. Гинзбург, В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме / В. Л. Гинзбург. М.: Наука, 1967.
13. Григорян, Д. С. Обработка эхосигналов группового объекта методами сверхрелеевого разрешения по дальности и скорости на основе экспериментальных данных / Д. С. Григорян, С. А. Климов, Д. Г. Митрофанов, А. Г. Прохоркин // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал], 2012. – №6.
14. Громаков, Ю. А. Оптимальная обработка радиосигналов большими системами / Ю. А. Громаков, И. А. Голяницкий, В. А. Шевцов. «Эко-Трендз», 2004. – 260 с.
15. Зиберт, В. Общие закономерности обнаружения целей при помощи радиолокации / В. Зиберт // Вопросы радиолокационной техники, 1957. – №5.
16. Иванов, В. А. Зондирование ионосферы и декаметровых каналов связи сложными радиосигналами / В. А. Иванов, Д. В. Иванов, Н. В. Рябова // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы, 2010. – № 1. – С. 3–37.

17. Казённов, А. М. Основы технологии CUDA / А. М. Казённов // Компьютерные исследования и моделирование, 2010. – Т. 2. – № 3. – С. 295-308.
18. Калман, Р.Е.. Новые результаты в линейной фильтрации и теории предсказания / Р.Е. Калман, Р.С. Бьюси // Техн. механика. Сер. Д., 1961. – Т. 83. – № 1.
19. Канащенко, А.И. Оценивание дальности и скорости в радиолокационных системах / А. И. Канащенко, В. И. Меркулов. М.: Радиотехника, 2004. – Ч.1. – 309 с.
20. Канащенко, А. И. Радиолокационные системы многофункциональных самолетов / А. И. Канащенко, В. И. Меркулов. М.: Радиотехника, 2006. – Т.1.
21. Климов, С. А. Метод повышения разрешающей способности радиолокационных систем при цифровой обработке сигналов / С. А. Климов // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал], 2013. – №1.
22. Косарев, Е. Л. О пределе сверхразрешения при восстановлении сигналов / Е. Л. Косарев // Радиотехника и электроника, 1990. – Т. 35. – №1. – С. 68-87.
23. Котельников, В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости / В. А. Котельников. М.–Л.: ГЭИ, 1956. – 152 с.
24. Коуэн, К.Ф.Н. Адаптивные фильтры / К. Ф. Н Коуэн, П. М. Грант. М.: Мир, 1988. – 392 с.
25. Левин, Б. Р. Статистическая теория связи и ее практические приложения / Б. Р. Левин. М.: Связь, 1979. – 287 с.
26. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. М.: Радио и связь, 1989.
27. Левин, Б. Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике / Б. Р. Левин. М.: Советское радио, 1957. – 496 с.
28. Либерман, И. В. Исследование поляризационной структуры ионосферных сигналов / И. В. Либерман, А. А. Ржанов, С. Б. Шаров // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта, 2010. – № 10.
29. Марченко, И. В. Частотное разделение сигналов в области высокой корреляции базисных функций. : дис. к.ф.-м.н. : 01.04.03 – Калининград, 2001.
30. Марпл, С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл. М.: Мир, 1990.
31. Оппенгейм, А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер. М.: Связь, 1979. – 416 с.
32. Перов, А. И. Статистическая теория радиотехнических систем / А. И. Перов. М.: Радиотехника, 2003. – 400 с.
33. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. М.: Мир, 1978. – 848 с.
34. Рао, С. Р. Линейные статистические методы и их применения / С. Р. Рао. М.: Наука, 1968.

35. Ржанов, А. А. Развитие цифровых методов обработки ионосферных сигналов : дис. к.ф.-м.н. : 01.04.03 – Калининград, 2010.
36. Слюсар, В. И. Интерпретация метода Прони для решения дальномерных задач / В. И. Слюсар // Радиоэлектроника, 1998. – №1. – С. 61 – 67.
37. Слюсар, В. И. Метод неортогональной дискретной частотной модуляции сигналов для узкополосных каналов / В. И. Слюсар, В. Г. Смоляр // Радиоэлектроника. Изв. высш. учеб. заведений, 2004. – №4. – С. 53 – 59.
38. Слюсар, В. И. Метод неортогональной частотной дискретной модуляции сигналов на основе базисных функций Хартли / В. И. Слюсар, К. А. Васильев // Сб. материалов 2-ого Международного радиоэлектронного форума, Х.: ХНУРЭ, 2005. – Т. 4. – С. 224 – 226.
39. Слюсар, В. И. Потенциальные границы частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе базисных функций Хартли / В. И. Слюсар, К. А. Васильев // Радиоэлектроника. Изв. высш. учеб. заведений. 2008. – №3. – С. 21 – 27.
40. Слюсар, В. И. Предельное разрешение дальномерных процедур максимального правдоподобия / В. И. Слюсар // Радиоэлектроника. 1998. – №11. – С. 39 -45.
41. Слюсар, В. И. Сверхрелеевское разрешение узкополосных импульсов по времени задержки / В. И. Слюсар // Радиоэлектроника. – 1999. – № 3. – С. 55 – 61.
42. Слюсар, В. И. Частотное уплотнение каналов связи на основе сверхрелеевского разрешения сигналов / В. И. Слюсар, В. Г. Смоляр // Радиоэлектроника. Изв. высш. учеб. Заведений, 2003. – №7. – С. 30 – 39.
43. Сосулин, Ю. Г. Обнаружение сигналов на фоне произвольных помех и обесцвечивающие фильтры / Ю. Г. Сосулин // Известия АН СССР. Техническая кибернетика, 1974. – №1. – С. 188-195.
44. Стратонович, Р. Л. Оптимальный прием сигналов на фоне негауссовых помех / Р. Л. Стратонович, Ю. Г. Сосулин. Радиотехника и электроника, 1966.
45. Стратонович, Р. Л. Принципы адаптивного приема / Р. Л. Стратонович. М.: Сов. Радио, 1973. – 140 с.
46. Тихонов, В. И. Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
47. Тихонов, В. И. Развитие в СССР теории оптимальной фильтрации сообщений / В. И. Тихонов. Радиотехника, 1983. – N 11. –С. 11 – 26.
48. Тихонов, В. И.. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
49. Трифонов, А. П. Алгоритмы обнаружения сигнала с неизвестными амплитудой и длительностью на фоне белого шума / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, Е. В. Литвинов // Сборник докладов XIII международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь». – Воронеж, 2007. – Т.1. – С. 51–60.

50. Трифонов, А. П. Оптимальный прием сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Проблемы передачи информации, 2001. – 37:1. – С. 52–71.
51. Трифонов, А. П. Прием сигнала с неизвестной длительностью на фоне белого шума / А. П. Трифонов // Радиотехника и электроника, 1977. – Т.22. – №1. – С.435–438.
52. Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.
53. Трифонов, А. П. Точные формулы для расчета характеристик приема сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Проблемы передачи информации, 2009. – 45:2. – С. 91–100.
54. Троян, В. Н. Статистические методы обработки и интерпретации геофизических данных / В. Н. Троян, Ю. В. Киселев. С.-Петербург. гос. ун-т. - Санкт-Петербург : Изд-во СПбГУ, 2000. – 577 с
55. Фалькович, С. Е. Оценка параметров сигнала / С. Е. Фалькович. – М.: Сов. радио, 1975.
56. Харкевич, А. А. Борьба с помехами / А. А. Харкевич. М.: Наука, 1965.
57. Хелстром, К. Статистическая теория обнаружения сигналов / К. Хелстром. К.; Изд-во: М.: Иностранной литературы, 1963. – 432 с.
58. Чижов, А. А. Метод разрешения групповых сосредоточенных целей / А. А. Чижов // Радиотехника, 2009. – №10. – С. 4–12.
59. Чижов, А. А. Сверхрэлеевское разрешение: Классический взгляд на проблему / А. А. Чижов. М. : КРАСАНД, 2010. – 96 с.
60. Шеннон, К. Э. Математическая теория связи. В кн.: Работы по теории информации и кибернетике / К. Э. Шеннон. М.: ИЛ, 1963. – С. 243–332.
61. Шинаков, Ю. С. Совместное обнаружение и разрешение неизвестного числа сигналов / Ю. С. Шинаков // Радиотехника и электроника, 1985. – Т. 30. – №6. – С. 1131-1138.
62. Ширман, Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов / Я. Д. Ширман. М.: Сов. радио, 1974. –360 с.
63. Ширман, Я. Д. Статистический анализ оптимального разрешения / Я. Д. Ширман // Радиотехника и электроника. – 1961. – № 8.
64. Gablonsky, J. M A locally-biased form of the DIRECT algorithm / J. M. Gablonsky, C. T. Kelley // J. Global Optimization. – 2001. - Vol. 21 (1). - P. 27-37.
65. Jones, D. R. Lipschitzian optimization without the lipschitz constant / D. R. Jones, C. D. Perttunen, B. E. Stuckmann // J. Optimization Theory and Applications. – 1993. - Vol. 79. - P. 157.
66. Kaelo, P. Some variants of the controlled random search algorithm for global optimization / P. Kaelo., M. M. Ali // J. Optim. Theory Appl. – 2006. - 130 (2). - 253-264.

67. Price, W. L. A controlled random search procedure for global optimization / W. L. Price // Towards Global Optimization 2, p. 71–84, North–Holland Press, Amsterdam, 1978.
68. Price, W. L. Global optimization by controlled random search / W. L. Price // J. Optim. Theory Appl. – 1983. - 40 (3). - P. 333-348.
69. Runarsson, T. P. Search biases in constrained evolutionary optimization / T. P. Runarsson, Yao Xin // IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics Part C: Applications and Reviews. – 2005. - Vol. 35 (no. 2). - P. 233-243.
70. Runarsson, T. P. Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization / T. P. Runarsson, Yao Xin // IEEE Trans. Evolutionary Computation. – 2000. - Vol. 4 (no. 3). - P. 284-294.
71. Wang Shun. A method for separating O – wave and X – wave and its application in digital ionosonde / Chen Ziwei, Gong Zhaoqian, Li Jutao // ANNALS OF GEOPHYSICS, 2013. – №5.

Список публикаций автора

Список публикаций в российских журналах, входящих в перечень ВАК:

1. Строков, В. И. Применение теории оптимального приема для решения вопросов пространственного разрешения сигналов / В. И. Строков, В. А. Пахотин, В. М. Анискевич // Вестник БФУ, 2014. – №4. – С. 69–73.
2. Строков, В. И. Применение графических процессоров для минимизации функционалов, возникающих в процессе решения задач определения параметров информационных сигналов, с помощью теории максимального правдоподобия / В. И. Строков // Журнал радиоэлектроники, 2015. – №1. – С. 22.
3. Строков, В. И. Применение глобальной оптимизации к решению задачи локации, основанной на применении теории оптимального приема / Современные проблемы науки и образования, 2015. – № 1-1. – С. 1751.
4. Коротей, Е. В. Алгоритм оценки параметров составного сигнала ЯМР методом максимального правдоподобия / Е. В. Коротей, Е. В. Волхонская, В. А. Пахотин., К В. Власова, В. И. Строков // Цифровая обработка сигналов, 2015. – № 2. – С. 14–17.
5. Пахотин, В. А. Метод максимального правдоподобия в приложении к ЛЧМ–сигналам В. А. Пахотин, А. И. Бабинович, В. И. Строков // Вестник БФУ, 2015. – №4. – С. 67–74.

Список свидетельств об официальной регистрации программ для ЭВМ:

1. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2014614173. Оптимальный фильтр для разделения М–последовательностей / Строков В. И., Пахотин В. А., Молостова С. В. – Заявка № 2014610261; Зарегистр. в реестре программ для ЭВМ 17.04.2014.
2. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2014614174. Оптимальный фильтр для разделения двух радиоимпульсов / Строков В. И., Власова К. В., Бессонов В.А. – Заявка № 2014610260; Зарегистр. в реестре программ для ЭВМ 17.04.2014.
3. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2014614896. Оптимальный адаптивный корреляционный фильтр для выделения М–последовательностей из ионосферного сигнала / Строков В. И. – Заявка № 2014610318; Зарегистр. в реестре программ для ЭВМ 12.05.2014.
4. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2014614930. Оптимальный фильтр для разделения автокорреляционных функций М–последовательностей / Строков В. И. – Заявка № 2014610264; Зарегистр. в реестре программ для ЭВМ 14.05.2014.

Список публикаций в трудах международных конференций:

1. Строков, В. И. Разделение обыкновенной и необыкновенной волн при решении задачи построения высотно-частотных характеристик ионосферы / В. И. Строков // Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ В XXI ВЕКЕ», 2014. – С.139–143.
2. Строков, В. И. Практическая реализация фильтров максимального правдоподобия / В. И. Строков, С. В. Молостова, И. В. Либерман // Сборник докладов XIX международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь», 2013. – Т. 1. – С. 88–100.
3. Власова, К. В. Неортогональные сигналы в системах связи с частотным разделением каналов / К. В. Власова, В. А. Пахотин, В. И. Строков, А. Н. Алещенков // Сборник докладов XX международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь», 2014. – Т. 1. – С. 111–116.
4. Строков, В. И. Метод максимального правдоподобия в приложении к вертикальному зондированию ионосферы / В. И. Строков, В. А. Пахотин., В. В. Мялковский // Сборник докладов XX международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь», 2014. – Т. 1. С. 99 – 111.
5. Строков, В. И. Особенности получения сверхразрешения сложных сигналов с помощью теории максимального правдоподобия / В. И. Строков, В. А. Пахотин, В. А. Бессонов // Сборник докладов XXI международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь», 2015. – Т. 1. – С. 230–241.
6. Коротей, Е. В. Разрешение сигналов ЯМР методом максимального правдоподобия / Е. В. Коротей, Е. В. Волхонская, В. А. Пахотин, К. В. Власова, В. И. Строков // Сборник докладов XXI международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь», 2015. – Т. 1, С. 205–217.
7. Строков, В. И. Разработка фильтров для разделения радиоимпульсов с частичным совпадением спектров на базе микроконтроллера / В. И. Строков, В. А. Пахотин, В. М. Анискевич // Сборник докладов 15-й международной конференции «DSPA-2013», 2013. – Т. 2, С. 226–229.
8. Строков, В. И. Адаптивная фильтрация сложных сигналов методом максимального правдоподобия / В. И. Строков, В. А. Пахотин, И. В. Либерман // Сборник докладов 16-й международной конференции «DSPA-2014», 2014. – Т. 1 – С. 376–379.
9. Строков, В. И. Решение задачи разделения сложных сигналов на примере вертикального зондирования ионосферы / В. И. Строков, В. А. Пахотин, И. В. Либерман // Сборник докладов 17-й международной конференции «DSPA-2015», 2015. – Т 1. С. 368–371.

10. Власова, К. В. Алгоритм оценки параметров составного сигнала ЯМР методом максимального правдоподобия / К. В. Власова, Е. В. Волхонская, Е. В. Коротей, В. А. Пахотин, В. И. Строков // Сборник докладов 17-й международной конференции «DSPA-2015», 2015. – Т 1. С. 372–376.
11. Пахотин, В. А. Технология цифровой обработки простых и широкополосных сигналов на основе функционала правдоподобия / В. А. Пахотин, К. В. Власова, В. А. Бессонов, В. И. Строков, А. И. Бабинович, Э. И. Шустов // Сборник докладов 18-й международной конференции «DSPA-2016», 2016. – Т 1. – С. 13–25.
12. Чернова, И. Б. Адаптивная фильтрация сложных сигналов на фоне помех / И. Б. Чернова, В. А. Пахотин, С. В. Молостова, В. И. Строков // Сборник докладов 18-й международной конференции «DSPA-2016», 2016. – Т 2. – С. 556–561.
13. Строков, В. И. Использование ПЛИС как сопроцессора при решении вычислительно сложных задач на примере сверхразрешения сигналов / В. И. Строков, В. А. Пахотин, К. В. Власова // Сборник докладов 18-й международной конференции «DSPA-2016», 2016. – Т 2. – С. 765–769.

Список публикаций в трудах конференций:

1. Строков, В. И. Применение теории оптимального приема для улучшения азимутального разрешения звуковых сигналов / В. И. Строков, В. А. Пахотин // Материалы тринадцатой межвузовской научно-технической конференции аспирантов, докторантов, соискателей и магистров, с. 135–138, 2013.
2. Строков, В. И. Построение адаптивного цифрового корреляционного фильтра на основании положений теории оптимального приема / В. И. Строков, В. А. Пахотин // Материалы четырнадцатой межвузовской научно-технической конференции аспирантов, докторантов, соискателей и магистров, 2014.
3. Строков, В. И. Поляризационное разделение магнитоионных компонент при вертикальном зондировании ионосферы / В. И. Строков, В. А. Пахотин // Материалы пятнадцатой межвузовской научно-технической конференции аспирантов, докторантов, соискателей и магистров, 2015.
4. Чернова, И. Б. Исследование возможностей адаптивной фильтрации сложных сигналов / И. Б. Чернова, В. И. Строков. // Материалы шестнадцатой межвузовской научно-технической конференции аспирантов, докторантов, соискателей и магистров, 2015. – С. 66–72.

Приложение А

Разработанное устройство разделения сложных сигналов в области неортогональности на основе ПЛИС

Приложение демонстрирует возможность использования ПЛИС как сопроцессора при решении задачи сверхразрешения сложных сигналов, основанной на применении теории максимального правдоподобия (§1.5), для ускорения ее решения.

Для примера возьмем синтетический сигнал со станции вертикального зондирования МРЛК «Вектор» (§3.1), содержащий смесь двух неортогональных сигналов и шум (рисунок 1).

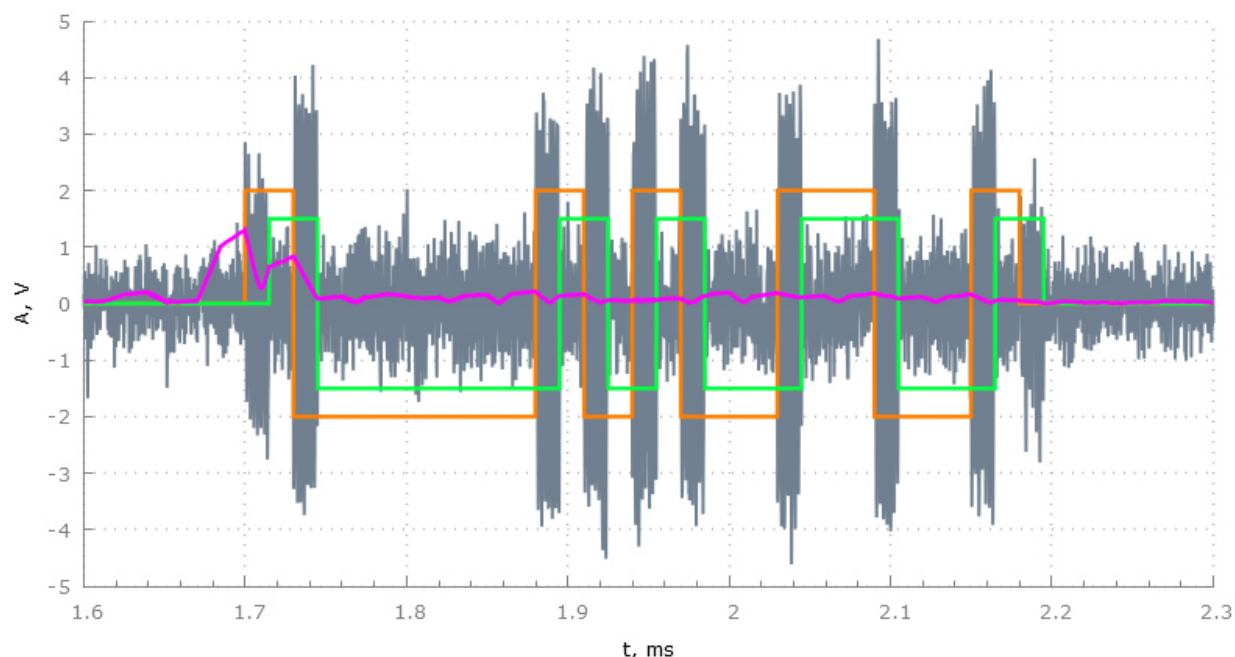


Рисунок 1 – Участок синтетической записи со станции вертикального зондирования МРЛК «Вектор»

На рисунке 1 в качестве примера представлен участок принятой синтетической реализации, содержащий смесь двух M-последовательностей (длительность одного символа равна 30 мкс) с перекрытием по времени равным 15 мкс и шум, что соответствует классически неразрешимому случаю. Отношение сигнал шум соответствует 10 дБ. Оранжевым и зеленым цветами отмечены истинные положения и коды посылок двух сигналов. Малиновым представлен модуль корреляционной свертки принятой реализации с образом излученного сигнала, подтверждающий сильную корреляционную взаимосвязь сигналов.

Полная длительность принятой реализации составляет 6.18 мс. Для выполнения обработки сигналов ионосферы в реальном времени нужно устройство, которое обеспечит расчет времен прихода сигналов за время меньше длительности одной реализации. Такое

устройство позволит использовать все плюсы теории оптимального приема, описанные ранее в тексте работы, например, определить истинные времена прихода сигналов, изображенных на рисунке 1, а также нивелировать неудобства, связанные с временными издержками.

Ввиду значительной вычислительной загрузки такого устройства его главным компонентом должна выступать ПЛИС или связка ПЛИС + процессор (или система на кристалле).

Для дальнейшего анализа в качестве функции, которую следует эффективно рассчитать, будет выступать функция минимизации функционала правдоподобия по сетке. Хотя данный метод нахождения минимума прост и не оптимален с точки зрения быстродействия, но он позволяет без промахов и абсолютно точно найти истинный глобальный минимум, и для дальнейшего рассмотрения выбран именно он.

Для реализации устройства была выбрана плата ZedBoard, построенная на ZYNQ – ядре (Zynq-7020), включающем 2 ARM процессорных ядра и FPGA (рисунок 2). Вычислительные возможности данной платы достаточно скромные, однако позволяют продемонстрировать преимущества использования ПЛИС. Применение более мощной ПЛИС позволит использовать данный алгоритм в задачах локации, существенно увеличивая разрешение приемных локаторов без изменения форм сигналов и приемо-передающих блоков.

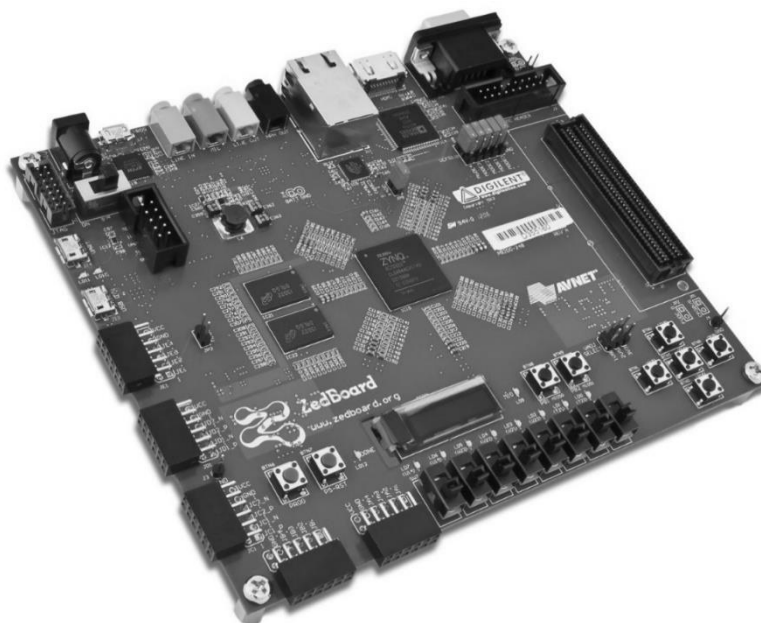


Рисунок 2 – Внешний вид платы, выбранной для реализации устройства

Важной особенностью является применение исключительно языка высокого уровня C++ на всех стадиях разработки, что позволяет существенно экономить время при изготовлении конечного устройства и не требует знаний языков проектирования аппаратуры. Это обеспечивается применением среды программирования Vivado HLS от Xilinx. Производитель

заявляет, что с использованием данной системы можно программировать устройства на ПЛИС, используя исключительно C++. Поэтому для реализации устройства решено было использовать данную возможность, что упрощает жизнь разработчику, а заодно позволяет убедиться в возможности такого подхода к программированию ПЛИС (без применения языков проектирования аппаратуры). В русскоязычной литературе можно найти упоминания о возможности применения данной среды, а также среды Matlab для программирования ПЛИС, однако реальных результатов функционирующего устройства представлено не было. Автором создано работающее устройство без явного применения языков Verilog, VHDL и т.п.

На рисунке 3 представлены возможности среды Vivado HLS по синтезу файлов Verilog из исходных кодов на C++.

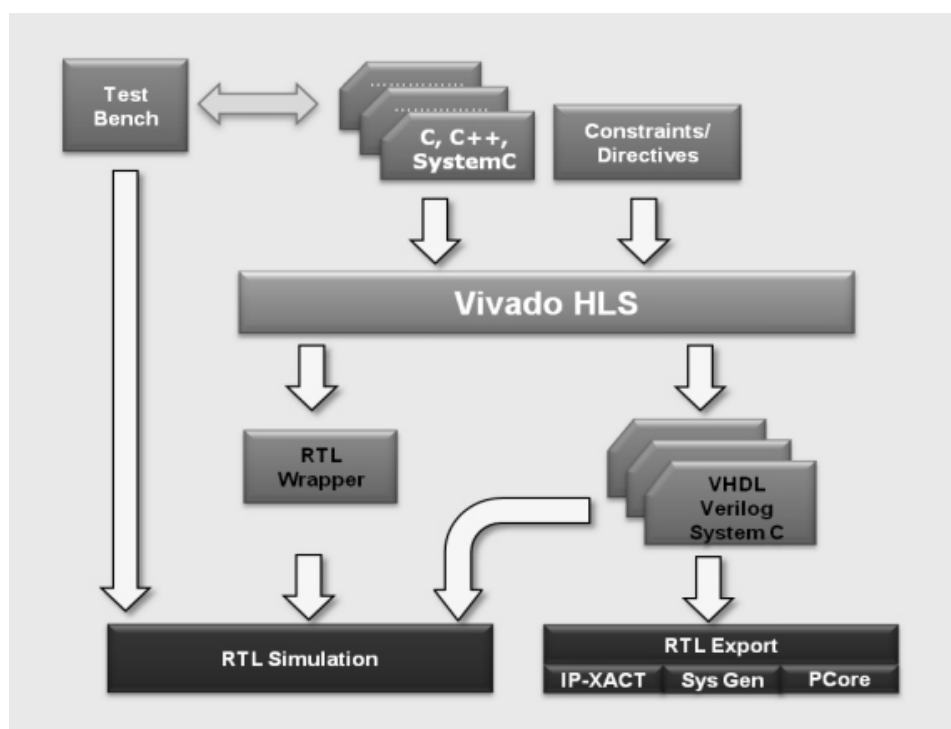


Рисунок 3 – Возможности среды Vivado HLS по конвертации кода C, C++ в Verilog, необходимый для дальнейшего синтеза системы

Помимо возможности преобразования кода из C++ в код понятный ПЛИС среда Vivado HLS открывает широкие возможности по оптимизации кода. Примером одной из возможных оптимизаций служит оптимизация “pipeline”, которая позволяет выполнять отдельные операции цикла параллельно, тем самым значительно увеличивая быстродействие (рисунок 4).

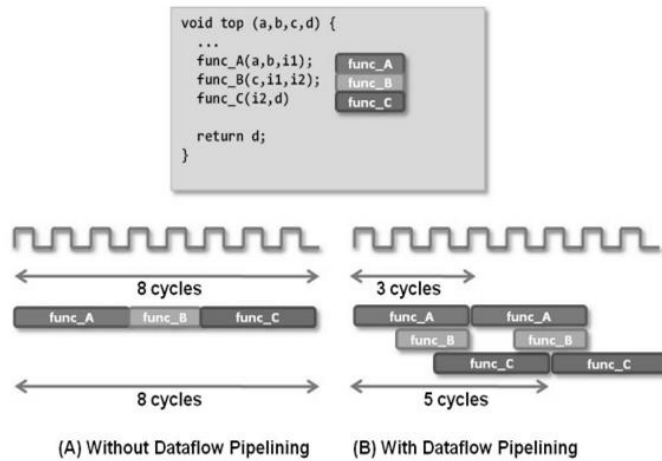


Рисунок 4 – Пример оптимизации типа “pipeline” в среде Vivado HLS, позволяющей выполнять несколько операций цикла параллельно

Пример применения данного типа оптимизации к функции минимизации функционала правдоподобия OptMin, представленного функцией OptTime2Def (рисунок 6), приведен на рисунке 5. Применение директивы “HLS PIPELINE” позволяет сократить время расчетов в данном конкретном случае в 100 раз.

```

void OptMin(int *x1, int *x2, float *min, int begin)
{
  *min = INFINITY;
  unsigned int i, n = 5000, m = 80, step = 5, p1, p2;

  main_loop:for(i = 0; i < n*m; i++)
  {
#pragma HLS PIPELINE
    float val = OptTime2Def(begin + step*(i/n), step*(i%n));
    if(val < *min)
    {
      *min = val;
      p1 = begin + step*(i/n);
      p2 = step*(i%n);
    }
  }
}

```

- # HLS PIPELINE
- OptMin
 - main_loop
 - # HLS PIPELINE
 - accuracy_loop
 - # HLS PIPELINE
- xillybus_wrapper
 - # AP interface ap_ctrl_none port=return
 - in
 - out
 - # AP interface ap_fifo port=out
 - for Statement
 - for Statement

Рисунок 5 – Пример применения оптимизации кода в среде Vivado HLS на примере оптимизации функции OptMin, осуществляющей минимизацию функционала правдоподобия, задаваемого функцией OptTime2Def по сетке m*n

```

float OptTime2Def(int t1, int t2)
{
#pragma HLS PIPELINE
    int delta = t2 - t1;
    if(delta < 15)
        return ENERGY;

    float denominator = (float)(Window*Window);
    if(delta < 2400)
        denominator -= (R_REAL[delta]*R_REAL[delta] + R_IMAG[delta]*R_IMAG[delta]);

    float U1_REAL = corrCos[t1]*(float)Window/denominator;
    float U1_IMAG = corrSin[t1]*(float)Window/denominator;

    float U2_REAL = corrCos[t2]*(float)Window/denominator;
    float U2_IMAG = corrSin[t2]*(float)Window/denominator;

    if(delta < 2400)
    {
        U1_REAL += (- corrCos[t2]*R_REAL[delta] - corrSin[t2]*R_IMAG[delta])/denominator;
        U1_IMAG += (- corrSin[t2]*R_REAL[delta] + corrCos[t2]*R_IMAG[delta])/denominator;

        U2_REAL += (- corrCos[t1]*R_REAL[delta] + corrSin[t1]*R_IMAG[delta])/denominator;
        U2_IMAG += (- corrSin[t1]*R_REAL[delta] - corrCos[t1]*R_IMAG[delta])/denominator;
    }

    return ENERGY - U1_REAL*corrCos[t1] - U1_IMAG*corrSin[t1] - U2_REAL*corrCos[t2] - U2_IMAG*corrSin[t2];
}

```

Рисунок 6 – Код функции, осуществляющей расчет значения функционала правдоподобия в моменты времен прихода сигналов соответственно равные моментам t_1 и t_2 , $R_REAL[i]$ ($R_IMAG[i]$) – значение действительной (мнимой) части коэффициента корреляция двух сложных сигналов в зависимости от сдвига по времени i , $corrCos[i]$ ($corrSin[i]$) - значения действительной (мнимой) части свертки принятой реализации с полезным сигналом в момент времени i

Основой для использования ПЛИС в качестве сопроцессора служит ОС Xilinx [http://xillybus.com/downloads/doc/xillybus_getting_started_zynq.pdf], представляющая собой Linux дистрибутив для платы ZedBoard на базе Ubuntu LTS 12.04 для ARM. Использование данной платформы вместе с программным продуктом HLS от Vivado позволяет использовать исключительно язык высокого уровня C++ для проектирования системы цифровой обработки сигналов [http://www.xilinx.com/support/documentation/sw_manuals/xilinx2012_2/ug902-vivado-high-level-synthesis.pdf].

Для реализации системы процессор + сопроцессор на ПЛИС необходимы три модуля:

- а) хост-программа (C/C ++), работающая под управлением Xilinx на Zynq-процессоре (1 или 2 ядра). Данная программа осуществляет подготовку входных данных для передачи на ПЛИС. В нашем случае такими данными служит сигнал со станции вертикального зондирования.

- b) синтезированная функция на C/C++ для которой желательно аппаратное ускорение (данная функция будет работать на ПЛИС). В качестве таковой выступает функция, осуществляющая минимизацию функционала перебором по сетке – OptMin.
- c) функция-обертка – небольшая часть кода, которая обрабатывает интерфейс между принимающей программой и синтезированной функцией. Эта функция компилируется вместе с синтезированной функцией и также работает на ПЛИС.

В отличие от обычного C/C++ программирования хост-программа не вызывает синтезированные функции, а организует данные необходимые для выполнения функции в структуре данных и передает их как параметры для синтезированной функции. Затем она собирает возвращаемые данные в виде структуры данных, передаваемых от синтезированной функции.

Для общения синтезированной функции и хост-программы необходим специальный драйвер, который по умолчанию входит в состав Xilinx.

Блок-схема, приведенная на рисунке 7, наглядно демонстрирует построение системы, использующей ПЛИС как сопроцессор.

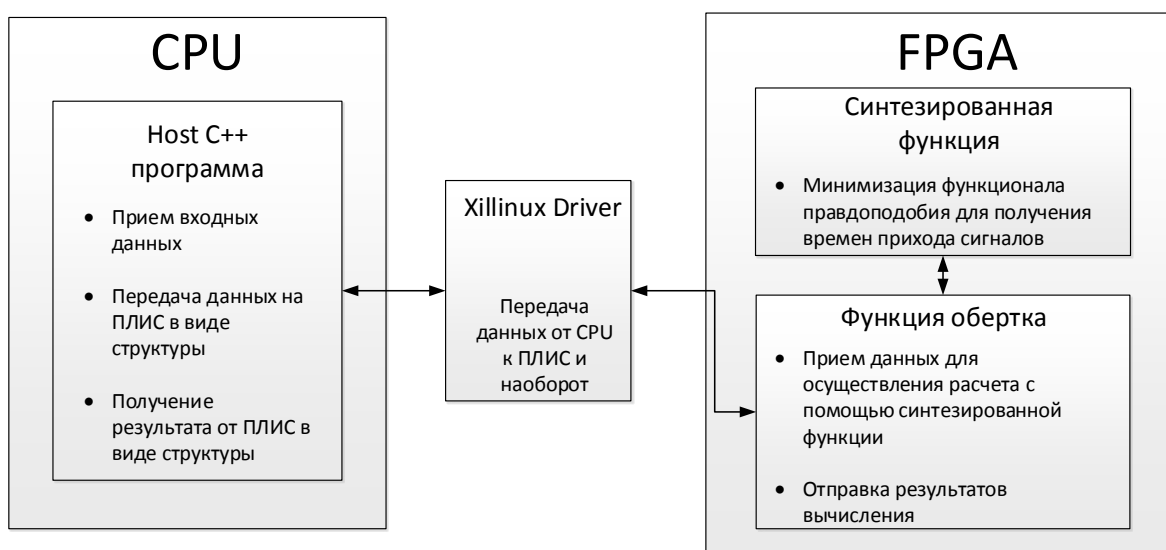


Рисунок 7 – Структура системы для определения времен прихода отраженных сигналов

Пояснение содержания функций, необходимых для функционирования системы, представлено на рисунке 8. Xilinx обеспечивает обмен данными между ПЛИС и локальным процессором путем записи и чтения специальных системных файлов, запись данных в файл инициирует запуск функции-обертки на ПЛИС.

Данный метод использования ПЛИС является чрезвычайно простым: разработчику не нужно писать код ПЛИС на языке Verilog, отсутствует необходимость сопряжения ПЛИС с системой, т.к. Xilinx уже поддерживает такой режим работы. Представленный подход

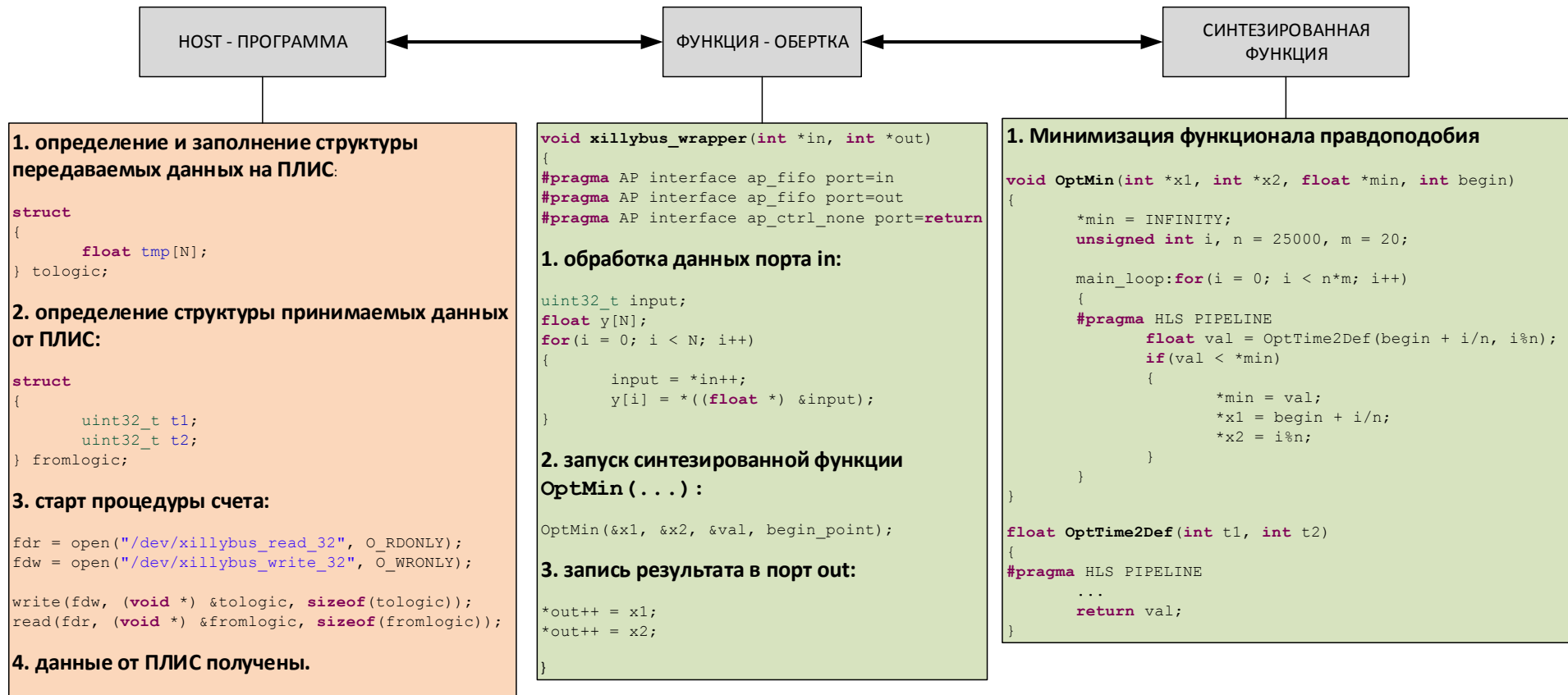


Рисунок 8 – Подробная схема разработанной системы. Зеленым цветом отмечены функции, выполняющиеся на ПЛИС, розовым – на CPU

является очень перспективным, т.к. открывает огромные вычислительные возможности при решении задач.

На рисунке 9 представлен результат анализа синтеза системы. Представленная информация свидетельствует, что время работы предлагаемого алгоритма составит 4.5 мс для обработки принятой реализации, что соответствует поставленным требованиям работы в реальном времени.

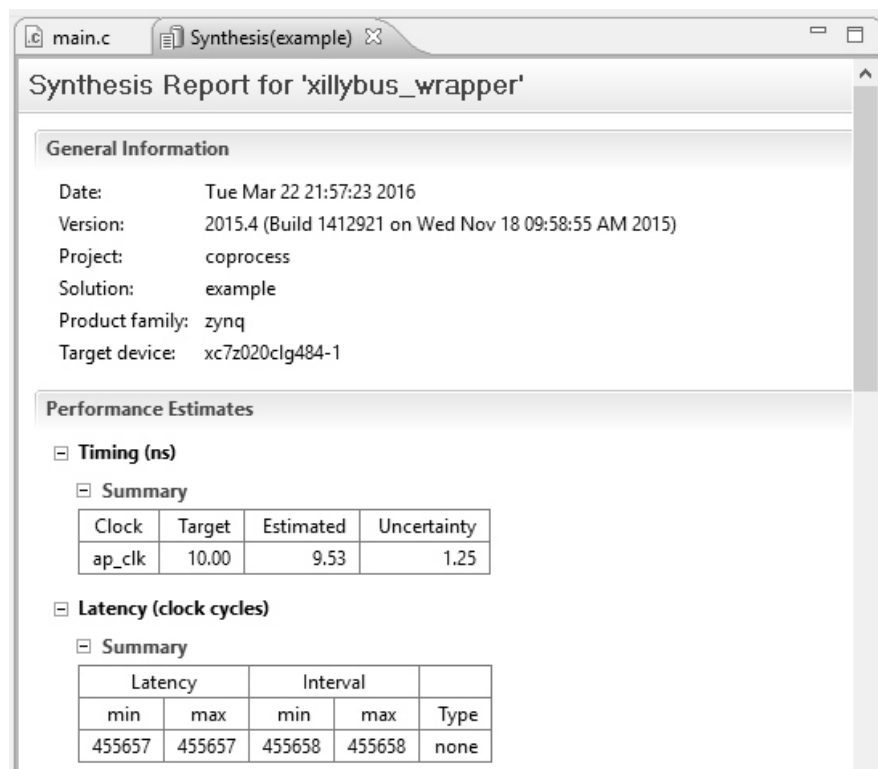


Рисунок 9 – Результат синтеза системы

Таким образом, реально осуществить систему, обрабатывающую сигнал согласно предложенному алгоритму в режиме реального времени, такая система сочетает в себе преимущества оптимальной обработки сигналов, и, как следствие, использование ПЛИС и представленного алгоритма сверхразрешения позволяет существенно повысить качество существующих локаторов.